Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 4, 200--209

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122957

Podobně poskytuje prvý tvar zbytku podstatnou výhodu při rozvoji integrálu

$$\int_a^b e^x \frac{dx}{x}, \qquad (0 < a < b)$$

a zejmena dlužno se ho přidržeti při úvahách obecných.

(*F. Gomes Teixeira, Bulletin des Sciences mathématiques, novembre 1888.*)

Úlohy.

Druhé řešení úlohy 4.

Vedle obecného řešení podaného na str. 139—140 stůj zde ještě toto řešení jednodušší, které zaslali pp. *Vinc. Peřina*, stud. VI. tř. r. vyšš. r. g. na Malé Straně v Praze a *Frant. Šoreys*, stud. VII. tř. vyš. gymn. v Mladé Boleslavi.

Tvoří-li průvodič daného bodu s osami osmistěnu úhly α', β', γ', jest

$$\sin^2\alpha' + \sin^2\beta' + \sin^2\gamma' = 2. \tag{1}$$

Užijeme-li dále téhož označení jako na místě citovaném, jest

$$a_1^2 = m^2 + n^2 - 2mn\cos\alpha'$$
$$a_2^2 = m^2 + n^2 + 2mn\cos\alpha'$$
$$4m^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos\alpha.$$

Vyloučením a_1, a_2 z rovnic těchto najdeme po snadné úpravě

$$\sin^2\alpha' = \left(\frac{m^2 - n^2}{2mn}\right)^2 \operatorname{tg}^2\alpha;$$

jelikož však jest $m = n\sqrt{3}$, bude

$$\begin{aligned} \sin^2\alpha' &= \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^2\alpha \\ \sin^2\beta' &= \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^2\beta \qquad (2)\\ \sin^2\gamma' &= \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^2\gamma. \end{aligned}$$

Hledíce k rovnici (1) najdeme sečtením rovnic (2) žádaný vztah

$$\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\gamma = 6.$$

Řešení úlohy 5.

(Zaslal p. *Ladislav Dopita,* kand. prof. v Praze.)

Hyperbola určená rovnicí

$$b^2\xi^2 - a^2\eta^2 = a^2b^2 \tag{1}$$

má asymptoty A_1, A_2, jdoucí počátkem o a dané rovnicemi
$$bx \mp ay = 0.$$

Sestrojíme-li v bodě p (ξ, η) tečnu a normálu, jsou rovnice jich

$$(2) \qquad b^2\xi x - a^2\eta y = a^2b^2,$$
$$(3) \qquad a^2\eta x + b^2\xi y = e^2\xi\eta,$$

klademe-li $a^2 + b^2 = e^2$. Souřadnice průsečíků m, n tečny s asymptotami budou

$$x_1 = \frac{a^2b}{b\xi - a\eta}, \quad y_1 = \frac{ab^2}{b\xi - a\eta},$$
$$x_2 = \frac{a^2b}{b\xi + a\eta}, \quad y_2 = -\frac{ab^2}{b\xi + a\eta}.$$

Z toho najdeme známým spůsobem rovnice kolmic B_1, B_2, vztyčených uprostřed stran om, on; obdržíme je ve tvaru

$$(4) \qquad 2(b\xi - a\eta)(ax + by) = abe^2$$
$$(5) \qquad 2(b\xi + a\eta)(ax - by) = abe^2.$$

Průsečík přímek těchto jest středem s kružnice opsané o trojúhelník omn; souřadnice jeho jsou pak

$$x = \frac{e^2\xi}{2a^2}, \quad y = \frac{e^2\eta}{2b^2}.$$

Jelikož dle známé vlastnosti hyperboly jest $mp = pn$, musí bod s ležeti na normále v bodě p sestrojené; o tom snadně se přesvědčíme dosazením souřadnic jeho do rovnice normály (3). Poněvadž pak souřadnice ty rovny jsou polovicím úseků normály na osách, vysvítá odtud, že bod s půlí část normály mezi osami obsaženou.

