Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Petr Růžek

Poznámka k theoriím o reflexi a lomu světla na prostředích absorbujících

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 41 (1912), No. 3-4, 464--469

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122934

Poznámka k theoriím o reflexi a lomu světla na prostředích absorbujících.

Napsal **Petr Růžek.**

Shoda theorií, které se snaží obsáhnouti a vyložiti zjevy přicházející v úvahu při odrazu a lomu světla na prostředí absorbujícím, s experimentální zkušeností bývá obyčejně auktory zdůrazňována tím, že lze konečné vzorce uvažované theorie převésti na známé sblížené vzorce odvozené Quinckem (Pogg. Ann. 128, p. 551) z theoremu Cauchyho, totiž na vzorce

$$tang\, \Delta = sin\, 2\overline{\psi} \left(2\, arc\, tg \frac{sin\, \overline{\varphi}\, tg\, \overline{\varphi}}{sin\, \varphi\, tg\, \varphi} \right),$$

$$cos\, 2\psi = cos\, 2\overline{\psi} \left(2\, arc\, tg \frac{sin\, \overline{\varphi}\, tg\, \overline{\varphi}}{sin\, \varphi\, tg\, \varphi} \right),$$

(φ dopadový úhel, ψ azimut světla odraženého po lineární polarisaci, $\overline{\varphi}$ hlavní úhel dopadový, $\overline{\psi}$ hlavní azimut, Δ difference fásová) poněvadž vzorce tyto stvrzeny byly pokusy Jaminovými, Quinckovými, Rathenauovými, Drudovými a j. Převádění vzorců jednotlivých theorií na uvedené formule jest jednak velmi zdlouhavé, jednak musíme přijímati určitá sblížení a předpoklady, kterých jsme při odvozování dřívějším nečinili, a celou transformací neuvedeme pro správnost základního nazírání žádného podstatného důvodu, neboť jí vlastně stvrzujeme jedině, že index lomový u medií absorbujících jest veličina komplexní. Shoda tato musí tedy existovati u všech theorií, z jichž základních rovnic plyne, že index lomový jest veličinou komplexní. Tvrzení toto lze dokázati tím, že transformujeme základní praemissu Cauchyho ve tvaru Eisenlohrem (Pogg. Ann. 104, p. 368) udaném na vzorce Kettelerovy (Wied. Ann. p. 119. Theoret. Optik, p. 126)

$$\nu_\varphi^2 - \varkappa_\varphi^2 = \nu_0^2 - \varkappa_0^2,$$

$$\nu_\varphi \varkappa_\varphi\, cos\, r = \nu_0 \varkappa_0,$$

které plynou ze všech theorií vyhovujících podmínce svrchu uvedené.

Drude dokázal (Gött. Nachrichten 1892, p. 381.), že systémem rovnic

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \alpha \Delta X \text{ a podobně pro } (Y, Z) \qquad (1)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0,$$

(X, Y, Z orthogonálné průměty vektoru světelného do směrů souřadnicových x, y, z)

a mezními podmínkami přechodnými z prostředí 1. do prostředí 2. platnými pro $z = 0$

$$X_1 = X_2\,;\ Y_1 = Y_2\,;\ \alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) = \alpha_2 \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)_2;$$

$$\alpha_1 \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) = \alpha_2 \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right)_2 \qquad (2a)$$

nebo

$$X_1 = X_2\,;\ Y_1 = Y_2\,;\ \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)_1 = \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)_2; \qquad (2b)$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right)_1 = \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right)_2$$

aneb jak Koláček (W. A. 32, p. 430, 1887) ukázal

$$\begin{aligned} (X_m)_1 &= (X_m)_2\,;\ (Y_m)_1 = (Y_m)_2\,; \\ (X_e)_1 &= (X_e)_2\,;\ (Y_e)_1 = Y_e)_2, \end{aligned} \qquad (2c)$$

($X_m \ldots$, $X_e \ldots$, průměty komponenty magnetické, resp. elektrické do směrů x, y, z)

jest charakterisována theorie zjevů reflexe světla na isotropických prostředích absorbujících, buď ve smyslu Neumannově (spojení 1, 2a), nebo Fresnelově (1, 2b), nebo theorie elektromagnetické (1, 2c), předpokládáme-li, že α jest veličina komplexní závislá na době kmitové.

