

Augustin Žáček; Václav Petržílka

Metoda k měření koeficientu vzájemné indukce

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 2, 99--112

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122751>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1930

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Metoda k měření koeficientu vzájemné indukce.\*)

*August Žáček a Václav Petržlka.*

K získání střídavých napětí malé, dané amplitudy hodí se dvě cívky o známé vzájemné indukci, které mají proti potenciometru tu přednost, že se u nich téměř nevyskytují rušivé vlivy kapacitních proudů. Stanovení vzájemné indukce provádíme při tom takto: Ze sekundární cívky a otočného kondensátoru utvoříme oscilační kruh, který uvedeme do resonance s frekvencí proudu v primární cívice. Pak pro koeficient vzájemné indukce platí vzorec (4). Při jeho odvození nebylo však přihlíženo k vlastním kapacitám obou cívek, proto koeficient  $L_{12}^{(2)}$  vzájemné indukce měřený podle vzorce (4) závisí na frekvenci. Pro tuto závislost odvodili jsme vzorec (16).

V experimentální části je popsáno měrné uspořádání a obraty, jichž bylo třeba k odstranění rušivých vlivů přirozených kapacit. Je určena přesnost měření a obor měřitelných hodnot  $L_{12}$ . Je experimentálně potvrzena teoretická závislost vzájemné indukce na vzdálenosti obou cívek, rovněž je potvrzena v teoretické části odvozená závislost koeficientu  $L_{12}^{(2)}$  jednak na frekvenci užitého proudu, jednak na vlastních frekvencích obou cívek.

**Úvod.** Při mnohých měřeních slaboproudové techniky (při vyšetřování zesilovačů a přijímačů, cejchování lampových voltmetrů atd.) vyskytá se častokráte potřeba malých střídavých napětí známé amplitudy. Tato napětí možno získati buď potenciometrem, nebo dvěma cívkami o známé vzájemné indukci. Potenciometr má přednost potud, že lze jej cejchovati stejnosměrným proudem; zato však je jeho velkou nevýhodou, že výsledky měření bývají velmi často zatíženy značnými chybami, užíváme-li ho potom pro střídavé proudy; tyto chyby jsou způsobovány nekontrolovatelnými kapacitními proudy. Na tuto okolnost poukázali již H. G. Möller a E. Schrader<sup>1)</sup> a na několika příkladech ukázali, jak značnou chybu mohou kapacitní proudy způsobovati. Tyto chyby se téměř nevyskytují, užíváme-li k získání slabých střídavých napětí dvou cívek o známé vzájemné indukci; ovšem tato metoda má zase nevýhodu, že je nutno cejchovati uspořádání střídavým proudem. V citované práci uvádějí autoři k cejchování tohoto uspořádání metodu, již lze užiti i při velmi malých vzájemných indukcích.

\*) Vyjde zároveň v Jahrb. d. drahtl. Telegraphie u. Telephonie.

<sup>1)</sup> H. G. Möller und E. Schrader: Über die Herstellung kleiner Wechselspannungen von bekannter Amplitude. Jahrb. d. drahtl. Electr. u. Teleph. 22. sv., str. 56 (1923).

Princip metody je tento: má se stanoviti vzájemná indukce  $L_{12}$  dvou cívek  $L_1$  a  $L_2$  v závislosti na vzdálenosti  $x$  obou cívek (měřené od středů obou cívek). K tomu konci navineme z velmi tenkého drátu malou cívečku  $L'_2$  a sice v opačném smyslu než je smysl závitů cívky  $L_2$  a umístíme ji do středu cívky  $L_1$ , již připojíme k zdroji střídavého napětí stálé frekvence. Cívku  $L'_2$  spojíme s cívkou  $L_2$  do serie a tuto kombinaci připojíme k zesilovači. Poněvadž závity cívek  $L_2$  a  $L'_2$  jsou vinuty v opačném smyslu, působí na mřížku zesilovače rozdíl napětí indukovaných v nich cívkou  $L_1$ . Nato posuneme cívku  $L_2$  až do vzdálenosti  $x$ , kdy telefon zesilovače přestane zníti. Pak je napětí indukované v cívce  $L_2$  rovno napětí indukovanému v cívce  $L'_2$  a to je zároveň úměrno počtu  $n$  závitů cívky  $L'_2$ . Nato postupně odvíjíme s cívkou  $L'_2$  závit po závitě a poznamenáme si pro každý počet závitů příslušnou polohu  $x$ , kdy telefon přestane zníti. Znázorníme-li výsledek pozorování graficky, dostaneme křivku  $n(x)$ , jejíž ordináty jsou úměrny ordinátám hledané cejchovní křivky  $L_{12}(x)$ . Abychom stanovili faktor úměrnosti mezi  $n$  a  $L_{12}$ , je nutno pro určitou vzdálenost  $x$ , již odpovídá určité  $n$ , stanoviti některou jinou metodou vzájemnou indukci  $L_{12}$ . Těchto metod existuje celá řada (resonanční metoda, měření  $\mathcal{E}_2$  a  $\mathcal{E}_1$ , nebo měření  $\mathcal{E}_2$  a  $\mathcal{I}_1$ , metoda Wheatstoneova mostu); ovšem všechny dávají spolehlivé výsledky jen při větších hodnotách vzájemných indukci.