Rovnici geom. místa tohoto bodu najdeme z rovnic (4), (5), znásobíme-li je, hledíc zároveň k rovnici (1); tak obdržíme

$$(6) \qquad a^2x^2 - b^2y^2 = \frac{e^4}{4}.$$

Geom. místem hledaným jest tedy opět hyperbola, která při $a = b$ sjednocuje se s hyperbolou danou.

Řešení úlohy této zaslali pp.: *Jind. Balcar* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Otakar Trnka* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Boh. Novák* z VIII. tř. v Táboře, *Arnošt Rosa* ze VI. tř. g. v Chrudimi, *Jan Stejskal* z VIII. tř. v Jindř. Hradci, *Josef Smrt* z VIII. tř. v Písku a *Karel Melena* z VIII. tř. v Č. Budějovicích.

Řešení úlohy 6.

(Podal p. *M. Lerch*).

Řečené vzorce plynou z rovnice

$$\sum_{\alpha=0}^{p}(-1)^{\alpha}\binom{p}{\alpha}z^{x-\alpha}=z^{x-p}(z-1)^{p}.$$

Differencujeme-li obě strany m-kráte podle z, a klademe-li pak $z=1$, objeví se v levo $m!\sum\limits_{\alpha=0}^{p}(-1)^{\alpha}\binom{p}{\alpha}\binom{x-\alpha}{m}$, v pravo pak 0, pokud $m<p$, $m!$ pro $m=p$, a $\binom{m}{p}\binom{x-p}{m-p}\,p!\,(m-p)!$ pro $m>p$; krátíme-li obě strany $m!$, vznikne výsledek v úloze pronešený. Zvláštní případ tohoto výsledku (pro $m=p-1$, $x=p+q-1$, kde p, q jsou celistvá) vyskytl se při arithmetických úvahách p. *Schweringa* (Acta mathematica, sv. 11., str. 287; 1888).

Řešení úlohy 7.

(Zaslal p. *Bohumil Novák*, stud. VIII. tř. v Táboře.)

Sečtouce dané rovnice obdržíme

(1) $$(x+y)(2xy+a^2+b^2)=(c^2+d^2)(x+y);$$

odečtením druhé od prvé vyjde

(2) $$(a^2-b^2)(x+y)=(c^2-d^2)(x-y).$$

Rovnice (1) rozpadá se ve dvě, totiž

(3) $$x+y=0,$$

(4) $$2xy+a^2+b^2=c^2+d^2.$$

Z rovnic (3), (2) nalezneme již na pohled zřejmé řešení

$$x_1=y_1=0,$$

načež zbývá řešiti soustavu (4), (2). Dáme-li rovnicím těmto podobu

$$xy=\frac{c^2+d^2-a^2-b^2}{2},$$

$$\frac{x}{y}=\frac{c^2-d^2+a^2-b^2}{c^2-d^2-a^2+b^2},$$

obdržíme snadně

$$x_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{(a^2+b^2-c^2-d^2)(a^2-b^2+c^2-d^2)}{2(a^2-b^2-c^2+d^2)}}$$
$$= \pm \sqrt{\frac{(a^2-d^2)^2-(b^2-c^2)^2}{2(a^2-b^2-c^2+d^2)}},$$
$$y_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{(a^2+b^2-c^2-d^2)(a^2-b^2-c^2+d^2)}{2(a^2-b^2+c^2-d^2)}}$$
$$= \pm \sqrt{\frac{(a^2-c^2)^2-(b^2-d^2)^2}{2(a^2-b^2+c^2-d^2)}}.$$

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Aug. hrabě Wodzicki* v Kościelnikách, *Bohumil Fukala* ze VII. tř. g. ve Val. Meziříčí, *Břetislav Tolman* ze VI. tř. r. v Hradci Králové, *Jaroslav Chládek* a *Václav Felix* ze VII. tř. g. v Žitné ulici v Praze, *Lubomír Čáp* a *Frant. Výšek* z VIII. tř. vyššího r. g. na Malé Straně v Praze, *Frant. Šoreys* ze VII. tř. g. v Ml. Boleslavi, *Bohuslav Khom* a *Otakar Trnka* ze VII. tř. r. v Padubicích, *Jos. Nosek* a *Vincenc J. Chlumský* z VIII. tř. v Jičíně, *Vítězslav Kopista*, *Ant. Doležal* z VIII. tř. a *Arnošt Rosa* ze VI. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 8.