Jako partikulární integrál rovnic (1) lze psáti pro vlny rovinné tvar

$$A\,.\,e^{i(ax+by+cz-\omega t)}$$

(V. n. p. Schuster „Einführung in die theor. Optik"), v němž konstanty a, b, c jsou veličiny komplexní, čili

$$a = a_1 + ia_2 \text{ a podobně pro } (b, c).$$

Lze tedy psáti integrál uvedený

$$Ae^{i(a_1x+b_1y+c_1z-\omega t)}\, e^{-(a_2x+b_2y+c_2z)}$$

t. j. v rovinách

$$a_1x + b_1y + c_1z = konst.$$

bude patrně fase vzruchu světelného stejná, kdežto podél rovin

$$a_2x + b_2y + c_2z = konst.$$

setkáváme se všude se stejnou amplitudou.

Supponujme, že čelo vlny rovinné šíří se rovnoběžně s osou z, a dosaďme integrál uvažovaný do rovnice (1). Tím dostaneme vztahy

$$\begin{aligned}(a_1^2 + b_1^2) - (a_2^2 + b_2^2) &= \alpha_1,\\ 2a_1a_2 + 2b_1b_2 &= \alpha_2\end{aligned} \qquad (3)$$

jestliže klademe

$$\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2.$$

Rovnicím právě napsaným můžeme dáti fysikální význam, zavedeme-li v počet goniometrické funkce úhlů γ, δ sevřených normálami k rovinám stejných fasí a stejných amplitud s osami x a y, neboť pak můžeme psáti integrál zvolený tvarem

$$Ae^{i\left(\sqrt{a_1^2+b_1^2}\left(\frac{a_1x+b_1y}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)-\omega t\right)}\,.\,e^{-\sqrt{a_2^2+b_2^2}\,\frac{a_2x+b_2y}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}} =$$

$$= Ae^{-C_2d_2}\cos(C_1d_1 - \omega t) + i\sin(C_1d_1 - \omega t)$$

$$C = \frac{ax+by}{\sqrt{a^2+b^2}}, \qquad d = \frac{ax+by}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad (a_{1,2}\, b_{1,2}).$$

Rovnice (3) přejdou ve tvar

$$\begin{aligned}C_1^2 - C_2^2 &= d_1,\\ C_1C_2\cos(\gamma - \delta) &= d_2.\end{aligned}$$

Zaveďme místo konstanty C_2, která nám udává zmenšení amplitudy, koefficient absorbční $\varkappa$, definovaný tak, že amplituda vzruchu světelného, který uvnitř prostředí absorbujícího proběhl vrstvou o tloušťce λ (v étheru), zmenší se v poměru $e^{-2\pi\varkappa}$ t. j. při délce d_2, kterou jsme my zavedli v poměru $e^{-\frac{2\pi\varkappa}{\lambda}d_2}$ čili položme

$$e^{-\frac{2\pi\varkappa}{\lambda}d_2} = e^{-C_2 d_2}$$

$$C_2 = \frac{2\pi\varkappa}{\lambda}$$

a podobně za C_1 zaveďme index lomový

$$C_1 = \frac{2\pi\nu}{\lambda},$$

a uvažujme, že do prostředí absorbujícího vnikly dva vzruchy světelné, jeden dopadl pod úhlem φ a druhý pod úhlem 0. Pak pro prvý vzruch platí patrně

$$\delta = o, \ \gamma = \text{úhlu lomu} = r,$$

pro druhý pak

$$\delta = o, \ \gamma = o.$$

Označíme-li příslušné hodnoty ν a $\varkappa$, indexy φ a o, můžeme psát ihned rovnice

$$\begin{aligned} \nu_0^2 - \varkappa_0^2 &= \nu_\varphi^2 - \varkappa_\varphi^2 \\ \nu_0\varkappa_0 &= \nu_\varphi\varkappa_\varphi \cos r, \end{aligned} \tag{4}$$

které jsou totožny s rovnicemi Kettelerovými. Rovnice tyto vyvodil ale Ketteler na pochybených úvahách základních, jak ukázal Voigt (Wied. Ann. 19, p. 691, 1883.).