Popsaná metoda, jak je z uvedeného patrno, dovoluje měřiti pouze relativní hodnoty vzájemných indukci pro různé vzdálenosti obou cívek. Vedle toho je nutno jinou metodou určití aspoň pro jednu vzdálenost, pro niž koeficient vzájemné indukce má dosti velikou hodnotu, tento koeficient přímo.

Proto jsme vypracovali jednoduchou, direktní metodu, která dovoluje měřiti vzájemné indukce v širokých mezích, a to i pro hodnoty velmi nepatrné (řádově desítky centimetrů). Při tom výsledky této metody jsou velmi přesné.

### Část teoretická.

**Princip a popis metody.** Úlohou je stanoviti vzájemnou indukci  $L_{12}^{(2)}$  cívek  $L_1$  a  $L_2$ . Za tím účelem připojíme cívku  $L_1$  přes ampermetr k zdroji střídavého napětí známé frekvence  $\omega$  (viz obr. 1). Z cívky  $L_2$  a otočného kondensátoru o kapacitě  $C_2$  utvoříme sekundární kruh, jehož úhrnný ohmický odpor při dané frekvenci označíme  $R_2$ . Proud  $\mathcal{I}_2$  v sekundárním kruhu měříme termoelementem  $Th$  zařazeným do středu cívky  $L_2$ . Důvodem pro toto symetrické uspořádání je snaha odstraniti rušivé vlivy nedefinovaných kapacitních proudů, jak je o tom pojednáno zevrubněji v experimentální části práce.

Proud  $I_1$  protékající cívkou  $L_1$ , indukuje v sekundární cívce  $L_2$  elektromotorickou sílu o (komplexní) amplitudě:

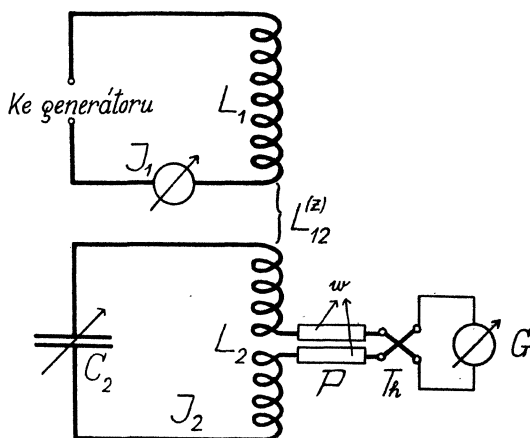
$$\mathcal{E}_2 = j\omega L_{12}^{(z)} \mathfrak{I}_1. \quad (1)$$

Pro sekundární kruh platí podle Kirchoffova zákona rovnice (v symbolickém označení)

$$R_2 \mathfrak{I}_2 = j\omega L_{12}^{(z)} \mathfrak{I}_1 - j\omega L_2 \mathfrak{I}_2 - \frac{1}{j\omega C_2} \mathfrak{I}_2$$

čili

$$R_2 \mathfrak{I}_2 = j\omega L_{12}^{(z)} \mathfrak{I}_1 - j\omega L_2 \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_2 C_2}\right) \mathfrak{I}_2. \quad (2)$$



Obr. 1.

Otočným kondensátorem naladíme sekundární kruh na frekvenci  $\omega$ , takže platí  $\omega^2 = \frac{1}{L_2 C_2}$ . Pak se rovnice (2) redukuje na tvar

$$R_2 \mathfrak{I}_2 = j\omega L_{12}^{(z)} \mathfrak{I}_1. \quad (3)$$

Přejdeme-li k absolutním hodnotám a zavedeme-li efektivní intesity, dostáváme pro hledaný koeficient vzájemné indukce obou cívek jednoduchý vzorec

$$L_{12}^{(z)} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{R_2}{\omega}. \quad (4)$$

Měníme-li vzdálenost obou cívek a odečteme-li pro každou polohu cívek proud  $I_1$  na ampermetru primárního kruhu a proud  $I_2$  v termoelementu sekundárního kruhu, dostáváme z předešlé

formule  $L_{12}^{(z)}$  jakožto funkci vzdálenosti obou cívek, t. j. cejchovní křivku uspořádání. Udržíme-li při tom frekvenci  $\omega$  konstantní, zůstává také  $R_2$  konstantní, rovněž resonance sekundárního kruhu se nemění, takže stanovení cejchovní křivky se redukuje na stanovení poměru  $I_2/I_1$ , jestliže předem byl stanoven faktor  $R_2/\omega$ .

Určení celkového odporu  $R_2$  je velice snadné a provádí se současně s určením  $L_{12}^{(z)}$  tímto způsobem: pro určitou vzájemnou posici obou cívek stanovíme proudy  $I_1$  a  $I_2$  v primárním resp. sekundárním kruhu. Nato do dvojitého přepínače  $P$  (ve vedení od středu cívky k termoelementu) vložíme neinduktivní odpor  $w$  známé velikosti a stanovíme opět proudy v obou kruzích  $I_1$  resp.  $I_2$ . Podle rovnice (4) dostáváme pro tyto případy vztahy

$$\begin{aligned} R_2 I_2 &= \omega L_{12}^{(z)} I_1, \\ (R_2 + w) I_2 &= \omega L_{12}^{(z)} I_1. \end{aligned}$$

