

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Karel Lerl

Poznámka o běžných chybách žáků v matematice

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 71 (1946), No. Suppl., D81--D83

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122838>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1946

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

V prípade keď:  $q > 0$  a  $(\frac{1}{2}p)^2 - q > 0$ , substitúcia:

$$\sin \varphi = \frac{2\sqrt{ac}}{b} = \frac{\sqrt{q}}{\frac{1}{2}p}$$

vedie k riešeniu:

$$x_1 = -\sqrt{q} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2}\varphi,$$

$$x_2 = -\sqrt{q} \cdot \operatorname{cotg} \frac{1}{2}\varphi.$$

Z obr. 1 je zrejmé, že  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACD = \frac{1}{2}\varphi$ , odkiaľ

$$\frac{|x_1|}{\sqrt{q}} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}\varphi, \quad \frac{|x_2|}{\sqrt{q}} = \operatorname{cotg} \frac{1}{2}\varphi,$$

a tedy vyššie uvedené riešenie vychádza ako samozrejmosť.

Dať imaginárnemu riešeniu názornú interpretáciu ovšem nemožno. V prípade, keď  $q > 0$ , a  $(\frac{1}{2}p)^2 - q < 0$ , substitúcia:

$$\cos \varphi = \frac{-b}{2\sqrt{ac}} = \frac{\frac{1}{2}p}{\sqrt{q}}$$

vedie k riešeniu:

$$x_{1,2} = \sqrt{q} (\cos \varphi \pm i \sin \varphi).$$

Nakoľko v tomto prípade:  $|\sqrt{q}| > |\frac{1}{2}p|$ , uhol  $\varphi$  nemá názorného významu.

Aj rovnice 3. stupňa riešia sa veľmi pekne trigonometricky. Nevieť ale, či užívané substitúcie možno názorne geometricky interpretovať.

Nakoniec chcem len toľko poznamenať, že aj v najjednoduchších prípadoch možno najst' hodne zaujímavých súvislostí, inak rečeno, každý matematický motív možno pekne vychutnať tým, že ho osvetlíme z rôznych hľadísk a kocháme sa so žiakmi v nádhernej súhre rôznych disciplín matematiky.

## Poznámka o bežných chybách žáků v matematice.

Karel Lerl, Louny.

Je velmi známým zjevem, který neujde pozornosti ani nejmladších učitelů, že se žáci dopouštějí v matematice skoro v týchž partiích vždy obdobných chyb. Pravidelnost výskytu chyb je tak příznačná, že učitel je může s velkou pravděpodobností na základě svých předchozích zkušeností očekávat i přímo předpovědět. Byly často činěny pokusy shrnouti tyto chyby, přímo typické, a pátratí po příčinách tohoto zjevu vůbec. Výsledků těchto pokusů

bylo využito při studiu žactva samého. Učitel při výkladu nové látky nechť nejen na vhodných příkladech ukáže, jak se výpočet provádí, ale současně poukáže, kde a proč se obvykle při některých postupech chybje a kde bývá výskyt chyb největší. Vzoré poznámky tohoto druhu mohou mu býti pak dobrým materiálem pro budoucí výklad, který si podle toho učitel upraví. Je možno, že jak mladí, tak i starší učitelé podceňují tuto drobnou práci, považují ji za zbytečnou, svoje stanovisko pak odůvodňují jak svou pamětí, tak i víceletou praxí. Ale k tomu dlužno připomenouti, že žakovský materiál, pokud se týče úrovně, je z mnoha příčin velmi různorodý a odchylný, i v dobách zcela normálních. Což teprve při neustálém střídání učitelů, při restringovaném vyučování, při provádění reformem a zavádění nových učebních osnov atd. Pak studium uvažovaného souboru, jako je třída mu svěřená, je předmětem, který poskytuje učiteli až nadměrně materiálu. Tímto studiem je dán základ k důležitému, ač malému, samostatnému úseku v metodice matematiky, který dosud je často dosti přezírán.

První otázka, která se nám ihned naskytne, je otázka po příčinách systematických chyb a po oněch typických chybách vůbec. Bylo by velmi rozsáhlé tyto otázky zevrubně a samostatně projednati pro jejich velkou rozmanitost. Jejich příčinou je někdy učitel, jindy převážně žactvo a konečně v nejnešťastnějším případě zavdají oba nestejnou měrou podnět k chybám výše zmíněným. Zabývejme se nejprve samým žákem a pokusme se krátkými hesly uvésti jen to nejdůležitější, aby článek nadměrně nevzrostl. Mnohá fakta, jen krátce uvedená, přivábí mnohého čtenáře k dalšímu přemýšlení nebo dokonce k vlastnímu přispění na tomto poli pracovním. Čím více pracovníků různých názorů a zkušeností o téže věci se vyskytne, tím lépe pro věc samu!