(Zaslal p. *Frant. Šoreys*, stud. VII. tř. g. v Ml. Boleslavi.)

Vykonáme-li naznačené násobení, můžeme psáti danou rovnici v podobě

$$\cos 4x + \sin 2x = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

čili

$$4\sin^2 2x + \sin 2x + \sqrt{5} - 2 = 0.$$

Odtud obdržíme

$$\sin 2x = \frac{1 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}}{4} = \frac{1 \pm (\sqrt{5} - 2)}{4};$$

jest tedy $\sin 2x = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} = 0{\cdot}309017$

aneb $\sin 2x = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} = 0{\cdot}190983.$

Zůstávajíce při $x < 360^0$, najdeme v případě prvém

$x_1 = 9^0$, $x_2 = R - x_1$, $x_3 = 2R + x_1$, $x_4 = 3R - x_1$;

v případě druhém bude

$x_5 = 5^0 30' 18''$, $x_6 = R - x_5$, $x_7 = 2R + x_5$, $x_8 = 3R - x_5$.

Správné řešení zaslali pp.: *Frant. Havelka* ze VII. tř. r. v Prostějově, *Frant. Frank* z VIII. tř. ve Vys. Mýtě, *Břetislav Tolman* ze VI. tř. a *Jind. Balcar* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Frant. Výšek*, *Lubomír Čáp* z VIII. tř. a *Jaroslav Friedrich* ze VII. tř. g. vyššího r. g. na Malé Straně v Praze, *Aug. hrabě Wodzicki* v Kościelnikách, *Jos. Nosek* a *Vincenc J. Chlumský* z VIII. tř. v Jičíně, *K. Křížek* ze VII. tř. české v. real. školy v Praze, *Jaroslav Chládek* a *Václav Felix* ze VII. tř. gymn. v Žitné ulici v Praze, *Bohumil Novák* z VIII. tř. v Táboře, *Ladislav Dopita,* kand. prof. v Praze, *Otakar Trnka* a *Bohuslav Khom* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Vítězslav Kopista*, *Ant. Doležal* z VIII. tř. a *Arnošt Rosa* ze VI. tř. g. v Chrudimi a *Josef Smrt* z VIII tř. v Písku.

Řešení úlohy 9.

(Zaslal p. *Břetislav Tolman,* stud. VI. tř. r. v Hradci Králové.)

Zmocníme-li $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ na třetí, obdržíme stejninu

$$\sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^6 x = 1,$$

a odečteme-li od této danou rovnici, nabudeme rovnice

$$3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{16}{13} + \frac{12}{13} \sin 2x - \frac{9}{52} \sin^2 2x$$

čili

$$\sin^2 2x - \sin 2x + \frac{1}{4} = 0,$$

a řešením $\sin 2x = \frac{1}{2}$; tomu vyhovují úhly $x = 15^0, 75^0$.

Správné řešení zaslali pp.: *Lubomír Čáp* z VIII. tř. a *Jaroslav Friedrich* ze VII. tř. g. vyš. r. g. na Malé Straně v Praze, *Karel Supinka,* stud. ve Vídni, *Boh. Novák* z VIII. tř. v Táboře, *Aug. hrabě Wodzicki* v Kościelnikách, *Bohuslav Khom* a *Otakar Trnka* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Ant. Doležal* z VIII. tř. a *Miloslav Jičínský* ze VII. tř. g. v Chrudimi, *Jaroslav Chládek* a *Václav Felix* ze VII. tř. g. v Žitné ulici v Praze, *Frant. Šorejs* ze VII. tř. g. v Ml. Boleslavi, *Jos. Nosek* a *Vincenc J. Chlumský* z VIII. tř. v Jičíně, *K. Křížek* ze VII. tř. české v. real. školy v Praze a *Josef Smrt* z VIII. tř. v Písku.

Řešení úlohy 10.