Dělením obou rovnic vypadne neznámé  $L_{12}^{(z)}$ , takže dostáváme

$$R_2 = \frac{w}{\frac{I_2}{I_2} \cdot \frac{I_1}{I_1} - 1}. \quad (5)$$

Stanovení odporu  $R_2$  lze užitím této formule prováděti při libovolné vazbě obou kruhů až do vazby kritické. Provádíme-li je při vazbě extrémně volné, zůstává proud v primárním kruhu nezměněn ( $I_1 = I_1$ ) a výraz pro odpor se zjednoduší na

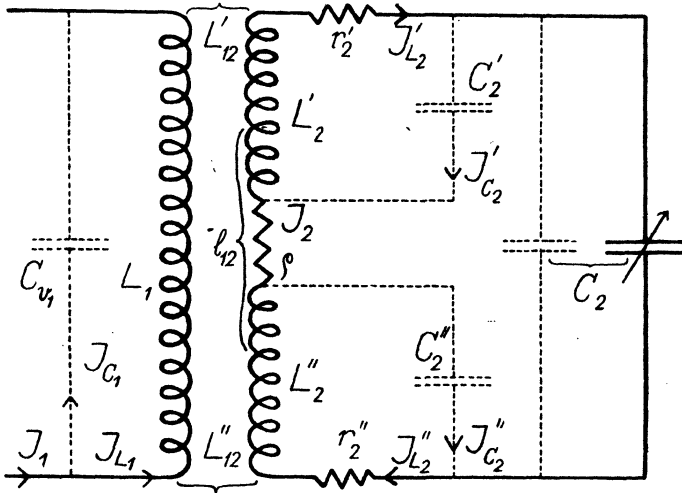
$$R_2 = \frac{w}{\frac{I_2}{I_2} - 1}. \quad (6)$$

Dosadíme-li vypočítaný výraz za  $R_2$  do formule (4), dostáváme

$$L_{12}^{(z)} = \frac{1}{\omega} \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{w}{\frac{I_2}{I_2} \frac{I_1}{I_1} - 1}. \quad (7)$$

**Zdánlivá závislost koeficientu vzájemné indukce na frekvenci.** Podle definice koeficientu vzájemné indukce nemá vzájemná indukce záviseti na frekvenci střídavého proudu k měření užitého. Měříme-li však vzájemnou indukci popsanou metodou, zjistíme, že koeficient vzájemné indukce s rostoucí frekvencí roste. Tuto zdánlivou závislost koeficientu vzájemné indukce na frekvenci lze existencí vlastních kapacit cívek nejen kvalitativně vyložiti, nýbrž také kvantitativně stanoviti. Poněvadž totiž užití cívky mají vlastní kapacity, měří nám do kruhů zařazené stroje nejen proudy  $I_{L_1}$  a  $I_{L_2}$ , protékající závití cívek  $L_1$  a  $L_2$ .

nýbrž také proudy  $I_{C_1}$  a  $I_{C_2}$ , protékající jich vlastními kapacitami. Ve vzorci (4), resp. (7) nebyl však brán zřetel k vlastním kapacitám cívek a nedávají nám proto tyto vzorce hodnotu skutečné vzájemné indukce, nýbrž pouze hodnotu zdánlivou, kterou jsme proto označili znakem  $L_{12}^{(2)}$ . Abychom stanovili skutečnou vzájemnou indukci, třeba přihlížeti i k proudům kapacitním. Výpočet provedeme pro uspořádání, jehož jsme při svých měřeních užívali, a které je zakresleno v obr. 2, v němž jsou vlastní kapacity cívek naznačeny čárkovaně.



Obr. 2.

Aplikujeme-li na toto uspořádání Kirchhoffovy zákony, dostáváme systém těchto rovnic (v symbolickém označení):

$$r'_2 \mathfrak{S}'_{L_2} = j\omega L'_{12} \mathfrak{S}_{L_1} - j\omega l_{12} \mathfrak{S}''_{L_2} - j\omega L'_2 \mathfrak{S}'_{L_2} - \frac{1}{j\omega C'_2} \mathfrak{S}'_{C_2}, \quad (8)$$

$$r''_2 \mathfrak{S}''_{L_2} = j\omega L''_{12} \mathfrak{S}_{L_1} - j\omega l_{12} \mathfrak{S}'_{L_2} - j\omega L''_2 \mathfrak{S}''_{L_2} - \frac{1}{j\omega C''_2} \mathfrak{S}''_{C_2}, \quad (9)$$

$$\rho \mathfrak{S}_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \mathfrak{S}_2 - \frac{1}{j\omega C'_2} \mathfrak{S}'_{C_2} - \frac{1}{j\omega C''_2} \mathfrak{S}''_{C_2} = 0, \quad (10)$$

$$\mathfrak{S}_2 = \mathfrak{S}'_{L_2} - \mathfrak{S}'_{C_2} = \mathfrak{S}''_{L_2} - \mathfrak{S}''_{C_2}. \quad (11)$$

Význam písmen je patrný z obr. 2;  $r'_2$ ,  $r''_2$  jsou odpory polovin sekundární cívky,  $\rho$  odpor termoelementu zařazeného do středu sekundární cívky. Ježto obě poloviny cívek byly v každém směru

úplně identické, jest

$$\mathfrak{F}'_{L_2} = \mathfrak{F}''_{L_2} = \mathfrak{F}_{L_2}, \quad \mathfrak{F}'_{C_2} = \mathfrak{F}''_{C_2} = \mathfrak{F}_{C_2}, \quad C'_2 = C''_2.$$

