František Kadeřávek

O ploše rotační, vytvořené otáčením šroubovice

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 41 (1912), No. 3-4, 374--379

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122942

kužel 2. stupně $\varkappa^2$, dále průsečík rovin $(678) \equiv s$, spojnici $\overline{rs} \equiv P$, přímkou P tečné roviny ξ, η ke kuželi $\varkappa^2$, a k rovinám 6, 7, 8, ξ, η tečný kužel 2. stupně λ^2. Vytkněme nyní v rovině 9. bod v, položme jím po dvou tečných rovinách ke kuželům $\varkappa^2$ a λ^2, k těmto pak čtyřem rovinám a k rovině 9. tečný kužel 2. stupně μ^2. Takovým způsobem lze si opatřiti libovolné množství tečných kuželů ku ploše φ^2, z těch pak tři kuželosečky na ploše φ^2 jako nahoře. Obalová plocha π^4, určená rovinami 1 . . . 8, rozpadá se v tomto případě ve dvě kuželové plochy stupně druhého, totiž $\varkappa^2$ a λ^2.

O ploše rotační, vytvořené otáčením šroubovice.

Napsal Dr. **Fr. Kadeřávek.**

Ve svém Geometrisches Port-Folio uvádí Quido Schreiber co příklad rotačních ploch plochu vzniklou otáčením šroubovice kol přímky rovnoběžné s osou této křivky. Přihlédněme blíže k této ploše. Buď dána šroubovice $\check{S}$ o ose O a stopě p, pravotočivá; otáčejme ji kol přímky $R \parallel O$, R zvolme tak, aby bod p a body O_1 a R_1, do nichž se přímky O a R promítají (obr. 1.), ležely v jedné přímce. Na křivce $\check{S}$ vytkněme si bod t a hleďme sestrojiti jeho rovinu tečnou τ, aniž bychom užili meridiánu. Proložme si bodem t tečnu T k šroubovici $\check{S}$ a tečnu T' k rovnoběžce naší plochy, kružnici to K; přímkami T a T' jest tečná rovina stanovena, stopu její P^τ určíme, vedeme-li ji bodem p+, stopou to přímky T určenou evolventou E kružnice $\check{S}_1$, rovnoběžně k přímce T'. Vytkněme si na ose O šroubovice $\check{S}$ bod v ve vzdálenosti rovné redukované výšce v^0 šroubovice $\check{S}$ od průmětny a veďme jím přímku $\overline{v\pi}$ rovnoběžnou s tečnou T. Stopa π této přímky spadá na půdorys $\check{S}_1$ křivky $\check{S}$.

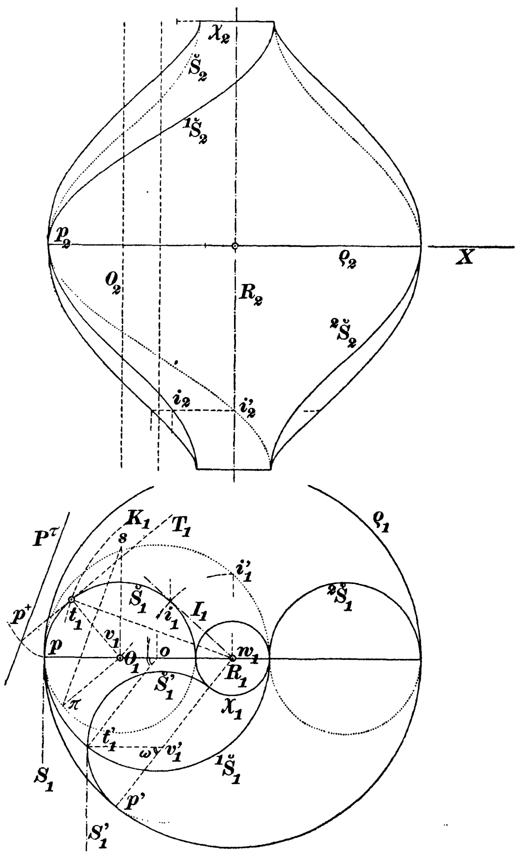
Veďme bodem π přímku $\overline{\pi s} \parallel P^\tau \parallel T'$; $\overline{\pi s}$ jest stopa roviny bodem v rovnoběžně k rovině tečné naší rotační plochy v bodě t šroubovice $\check{S}$ sestrojené. Spojme t_1 s bodem R_1, pak $\overline{\pi v_1} \doteq \overline{v_1 t_1}$, $\overline{\pi s} \perp \overline{t_1 R_1}$, z čehož plyne, že vedeme-li bodem v_1 přímku $\overline{v_1 s} \perp \overline{v_1 R_1}$, jsou $\triangle\, \pi v_1 s$ a $\triangle\, t_1 v_1 R_1$ shodny a proto