(Zaslal p. *Jaroslav Chládek*, stud. VII. tř. g. v Žitné ulici v Praze.)

a) Přímky půlící vnější úhly *trojúhelníka abc* omezují trojúhelník $a'b'c'$, kterýž jest vždy ostroúhlý. Jsou-li totiž α, β, γ úhly trojúhelníka *abc*, jsou úhly trojúhelníka $a'b'c'$

$$\alpha' = \mathrm{R} - \frac{\alpha}{2}, \quad \beta' = \mathrm{R} - \frac{\beta}{2}, \quad \gamma' = \mathrm{R} - \frac{\gamma}{2}.$$

Spojnice aa', bb', cc' jsou výškami v trojúhelníku $a'b'c'$. Trojúhelník hledaný *abc* jest tedy určen patami výšek v daném trojúhelníku $a'b'c'$. Úloha daná jest vždy řešitelna, dán-li trojúhelník ostroúhlý, a má jediné toliko řešení.

b) Přímky půlící vnější úhly *čtyrúhelníka abcd* omezují čtyrúhelník $a'b'c'd'$, jemuž lze opsati kružnici. Neboť jsou-li α, β, γ, δ úhly čtyrúhelníka *abcd*, jsou úhly čtyrúhelníka $a'b'c'd'$

$$\alpha' = \frac{\alpha+\beta}{2}, \quad \beta' = \frac{\beta+\gamma}{2}, \quad \gamma' = \frac{\gamma+\delta}{2}, \quad \delta' = \frac{\delta+\alpha}{2},$$

a proto

$$\alpha' + \gamma' = \beta' + \delta' = \frac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{2} = 2\mathrm{R}.$$

Daná úloha není tedy při $n = 4$ obecně řešitelna, nýbrž jen tehdy, dán-li čtyrúhelník $a'b'c'd'$, jemuž lze opsati kružnici. Potom má však úloha nekonečně mnoho řešení, jak dokážeme následující úvahou:

Prodlužme strany *ad*, *bc*, až se protnou v bodě *e*; bod tento leží též na prodloužené úhlopříčně $a'c'$. Jsouť body a', c' středy dvou kružnic dotýkajících se ramen úhlu *aeb*, a leží tedy na ose půlící tento úhel. Přímky půlící vnější úhly trojúhelníka *abe* omezují trojúhelník $a'fg$, jehož výšky $a'e$, *fb*, *ga* protínají se v jediném bodě *m*. Z toho plyne toto *sestrojení:*

Buď dán čtyrúhelník $a'b'c'd'$ (vepsaný v kružnici) a ve straně $a'd'$ bod *a*. Vztyčme k této straně v bodě *a* kolmici, kteráž protne $a'c'$ v *m*; z *m* spusťme kolmici ku $a'b'$ a pata její jest *b*; podobně najdeme vrcholy *c* i *d*. Měníce polohu bodu *a* ve straně $a'd'$, obdržíme nekonečně mnoho čtyrúhelníků *abcd*.

c) Přímky půlící vnější úhly *pětiúhelníka abcde* omezují pětiúhelník $a'b'c'd'e'$; vrchol *a* leží v $e'a'$, *b* ve $a'b'$ atd. Prodlužme strany ae, cd, až se protnou v bodě f; průsečík prodloužených stran ab, cd budiž g. Přímky půlící vnější úhly čtyrúhelníka $abcf$ omezovaly by čtyrúhelník, jemuž lze opsati kružnici; tři z nich splývají se stranami $a'e'$, $a'b'$, $b'c'$, a směr čtvrté lze tudíž snadně najíti. Sestrojíme-li totiž libovolnou kružnici body a', b', která protíná strany $a'e'$, $b'c'$ v bodech h, k, udává spojnice hk směr čtvrté strany, která by půlila vnější úhel při f ve čtyrúhelníku $abcf$. Ku směru tomu bude kolma přímka A půlící úhel afc a procházející bodem d'. Zcela obdobně nalezneme přímku B jdoucí bodem b' a půlící úhel bgc. Přímky A, B protínají se v bodě m, který jest středem kružnice vepsané v trojúhelník afg. Bodem tím prochází též přímka půlící úhel bae, která kolma jest ku $e'a'$. Spustíme-li tedy s m kolmici ku $e'a'$, bude pata této kolmice vrcholem a hledaného pětiúhelníka, jehož ostatní vrcholy již snadně najdeme.