Pišme dále

$$r = r'_2 + r''_2, \quad \frac{1}{C_{r_2}} = \frac{1}{C'_2} + \frac{1}{C''_2},$$

$$L_2 = L'_2 + L''_2 + 2l_{12}, \quad L_{12} = L'_{12} + L''_{12}.$$

Sečteme-li rovnice (8) a (9), dostáváme

$$r\mathfrak{F}_{L_2} = j\omega L_{12}\mathfrak{F}_{L_1} - j\omega L_2\mathfrak{F}_{L_2} - \frac{1}{j\omega C_{r_2}}\mathfrak{F}_{C_2}. \quad (12)$$

Vypočítáme-li z rovnic (10) a (11)  $\mathfrak{F}_{L_2}$  a  $\mathfrak{F}_{C_2}$ , a dosadíme-li tyto hodnoty do rovnice (12), máme po jednoduché úpravě

$$j\omega L_{12}\mathfrak{F}_{L_1} = \left[ r \left( 1 + \frac{C_{r_2}}{C_2} \right) + \varrho (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2}) \right] \mathfrak{F}_2 +$$

$$+ j\omega \left[ L_2 \left( 1 + \frac{C_{r_2}}{C_2} \right) - \frac{1}{\omega^2 C_2} + r\varrho C_{r_2} \right] \mathfrak{F}_2.$$

Uvedeme-li kapacitou  $C_2$  sekundární kruh do resonance s frekvencí  $\omega$ , vypadne na pravé straně rovnice imaginární člen, takže dostáváme

$$j\omega L_{12}\mathfrak{F}_{L_1} = \mathfrak{F}_2 [r (1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}) + \varrho (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2})], \quad (13)$$

neboť při resonanci přibližně platí  $\omega^2 \doteq \frac{1}{L_2 C_2}$ .

Podobně pro primární cívku platí rovnice

$$\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_{L_1} + \mathfrak{F}_{C_1} \cdot \frac{1}{j\omega C_{r_1}} \mathfrak{F}_{C_1} = j\omega L_1 \mathfrak{F}_{L_1},$$

z čehož plyne

$$\mathfrak{F}_{L_1} = \frac{\mathfrak{F}_1}{(1 - \omega^2 L_1 C_{r_1})};$$

při tom jsme zanedbali ohmický odpor primární cívky. Dosadíme-li tuto hodnotu do rovnice (13) a přejdeme-li k absolutním hodnotám, dostáváme

$$L_{12} = \frac{1}{\omega} \frac{I_2}{I_1} [r (1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}) + \varrho (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2})] [1 - \omega^2 L_1 C_{r_1}]. \quad (14)$$

Veličinu  $[r (1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}) + \varrho (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2})]$  stanovíme týmž způsobem, jako jsme stanovili  $R_2$  ve vzorci (4). Pro určitou pozici cívek stanovíme proudy  $I_1$  a  $I_2$  v primárním a sekundárním kruhu, pak zvětšíme odpor  $\varrho$  o známý neinduktivní odpor  $w$  a odečteme opět v obou kruzích proudy  $I_1$  a  $I_2$ . Z rovnice (14) a jí analogické

rovnice

$$L_{12} = \frac{1}{\omega} \frac{\bar{I}_2}{I_1} [r (1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}) + (\varrho + w) (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2})] [1 - \omega^2 L_1 C_{v_1}]$$

vypočteme

$$r (1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}) + \varrho (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2}) = \frac{w (1 - \omega^2 L_2 C_{v_1})}{\frac{\bar{I}_2}{I_2} \cdot \frac{\bar{I}_1}{I_1} - 1}. \quad (15)$$

Dosadíme-li tuto hodnotu do rovnice (14), dostáváme

$$L_{12} = \frac{1}{\omega} \frac{I_2}{I_1} \frac{w}{\frac{\bar{I}_2}{I_2} \cdot \frac{\bar{I}_1}{I_1} - 1} (1 - \omega^2 L_1 C_{v_1}) (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2}).$$

Srovnáme-li tuto rovnici s rovnicí (7), dostáváme pro zdánlivou závislost koeficientu vzájemné indukce na frekvenci vztah

$$L_{12}^{(2)} = \frac{L_{12}}{(1 - \omega^2 L_1 C_{v_1}) (1 - \omega^2 L_2 C_{r_2})} \doteq L_{12} [1 + \omega^2 (L_1 C_{v_1} + L_2 C_{r_2})]. \quad (16)$$

Korekční člen  $\omega^2 (L_1 C_{v_1} + L_2 C_{r_2})$  ve formuli (16) závisí, jak patrně, jednak na frekvenci  $\omega$ , při níž se měření dalo, jednak na vlastních frekvencích obou cívek.

Poznámka: Jak z formule (15) je viděti, neměříme popsaným postupem skutečný ohmický odpor sekundárního kruhu, nýbrž veličinu

$$\varrho + r \frac{1 + \omega^2 L_2 C_{r_2}}{1 - \omega^2 L_2 C_{r_2}},$$

kteřá pouze v případě, že korekční členy jsou malé, rovná se úhrnnému ohmickému odporu  $r + \varrho$  sekundárního kruhu.