Rovnice tyto lze ale odvoditi přímo z tvarů užívaných obyčejně pro vlnu lomenou v mediu průhledném

$$A \cos 2\pi \left[\frac{x \cos r + y \sin r}{\lambda}\nu - \frac{t}{T}\right]$$

$$A \sin 2\pi \left[\frac{x \cos r + y \sin r}{\lambda}\nu - \frac{t}{T}\right],$$

[r úhel lomový, orientace os i vlny stejná jako dříve], zavedeme-li do nich substituci Eisenlohrovu

$$\nu = \frac{sin\ \varphi}{sin\ r} = \vartheta e^{i\varepsilon} [= \nu_0 + i\varkappa_0] \tag{5}$$

t. j. přijmeme-li platnost oněch tvarů ve smyslu rozšířeném i pro prostředí absorbující.

Položme dále

$$cos\ r = \Theta e^{i\psi} \tag{6}$$

a dosaďme do zmíněných tvarů vzruchu lomeného. Sečtením obou dostaneme tvar, ze kterého jsme vyšli při odvození dřívějším, sice

$$A \,.\, e^{i(ax + by - \omega t)},$$

v němž zase

$$a = a_1 + ia_2,$$

$$b = b_1 + ib_2,$$

$$a_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\, \Theta\, (\nu_0\ cos\ \psi - \varkappa_0\ sin\ \psi),$$

$$a_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\, \Theta\, (\nu_0\ sin\ \psi + \varkappa_0\ cos\ \psi),$$

$$b_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{sin\ \varphi}{\vartheta}\, (\nu_0\ cos\ \varepsilon + \varkappa_0\ sin\ \varepsilon),$$

$$b_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{sin\ \varphi}{\vartheta}\, [- \nu_0\ sin\ \varepsilon + \varkappa_0\ cos\ \varepsilon].$$

Vztahy tyto lze transformovati vzhledem k (5)

$$\nu_0 = \vartheta\ cos\ \varepsilon \quad \varkappa_0 = \vartheta\ sin\ \varepsilon \tag{7}$$

ve tvary jednodušší:

$$a_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\, \Theta\varkappa_0\, \frac{sin\,(\varepsilon + \psi)}{sin\ \varepsilon}$$

$$b_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\varkappa_0}{\vartheta} \frac{sin\ \varphi}{sin\ \varepsilon}$$

$$a_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\, \Theta\varkappa_0\, \frac{sin\,(\varepsilon + \psi)}{sin\ \varepsilon} \tag{8}$$

$$b_2 = 0.$$

Rovnice poslední ukazuje, že roviny stejných amplitud jsou rovnoběžny s rozhraním, t. j. sinus úhlu lomového jest přímo dán rovnicí

$$sin\ r = \frac{sin\ \varphi}{\sqrt{\Theta^2\varphi^2\ cos^2(\varepsilon + \psi) + sin^2\ \varphi}}, \tag{9}$$

tedy skutečný reálný index lomový

$$\nu_\varphi = \frac{sin\ \varphi}{sin\ r} = \sqrt{\Theta^2\varphi^2\ cos^2(\varepsilon + \psi) + sin^2\ \varphi}.$$

Ze třetí rovnice serie (8) a druhé (7) plyne vzhledem k dřívějšímu

$$\varkappa_\varphi = \Theta\vartheta\ sin\ (\psi + \varepsilon).$$

Utvořením rozdílu $\nu_\varphi^2 - \varkappa_\varphi^2$ a srovnáním s rovnicemi (7) a supposicemi (5) a (6) dostaneme první rovnici Kettelerovu

$$\nu_0^2 - \varkappa_0^2 = \nu_\varphi^2 - \varkappa_\varphi^2.$$

Analogickým postupem vyvineme-li *cos r* za vztahů (8_1) a (8_2) a utvoříme-li součin $\nu_\varphi\varkappa_\varphi\ cos\ r$, tu vzhledem k rovnicím (7) můžeme psáti

$$\nu_\varphi\varkappa_\varphi\ cos\ r = \nu_0\varkappa_0.$$

Tím jest podán důkaz, že přeměna konečných vzorců kterékoliv theorie na vzorce Cauchyho není kriteriem, jest jedině podmínkou a to nutnou, ale ne postačující.

K důkazu shody theoretického nazírání se skutečností nutno tudíž propočítati vzorce dispersní. V úvahu přijdou vzorce Kettelerovy, Koláčkovy, Voigt-Drudeovy, Helmholtz-Drudeovy. Pokud mohu již teď na základě dokončených výpočtů předběžně říci theorie Voigt-Drudeova, ač jest tak pečlivě ustavena, jeví odchylky největší, kdežto vzorec Kettelerův, ač o theoretickém vývoji jeho nelze totéž říci, dává vztahy daleko lepší.