Rozřešivše případy a), b), c), přicházíme k poznání, že úloha daná při lichém n jest určitá, při sudém n pak neurčitá.

Řešení úlohy 11.

(Zaslal p. *Jos. Nosek,* stud. VIII. tř. v Jičíně.)

Obyčejné řešení této úlohy, s jakým se v učebnicích setkáváme, zakládá se na rozkladu 20tistěnu ve 20 jehlanů trojbokých navzájem shodných. Lze však kratší cestou dojíti k výsledku takto:

Je-li O střed 20tistěnu a vycházejí-li z vrcholu A hrany končící v bodech B, C, D, E, F, skládá se pětiboký dvoujehlan ABCDEO $=$ J z pěti jehlanů trojbokých. Snadno poznáme, že obsah 20tistěnu K $= 4$J, při čemž

$$J = BCDEF \cdot \frac{OA}{3}.$$

Vyhledejme nejprve z dané hrany a poloměr OA koule opsané. Veďme v trojúhelníku ABO příčku BQ $\perp$ AO; protože v pravoúhlém trojúhelníku ABQ přepona AB rovná se straně pravidelného pětiúhelníka BCDEF a odvěsna BQ poloměru kruhu jemu opsaného, bude dle známé věty druhá odvěsna AQ rovna straně pravidelného 10tiúhelníka do téhož kruhu vepsaného. Proto jest

$$AB : AQ = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} : (\sqrt{5} - 1),$$

a poněvadž kromě toho $AB : AQ = 2OA : AB$, najdeme odtud

$$OA = \frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}},\quad J = \frac{5}{4}a^2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}\cdot\frac{a}{12}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$$

a konečně $K = \frac{5}{12}a^3\sqrt{14+6\sqrt{5}} = \frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5})$.*)

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Jind. Balcar* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Ant. Doležal* z VIII. tř. a *Arnošt Rosa* ze VI. tř. g. v Chrudimi, *Frant. Havelka* ze VII. tř. r. v Prostějově, *Aug. hrabě Wodzicki* v Kościelnikách, *Jaroslav Chládek* ze VII. tř. g. v Žitné ulici v Praze, *Bohumil Fukala* ze VII. tř g. ve Val. Meziříčí, *Bohuslav Parlousek* ze VI. tř. g. v Ml. Boleslavi, *Otakar Trnka* a *Bohuslav Khom* ze VII. tř. r. v Pardubicích a *Vincenc J. Chlumský* z VIII. tř. v Jičíně.

Řešení úlohy 12.

(Zaslal p. *Jind. Balcar*, stud. VII. tř. r. v Hradci Králové.)

Značí-li r poloměr koule, ϱ poloměr řezu, x výšku vzniklé úseče, y vzdálenosť řezu od středu koule, t tětivu vyhovující vztahu $t^2 = \varrho^2 + x^2$, jest

$$\frac{\pi\varrho^2 y}{3} = \frac{\pi t^2 r}{6},$$

z čehož

$$\left(\frac{\varrho}{t}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{r}{y} \quad \text{aneb} \quad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2\cos\alpha},$$

a použije-li se vzorce $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$, konečně

$$\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1 = 0 \quad \text{čili} \quad \cos\alpha = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Ze vztahu toho jde, že poloměr koule jest tím způsobem „latým řezem“ rozdělen, a úhel středový $2\alpha = 103^\circ 39' 14''$.

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Bohumil Fukala* ze VII. tř. gymn. ve Val. Meziříčí, *Frant. Havelka* ze VII. tř. r. v Prostějově, *Vác. Felix* a *Jaroslav Chládek* ze VII. tř. g. v Žitné ul. v Praze, *Aug. hr. Wodzicki* v Kościelnikách, *Otak. Trnka* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Arnošt Rosa* ze VI. tř. g. v Chrudimi, *Frant. Šoreys* ze VII. tř. g. v Mladé Boleslavi, *Boh. Novák* z VIII. tř. v Táboře, *Josef Nosek* a *Vincenc Chlumský* z VIII. tř. v Jičíně.