### Experimentální část.

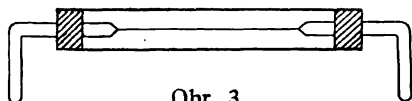
**Popis uspořádání.** Abychom ukázali praktickou upotřebitelnost popsané metody pro měření koeficientu vzájemné indukce, dále stanovili jednak přesnost, které lze při ní dosáhnouti, jednak obor hodnot  $L_{12}$ , pro který se hodí, provedli jsme popsanou metodou řadu měření. Při tom jsme našli také nejvhodnější uspořádání, při němž bylo možno odstraniti rušivé vlivy, způsobené přirozenými, nedefinovanými kapacitami mezi jednotlivými částmi aparatury.

Užité uspořádání se skládá ze dvou cívek na dosti vysokých ebonitových stativcích. První cívka je pevná; všechny aparáty sekundárního kruhu jsou namontovány na prkenné podložce,



jež se může pohybovati po dřevěných saních, takže je možno pohodlně měniti vzdálenost obou cívek. Primární cívka  $L_1$  má 13 závitů vysokofrekventního lanka v jediné vrstvě; byla připojena přes precizní tepelný ampermetr (do 0·5 amp.) oloveným káblem k lampovému generátoru, umístěnému ve vzdálenosti několika metrů. Plášť káblu byl připojen k vodovodu, rovněž lampový generátor byl opatřen kovovým obalem.

Sekundární kruh (viz obr. 1) se skládá z cívky  $L_2$  s 35 závitů měděného neisolovaného drátu, řídkce vinutými v jedné vrstvě. Cívka byla rozdělena na dvě stejné poloviny. Vnitřní konce obou polovičních cívek byly spojeny velmi krátkými, blízkými a paralelními přívody přes dvojitý rtuťový vypínač k vakuovému termoelementu fy Siemens & Halske (odpor topného drátu 8·3 ohm, voltová citlivost: 1·38 milivolt pro 10 miliampér v topném drátku). K termoelementu byl připojen direktně ukazující galvanometr  $G$  s cívkou na závěse (citlivosti řádu  $10^{-8}$ ). Dvojitý vypínač  $P$  byl tvořen 4 skleněnými nádobkami se rtuťí na ebonitové podložce; do nádobek se vkládaly buď měděné dráty ve tvaru U, spojující cívku s termoelementem nebo neinduktivní přídavné odpory  $w$ .



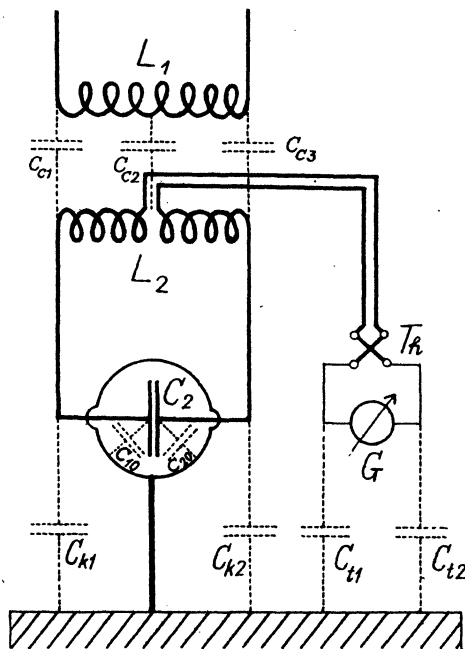
Obr. 3.

Tyto odpory (viz obr. 3) byly zhotoveny ze skleněných trubiček s korkovými zátkami, do nichž byly zasazeny silné měděné přívody, mezi které byl přiletován konstantanový drátek průměru 0·1 mm, takže bylo možno stanoviti hodnoty odporů stejnosměrným proudem; délka přívodů byla volena tak, aby se daly vkládati do vypínače  $P$ . K ladění sekundárního kruhu jsme užívali normálního kondensátoru podle vzoru P. T. R., při čemž oba systémy desek byly izolovány od kovového obalu, který byl vodivě spojen se zemí. Mezi obal kondensátoru a jeden z obou systémů desek byl připojen přídavný proměnlivý kondensátor malé kapacity; jeho účel vysvitne z vývodů další kapitoly.

**Bušivé vlivy přirozených kapacit při vysokofrekventních měřných uspořádáních.** Na rušivý vliv přirozených kapacit mezi jednotlivými částmi vysokofrekventních měřných uspořádání a na rušivý vliv kapacit vůči zemi upozornili již Giebe a Alberti<sup>2)</sup> a podali zároveň návod, jak jej odstraňovati. Také při

<sup>2)</sup> E. Giebe und E. Alberti: Störende Kapazitätswirkungen bei Hochfrequenzmessungen. Jahrb. d. drahtl. Telegr. und Teleph. 16 sv., str. 242 (1920).

našich měřeních se tento vliv zprvu velmi rušivě objevoval. Při předběžných měřeních nebyl totiž termoelement  $Th$  s vypínačem  $P$  zařazen do středu cívky  $L_2$ , nýbrž mezi jeden konec cívky a kondensátor, jehož jeden systém desek byl vodivě spojen s obalem. Při tom byla výchylka galvanometru podstatně různá podle toho, do které větve sekundárního kruhu byl termoelement zařazen, resp.