$$\overline{v_1 s} \doteq \overline{v_1 R_1}.$$

Z toho jest patrno, že stopy veškerých rovin vedených bodem

v rovnoběžně k rovinám tečným naší plochy v jednotlivých bodech křivky S sestrojených, procházejí bodem s. Jsou proto zmíněné roviny vesměs rovnoběžny s přímkou $\overline{vs}$, či:

Podél šroubovice $\check{S}$ dotýká se dané rotační plochy válec, jehož površky jsou rovnoběžny s přímkou $\overline{sv}$.



Obr. 1.

Na dané ploše leží však též šroubovice ${}^2\check{S}$ levotočivá, orthogonálně souměrná ke křivce $\check{S}$ dle roviny σ osou R kolmo k rovině (OR) vedené. I podle této křivky dotýká se dané plochy válec směru $\overline{vs}$. I možno říci:

Opíšeme-li dané ploše válec směru $\overline{vs}$, tvoří jeho dotyčnou křivku dvě protisměrné šroubovice téhož poloměru a téže výšky návitku.

Průmět těchto šroubovic tvoří dvě shodné, dle R_1 souměrné kružnice, z čehož vidíme, že uvažovaná plocha je totožna s plochou uvažovanou Burmester-em v: Theorie und Darstellung der Beleuchtung ... na str. 191. a násl. a Wienerem v: Lehrbuch der darstellenden Geometrie, 2. sv. str. 237 a n.

Otočme šroubovici $\check{S}$ kol osy R do polohy $\check{S}'$; stopa její přejde do polohy p'. Šroubovici $\check{S}$ sestrojme tečnu S v bodě p a ku šoubovici $\check{S}'$ veďme tečnu S' rovnoběžnou se Σ a označme dotyčník písmenou t'. I jest $\overline{pv_1} \# \overline{t'_1 v'_1}$, veďme $\overline{t'o} \,||\, \overline{p'R_1}$, pak jest z obrazce patrno, že jest $\overline{op} = \overline{v_1 R_1} = \overline{v'_1 R_1} = \overline{ot'_1}$. Probíhá tedy bod t'_1, otáčí-li se křivka $\check{S}$ kol osy R kružnici ${}^1\check{S}_1$ o středu o a poloměru $\overline{op}$; ježto pak výška bodu t' nad průmětnou je úměrna (vzhledem k šroubovici S) úhlu ω, naplňuje bod t' v prostoru šroubovici. Tečná rovina sestrojená k dané ploše v bodě t' obsahuje tečnu S', z čehož patrno, že i podél šroubovice ${}^1\check{S}$ — jež je levotočivou — dotýká se plochy dané válec směru tečny S ke šroubovici $\check{S}$.

Spočívá tedy na dané rotační ploše čtvero systémů šroubovic; podél těchto dotýkají se plochy válce, mající směr površek rovnoběžný s tečnami povrchových šroubovic dané plochy, avšak vždy jiného systému, nežli je ten, k němuž náleží dotyčná křivka.*)

Vyšetřme nyní meridiáa uvažované plochy ležící v rovině (OR). Poněvadž v kružnici $\check{S}_1$ spadají půdorysy dvou šroubovic dané plochy, jedné pravo-, druhé levotočivé, dle průmětny orthogonálně souměrných, soudíme, že meridian bude orthog. souměrný dle přímky $\overline{O_1 R_1}$, bod p bude vrcholem.