*) Viz na př. Jandečkovu Stereometrii, IV. vydání, str. 76.

Řešení úlohy 3. zaslal též p. *Břetislav Tolman*, stud. VI. tř. r. v Hradci Králové, řešení úlohy 2. a 3. p. *Jarosl. Chládek* a *Václav Felix*, stud. VII. tř. g. v Žitné ulici v Praze, řešení úlohy 3. p. *Karel Melena*, stud. VIII. tř. v Č. Budějovicích.

Úloha 29.

Zda-li číslo kterés 7mi dělitelno jest, poznati lze následovně: Máme-li

$$N = a + b \,.\, 10 + c \,.\, 10^2 + d \,.\, 10^3 + \ldots,$$

vyhledejme po řadě veličiny

$$b - 2a = c', \quad c - 2c' = d', \quad d - 2d' = e', \ \ldots \text{ atd.}$$

Je-li poslední z nich dělitelna 7mi, jest takovým též číslo N. Podejte důkaz tohoto pravidla!

† P. *V. Šimerka.*

Úloha 30.

Otec odkázal v závěti 6000 zl. svým třem synům, z nichž první 20, druhý 18 a třetí 16 roků stár jest, s tím dodatkem, by všichni při dosažení svého 24. roku z oné pozůstalosti stejně dostali. Kolik připadne na každého z nich nyní a kolik obdrží při dosažení plnoletosti, jsou-li peníze uloženy na 5% úroků složitých celoročních?

Týž.

Úloha 31.

Dány jsou vrcholy rovnostranného trojúhelníka; sestrojiti jeho střed pouze užitím kružítka (bez pravítka).

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 32.

Rovnice

$$4x^4 - 10x^3\sqrt{6} + 41x^2 - 10x\sqrt{6} + 4 = 0$$

má 4 realné kořeny; je-li nejmenší z nich $x_1 = \sin \alpha$, jak velký jest úhel α a který goniometrický význam mají ostatní tři kořeny?

Týž.

Úloha 33.

Dána jest kružnice středu o a průměru $ab = 2r$.

Učiňme tětivu $ac = r$, prodlužme poloměr oc o délku $cd = r$ a na spojnici ad přenesme $de = r$; přímka be protíná kružnici v bodě f. Budiž dokázáno, že af rovná se přibližně straně pravidelného 9tiúhelníka vepsaného do kružnice dané.

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 34.

Na kouli poloměru $r = 52\,cm$ dány dva body, jichž přímá vzdálenost $t = 40\,cm$, a body těmi vedena jest rovina protínající povrch koule v kružnici poloměru $\varrho = 29\,cm$. Oč jest oblouk kružnice této mezi danými body obsažený (180^0 nepřesahující) větší než příslušný oblouk kružnice hlavní a který úhel svírají roviny obou těchto kružnic?

Týž.

Úloha 35.

Kolikerým spůsobem lze rozděliti plochu kulovou na sférické *shodné*

a) mnohoúhelníky pravidelné,

b) rovnoramenné trojúhelníky kosoúhlé?

Prof. *Vinc. Jarolímek.*

Úloha 36.

Je-li mnohostěn pravidelný omezen pravidelnými $(x + 2)$-úhelníky, a vychází-li z každého vrcholu $(y + 2)$ hran, kolik obsahuje úhlopříčen?

Týž.

Cenná úloha z deskriptivní geometrie.

Výbor **Jednoty Českých Mathematiků** usnesl se na tom, aby vypsána byla *cena* pro *žáky středních škol* za dokonalé řešení úlohy 28. (str. 142.) podané prof. *Fl. Pohlem.*

Každému, kdo podá do konce května 1889 takové řešení úlohy, dostane se úplného výtisku (díl I.—III.) *Jarolímkovy Deskriptivní geometrie* ve vydání původním.