α) Na prvním místě uvedme si žakovu nepozornost. Příčiny její jsou rozmanité. Při výkladu žák někdy jen menší jeho článek nepochopí a již celý další výklad je pro něho samozřejmě bezcenný. Jindy schází žakova součinnost, když prostě opisuje jen mechanicky s tabule doprovod výkladu nové látky.

β) I žakova nedbalost je způsobena rozmanitými vlivy. Nedbalé psaní na tabuli i v sešitech, tedy úmyslné žakovo zavinění.

γ) Závažnějšími jsou pak „hříchy“, vzniklé v souvislosti s vyučováním v minulých letech, obzvláště v těch partiích, které se na př. probírají jen jednou nebo jsou základními pro celé studium středškolské. Tím si též snadno vysvětlíme výskyt chyb i z látky úctyhodného stáří. Je sice známo a lehce pochopitelné, že poznatky, s nimiž se delší dobu nesetkáváme, pomalu vyprchají z paměti, stávají se mlhavějšími, až konečně úplně vymizí. Avšak toto povolné zapominání nesmí se týkati základních a podstatných vědo-

mostí, jež mají býti pilíři celého vyučování matematice. Od některých poznatků se přímo požaduje, aby si je žáci odnášeli do praktického života. Jinak by význam a cena matematiky, jako vyučovacího předmětu, byly daleko nižší, než jak je obvykle typujeme mezi ostatními vyučovacími předměty.

δ) Zjev ten se však vyskytuje hojně u slabých a podprůměrných žáků, z nichž mnozí na střední školu nepatří a kteří „namáhavě“ procházejí třídu za třídou, snižují úroveň třídy a veškerou práci ve třídě zpomalují a brzdí. Jsou jistým „balastem“ třídy.

Právě zmíněná klasifikace všech různých příčin žákovských chyb vybízí jen kategoricky ku přísnému a promyšlenému postupu při nové látce a dodržení starých zásad, že na počátku své činnosti ve třídě se musíme náležitě přesvědčiti o úrovni žactva a výklady nové látky podle toho zaříditi, opakovati z let předešlých neustále nejdůležitější věci, obzvláště věci potřebné k nové látce, a konečně rozříditi si úlohy od nejjednodušších k složitějším.

Jaký druh chyb nás v tomto případě musí zajímati? Jsou to chyby, které i při sebe důkladnějším výkladu látky a jejím náležitém procvičení se někdy hromadně vyskytují. Chyby ty jsou psychologicky motivovány a možno jich použití ke studiu psychologickému. Dokonalá znalost látky a obezřetná pozornost skoro vylučuje možnost chyb. Postup myšlení u různých osob je zcela speciální i za zcela stejných podmínek. Proto je velmi zajímavé hledati skutečné příčiny chybných pochodů myšlenkových a psychologicky je vysvětliti. A jest to právě vyučování matematice, kde se nám na tomto poli nabízí tolik materiálu ke studiu a průzkumu, že si toho nejsme ani plně vědomi a jest tedy zde rozsáhlé pole, čekající na svědomité pracovníky!

V dalších člancích budeme se zabývati chybami uvedeného druhu a uvedeme si přehledně některé jejich typy. Dále musí býti zmínka o hromadném jejich výskytu a rozboru po ohodnocení výsledků při písemném zkoušení, aby při něm byla zaručena maximální míra objektivnosti. Je to pracovní pole, kde se střetne současně několik věd a nauk, jinak sobě dosti cizích. Pomůcka ta je jistě stejně závažná, jako je theorie nejmenších čtverců v praktickém měření vůbec! Jestliže nám žáci svými písemnými pracemi předkládají někdy skutečné rebusy a hádanky všeho druhu, je naopak pro oživení vyučování vhodné uvésti občas mimochodem nějaká sofismata, ať aritmetická nebo geometrická, jichž užíváme pro pobavení a zkoušku pozornosti svého společníka nebo čtenáře. Tam chyby jsou obvykle zcela charakteristické, textem nebo chybným zobrazením zastřené.