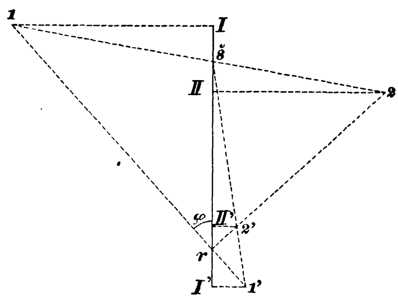
Obecné body meridiánu stanovíme velmi snadno, rovněž i jejich tečny snadno sestrojíme sestrojením příslušné roviny tečné k dané ploše. Bod i šroubovice $\check{S}$, jehož tečna I seče osu rotační R, přejde po otočení do meridánu v bod inflekční

---

*) Kdybychom vycházeli při vyšetřování dané plochy od meridianu, musili bychom označiti povrchové šroubovice plochy 1. co křivky stejné křivosti na ploše, 2. co křivky stejného spádu vzhledem k průmětně.

a tečna I v tečnu inflekční vyšetřovaného meridiánu, jak se snadno přihlédnutím ke křivosti plochy v bodě i přesvědčíme.*) Ve vrcholu p meridiánu sestrojíme snadno poloměr křivosti, známeť v něm jeden hlavní řez plochy, — její rovník ϱ — a známe kružnici křivosti šroubovice $\check{S}$ v bodě p; tedy křivost obecného, s hlavním řezem úhel φ svírajícího normálného řezu.

Lze tudíž poloměr hledaný $\overline{r\,II}$ (obr. 2.) sestrojiti obrácením Mannheimovy konstrukce (Mannheim: Cours de géométrie descriptive p. 281.): učiňme $\overline{r\,I}$ rovno poloměru rovníku, bodem r veďme přímku pod úhlem φ rovným sklonu šroubovice k rovníku a protněme ji přímkou $\overline{I1} \perp \overline{r\,I}$ v bodě 1. Nanesme dále



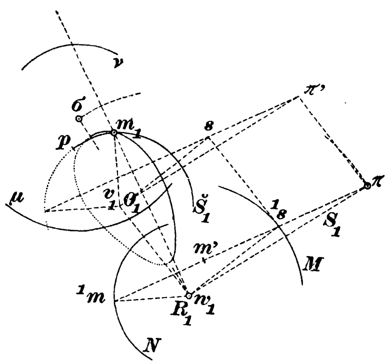
Obr. 2.

od bodu r do bodu $\check{s}$ délku poloměru křivosti šroubovice $\check{S}$ a spusťme na $\overline{Ir}$ s průsečíku 2 přímek $\overline{1\check{s}}$ a $\overline{r2} \perp \overline{r1}$ kolmici na $\overline{Ir}$. Vzdálenost paty II této kolmice od bodu r dává již žádaný poloměr. V témže obrazci sestrojen i poloměr křivosti $\overline{II'r}$ vrcholu meridiánu, ležícího na hrdle χ plochy, při čemž vzat zřetel k tomu, že tento vrchol jest hyperbolickým bodem plochy, kdežto prve uvažovaný bod náležel elliptickým bodům plochy.

Abychom vyšetřili mez stínu vlastního uvažované plochy, vzniklé rotací šroubovice $\check{S}$ kol osy R (obr. 3.), vyhledejme bod m meze stínu vlastního plochy na šroubovici $\check{S}$ pro pa-

*) Vzhledem k osám $Z \equiv R$ a $X \perp R$ přísluší meridiánu rovnice $\pm x = b + a \sin\left(R - \frac{z}{a}\right)$, kdež $b = \overline{O_1 R_1}$ a $a = \overline{v_1 \pi}$ (obr. 1.), z čehož vidno, že meridián sestává ze dvou obec. sinusoid.

prsek $\check{S}$, který určíme tím, že na osu R od průsečíku jejího s průmětnou (jíž opět veďme od osy R nejvzdálenějším bodem p křivky $\check{S}$ kolmo k R) nanesli jsme redukovanou výšku v^0 křivky $\check{S}$ do bodu w a sestrojiti vržený stín π bodu w na průmětnu. Víme, že stopy veškerých rovin vedených bodem v (na ose O ve výši rovné v^0 stanoveným) rovnoběžně k rovinám tečným v jednotlivých bodech křivky $\check{S}$ k ploše sestrojených, procházejí jediným bodem s ($\overline{sv_1} \mathrel{\perp\!\!\!\!=} \overline{v_1 R_1}$), kdybychom tedy sestrojili vržený stín π' bodu v na průmětnu ($\overline{\pi' v_1} \overset{\parallel}{\underset{\parallel}{=}} \overline{\pi w}$), byla by spojnice $\overline{\pi' s}$ stopou roviny, k níž vedená rovina rovnoběžná, tečná k ploše, dávala by v dotyčníku m ležícím na $\check{S}$ bod meze