Obr. 4.

výchylky před a po komutaci přívodů vedoucích ke kondensátoru se od sebe podstatně lišily. Tento zjev lze vyložit kapacitními proudy protékajícími nesymetricky rozdělenými, přirozenými kapacitami při nesymetricky zařazeném termoelementu do sekundárního kruhu. Abychom tento rušivý vliv odstranili, zařadili jsme termoelement do středu cívky (viz obr. 4). Tím se rušivý vliv přirozených kapacit skutečně značně snížil; kdežto v původním uspořádání lišily se výchylky galvanometru až o 30%, klesl při symetrickém zařazení termoelementu rozdíl výchylek před a po komutaci přívodů ke kondensátoru již pouze asi na 5%. Tudíž symetrické zařazení termoelementu do středu cívky rušivý vliv sice snížil, ale k úplnému jeho odstranění nestačí. Zůstává ještě různost

kapacit mezi systémy desek ladicího kondensátoru vůči obalu a obalu vůči zemi.

V obr. 4 jsou naznačeny čárkovaně jednak přirozené kapacity mezi jednotlivými částmi měrného uspořádání, jednak mezi uspořádáním a zemí. Těmito kapacitami tekoucí proudy se překládají přes proudy indukované a způsobují právě pozorovaný rozdíl výchylek. Symetrickým zařazením termoelementu do sekundárního kruhu odstraníme rušivý vliv kapacit  $c_{e1}$ ,  $c_{e2}$ ,  $c_{e3}$ ,  $C_{i1}$ ,  $C_{i2}$ . Vedle toho však uplatňují svůj rušivý vliv stále ještě kapacity  $c_{10}$  a  $c_{20}$  mezi jednotlivými systémy desek a obalem kondensátoru, resp. kapacity  $C_{k1}$  a  $C_{k2}$  mezi kondensátorem a zemí. Abychom také tyto vlivy odstranili, isolovali jsme oba systémy desek od obalu, který jsme mimo to ještě spojili vodivě se zemí. Tím se stalo uspořádání opět symetričtější, ale ani tento krok nevedl ještě úplně k cíli; bylo ještě nutno odstraniti rušivý vliv způsobený růzností kapacit  $c_{10}$  a  $c_{20}$  mezi jednotlivými systémy desek a obalem kondensátoru. U užitého normálního kondensátoru je totiž kapacita mezi jedním systémem desek a obalem  $71 \mu\mu F$ , mezi druhým systémem a obalem  $95 \mu\mu F$ . Abychom odstranili i tento poslední zbytek nesymetrie, zařadili jsme mezi kovový obal kondensátoru a onen systém desek, který měl menší kapacitu vůči obalu, malý, proměnlivý, přídavný kondensátor vhodné kapacity. Jeho velikost bylo stanoviti zkusmo. Správnost předpokladu, že rozdílnost výchylek před a po komutaci přívodů jest způsobena růzností kapacit mezi jednotlivými systémy desek a obalem kondensátoru, plyne z následujícího: bez přídavného kondensátoru byla na př. výchylka před komutací větší než po komutaci. Připojili-li jsme uvedeným způsobem přídavný kondensátor, bylo možno změnou jeho kapacity dosáhnouti toho, že výchylka před komutací byla menší než po komutaci. Vhodnou volbou kapacity přídavného kondensátoru bylo pak možno docílití toho, že výchylka před i po komutaci je úplně táž. To je patrné z tabulky č. 1. Teprve posléze popsaným obratem stalo se celé uspořádání úplně symetrickým a tím byl zároveň úplně odstraněn rušivý vliv přirozených kapacit.

Tabulka 1.

Kapacita přídavného kondensátoru v dílcích jeho škály . . . .	0°	30°	45°	60°
Výchylka $\alpha_1$ galvanometru $G$ před komutací . . . . .	110·0	107·8	106·6	105·4
Výchylka $\alpha_2$ galvanometru $G$ po komutaci . . . . .	103·0	105·6	106·8	107·8

**Přesnost měření a obor měřitelných vzájemných indukcií.** a) Výpočet koeficientu vzájemné indukce provádíme podle vzorce (4).

Abychom stanovili přesnost měření, všimněme si, s jakou přesností možno stanovit jednotlivé veličiny ve vzorci vystupující.

Frekvenci  $\omega$  lze pomocí křemenných rezonátorů určit s neobyčejně velkou přesností. Při svých měřeních měli jsme k dispozici pouze obyčejný vlnoměr, kde přesnost nepřesahuje 1%.

Abychom za daných poměrů určovali odpor  $R_2$  s přesností pokud možno největší, měřili jsme jej vždy při velmi volné vazbě podle vzorce (6), v němž vystupují pouze proudy v sekundárním kruhu. Měříme-li tyto proudy termoelementem s kvadratickou závislostí (jak tomu v našem případě skutečně bylo), nezávisí určení odporu  $R_2$  od kalibrace termoelementu, nýbrž je dáno pouze poměrem odmocnin z výchylek galvanometru. Abychom stanovili přesnost, které lze při měření odporu  $R_2$  dosáhnouti, prováděli jsme měření pro celou řadu různých přídavných odporů  $w$ . Výsledky měření lišily se od střední hodnoty maximálně o 0.5%.

Přesnost faktoru  $I_2/I_1$  závisí na přesnosti údajů ampermetru v primárním a galvanometru v sekundárním kruhu. Abychom pracovali v různých oborech škál těchto strojů, určovali jsme tento poměr pro různé hodnoty primárního proudu. Výsledné hodnoty poměru  $I_2/I_1$  lišily se maximálně o 0.75% od středu.

Shrneme-li tedy chyby při měření jednotlivých faktorů, vidíme, že popsanou metodou lze stanovit  $L_{12}^{(2)}$  s přesností asi 1.2%, určujeme-li frekvenci  $\omega$  zcela přesně; v našem případě, kde jsme  $\omega$  stanovili jednoduchým vlnoměrem, je dosažitelná přesnost circa 2%.

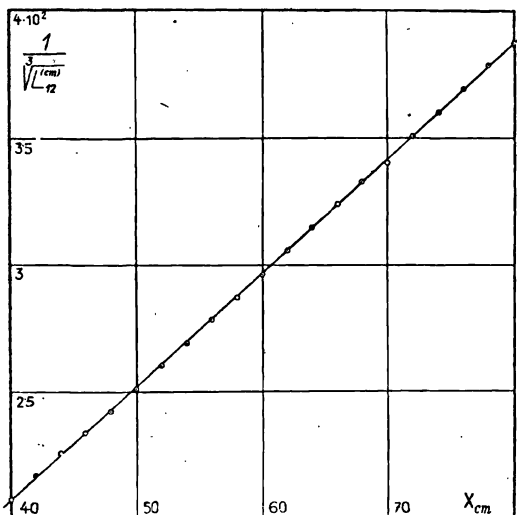
b) Popsanou metodou lze pohodlně měřit velké i malé vzájemné indukce; zvláštní význam má však tato metoda hlavně při měření malých vzájemných indukcí. Dolní hranice ještě měřitelných hodnot koeficientu  $L_{12}^{(2)}$  závisí hlavně na citlivosti termoelementu. V našem případě bylo možno termoelementem s připojeným přímočím ukazujícím galvanometrem měřit střídavé proudy řádu několika málo (asi 3) miliampér;  $I_1$  bylo řádu 0.5 amp.,  $\omega$  circa  $6.10^6$  Hertz, takže bylo možno pohodlně stanovit vzájemné indukce až k hodnotám circa 10 cm.

**Závislost vzájemné indukce na vzdálenosti cívek.** Ze vzorců pro koeficient vzájemné indukce odvozených teoreticky vyplývá, že  $L_{12}$  je přibližně nepřímo úměrno třetí mocnině vzdálenosti obou cívek  $x$ , čili že

$$L_{12} \propto \frac{1}{x^3} \text{ resp. } x \propto \frac{1}{\sqrt{L_{12}}} \quad (17)$$

Že tento vztah je splněn v širokém oboru vzdáleností obou cívek, potvrdili jsme experimentem. Ježto podle vzorce (4) jest  $L_{12} \propto I_2/I_1$  (pro konstantní  $\omega$ ), stačí pro studium závislosti  $L_{12}$  na vzdálenosti

stanoviti pro každou vzdálenost  $x$  tento podíl. Měření byla provedena pro  $\lambda = 375 \text{ m}$ , při čemž  $R_2 = 12.03 \ \Omega$ , a pro vzdálenosti obou cívek mezi  $38 \text{ cm}$  a  $80 \text{ cm}$  (měřené od středů obou cívek), při tom vzdálenosti  $x = 38 \text{ cm}$  odpovídala vzájemná indukce  $L_{12} = 106.7 \text{ cm}$ , vzdálenosti  $x = 80 \text{ cm}$   $L_{12} = 14.6 \text{ cm}$ . Hodnoty získané měřením a vypočtené podle vzorce (4) jsou zakresleny do obr. 5, z něhož je patrné, že lineární vztah mezi  $x$  a reciprokou



Obr. 5.

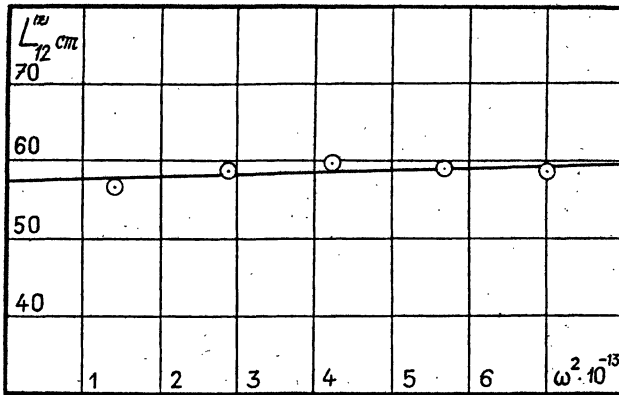
hodnotou veličiny  $\sqrt[3]{L_{12}}$  jest splněn velmi přesně. Tento fakt má značnou důležitost pro cejchování užitého uspořádání, neboť pro určité dané  $x$  lze  $L_{12}$  z grafu přímo odečísti.

**Zdánlivá závislost vzájemné indukce na frekvenci.** V teoretické části odvodili jsme pro zdánlivou závislost vzájemné indukce na frekvenci vzorec (16) a ukázali, jak korekční členy závisí na vlastních frekvencích obou cívek. Abychom verifikovali správnost tohoto vzorce, provedli jsme při stálé vzdálenosti obou cívek ( $x = 43.5 \text{ cm}$ ) měření vzájemné indukce pro různé vlnové délky v rozsahu  $\lambda = 225 \text{ m}$  až  $500 \text{ m}$ . Výsledky měření jsou sestaveny v tabulce 2, graficky pak v obr. 6. Kolečka kolem jednotlivých bodů udávají maximální možnou chybu naměřené hodnoty  $L_{12}^{(2)}$ , t. j. asi 2%.