Obr. 3.

stínu vlastního. Bod m najdeme snadno: bodem R_1 veďme kolmici k přímce $\overline{s\pi'}$; její průsečík m_1 s křivkou $\check{S}_1$ jest již půdorys hledaného bodu meze stínu vlastního m. Jak však z obr. 3. patrno, obdržíme týž bod na křivce $\check{S}_1$ též následní cestou: Opišme kol bodu R_1 kružnici M o poloměru rovném $\overline{O_1 R_1} = \overline{v_1 s}$, na ní vytkněme bod ${}^1s$ tak, aby $\overline{{}^1s R_1} \perp \overline{O_1 R_1}$ ve směru chodu křivky $\check{S}$, spojme $\overline{\pi\, {}^1s}$, veďme k ní bodem R_1 přímku kolmou a na této učiňme $\overline{m_1 R_1} = \overline{{}^1m\, {}^1s}$, kdež ${}^1m$ značí průsečík přímky $\overline{\pi\, {}^1s}$ s kružnicí N kol R_1 poloměrem křivky $\check{S}_1$ popsanou. Učiňme dále $\overline{m'\pi} = \overline{{}^1s\, {}^1m}$; bod m' popisuje cissoidu kružnic M, N pro pól π, bod m_1, poněvadž stále $\overline{R_1 m_1} \mathrel{\perp\!\!\!\!=} \overline{\pi m'}$ popisuje křivku shodnou, o 90^0 otočenou. Z toho plyne velmi jednoduchá konstrukce půdorysu meze stínu vlastního: Na osu R nanes délku redukovanou v^0 povrchových šroubovic dané plochy do bodu w, sestroj jeho vržený stín π na průmětnu, otoč jej o 90^0 do bodu σ, kol tohoto opiš kružnice μ ν poloměrem povrchových šroubovic. Cissoida sestrojená kružnicím μ ν pro pól R_1 jest hledaným půdorysem meze stínu vlastního.*)

Protíná-li šroubovice tvořící osu, vznikne plocha, mající pouze dvě soustavy povrchových šroubovic téhož poloměru a výšky, avšak protisměrných. V průsečících s osou má plocha kuželové body a tečna sestrojená v těchto bodech k tvořící šroubovici vytvořuje rotací kužel uvažovanou plochu oskulující. V tomto specielním případě splývají obě kružnice μ ν v jedinou, půdorys meze stínu vlastního přechází ve dvojlist s bodem dvojným v bodě R_1 a pro zvláštní paprsek, určený pólem π ve vzdálenosti $a\sqrt{2}$ od bodu R_1 (a značí zde poloměr šroubovice tvořící) přechází konečně půdorys meze stínu vlastního v Bernoulliho lemniskatu (srov. Wieleitner: Spez. ebene Kurven p. 13.). Připomenouti sluší, že plocha uvažovaná není onduloidem, s nímž bývá omylem zaměňována.

Žárovka v poli elektrickém.

Napsali **J. Kadlec a F. Raus.**

Při práci s elektrickými náboji za vysokých potenciálů lze častokráte pozorovati kmitání svítících žárovek, které jsou poblíže vedení. Někdy dokonce kmitá vlákénko tak prudce, že se ulomí a žárovku zničí. Výklad[1]) tohoto zjevu neuspokojoval nás zúplna, rozhodli jsme se proto provésti větší řadu pokusů, aby odtud dalo se spolehlivěji usuzovati. Když pak zjistili jsme dosud nepozorované effekty, pokusili jsme se podati i výklad vlastní.

Základní pokus zařídili jsme asi takto (obr. 1.): Influenční elektrikou E, kterou poháněl malý třífázový motorek, nabíjena

*) Půdorysu meze stínu vlastního můžeme snadno sestrojiti v obec. bodě tečnu i příslušný bod křivosti užitím známých vět o polárních subnormálách. Viz na př. Wieleitner: Spez. ebene Kurven p. 3. a 4. nebo Wiener 182. a 223., který však křivky obdobného zákonu výtvarného, jakým sestrojen vyšetřovaný půdorys, zove zevšeobecnělými konchoidami.

[1]) M. Willibald Hoffmann, Wied. Ann. 60, 642, 1897.