Tabulka 2.

$\lambda$ m	$\omega^2 \cdot 10^{-13}$	$R_2 \Omega$	$L_{12}^{(2)} \text{cm}$
500	1.42	11.65	56.8 <sub>2</sub>
350	2.90	12.21	58.8 <sub>0</sub>
290	4.22 <sub>5</sub>	12.54	59.8 <sub>2</sub>
250	5.68 <sub>5</sub>	12.64	58.9 <sub>5</sub>
225	7.01 <sub>8</sub>	12.74	58.5 <sub>1</sub>

Velikost výrazů  $L_1 C_{v_1}$  a  $L_2 C_{v_2}$  vyskytujících se ve vzorci (16) stanovili jsme obdobným způsobem, jako se určují vlastní



Obr. 6.

kapacity cívek. Utvořili jsme z cívky  $L_1$  a otočného kondensátoru  $C_1$  oscilační kruh, který jsme velmi volně spráhlí s lampovým generátorem. Kondensátorem  $C_1$  jsme naladili kruh na frekvenci generátoru; toto měření jsme opakovali pro celou řadu frekvencí. Značí-li  $C_{v_1}$  vlastní kapacitu cívky  $L_1$ ,  $\lambda$  vlnovou délku,  $C_1$  jí odpovídající rezonanční kapacitu a  $v$  rychlost světla, platí vztah

$$\lambda^2 = 4\pi^2 v^2 L_1 (C_1 + C_{v_1}).$$

Klademe-li  $\lambda^2 = y$ ,  $C_1 = z$ , dostaneme rovnici přímky

$$y = Az + B,$$

kde koeficienty jsou dány výrazy

$$A = 4\pi^2 v^2 L_1, \quad B = 4\pi^2 v^2 L_1 C_{v_1}.$$

Korespondující hodnoty  $z$  a  $y$ , jež získáme měřením, zakreslíme do grafu a získanými body proložíme přímkou. Z grafu jsme našli

$$A = 9.34 \cdot 10^{13}, \quad B = 1.24 \cdot 10^3,$$

a z toho

$$L_1 C_{v_1} = 3.3 \cdot 10^{-16}.$$

Pro druhou cívku jsme týmž postupem našli

$$L_2 C_{v_2} = 1.2 \cdot 10^{-16},$$

kde  $C_{v_2}$  souvisí s vlastními kapacitami polovin cívky  $L_2$  (viz str. 104).

Závislost  $L_{12}^{(2)}$  podle rovnice (16) je znázorněna v obr. 6 přímkou, jejíž směrnice byla vypočítána pro hodnotu  $L_1 C_{v_1} + L_2 C_{v_2} = 4.5 \cdot 10^{-16}$ , která byla přímo změřena právě popsaným způsobem. Z obrázku vidíme, že měření v oboru pozorovacích chyb dobře splňuje početně odvozenou lineární závislost vzájemné indukce na frekvenci  $\omega$ ; rovněž je z obrázku patrné, že směrnici této lineární závislosti lze stanovit z vlastních frekvencí obou cívek, jak to bylo početně odvozeno rovnicí (16). V praxi ovšem netřeba k určení skutečného  $L_{12}$  přímého stanovení korekčního členu, nýbrž stačí provést měření  $L_{12}^{(2)}$  při dvou různých známých frekvencích  $\omega_1$  a  $\omega_2$ ; z rovnice (16) vypočteme pak z těchto 2 měření skutečný koeficient vzájemné indukce  $L_{12}$ .

*II. oddělení fyzikálního ústavu Karlovy university v Praze.*

\*

## Une méthode pour mesurer le coefficient d'induction mutuelle.

(Extrait de l'article précédent.)

Pour obtenir des voltages alternatifs d'une petite amplitude donnée, il est convenable d'employer deux bobines à induction mutuelle connue; ceci est préférable à la méthode du potentiomètre, les bobines ne présentant pas d'influence troublante des courants capacitifs. L'induction mutuelle est déterminée de la manière suivante: nous réunissons la bobine secondaire avec un condensateur variable à former un circuit oscillatoire, lequel nous mettons en résonance avec la fréquence du courant dans la bobine primaire. Alors, le coefficient d'induction mutuelle est donné par la formule (4). Mais en établissant cette formule, on n'a pas tenu compte des capacités propres des deux bobines, par conséquent le coefficient d'induction mutuelle, mesuré d'après (4), dépend de la fréquence. Pour cette dépendance, nous avons établi la formule (16).

Dans la partie expérimentale, nous décrivons l'arrangement des appareils de mesure ainsi que les artifices nécessaires pour éliminer l'influence troublante des capacités naturelles. On a déterminé la précision de mesure et le domaine des valeurs  $L_{12}$  mesurables. On a confirmé par l'expérience la dépendance théorique du coefficient  $L_{12}$  de la distance des deux bobines et la dépendance, établie dans la partie théorique, du coefficient  $L_{12}^{(2)}$  de la fréquence du courant employé d'une part, et, d'autre part, des fréquences propres des deux bobines.