Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Libický
Dvacet let teorie relativnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 56 (1927), No. 2, 106--131

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122723

Dvacet let teorie relativnosti.

Referuje *Ant. Libický.*

Roku 1915 vyšlo v »Annalen der Physik« pojednání od *Alb. Einsteina,* nadepsané »Zur Elektrodynamik bewegter Körper«, v němž položeny byly základy teorie relativnosti. Z malých počátků vznikla proslulá teorie, která během dvaceti let změnila naše nazírání na základní pojmy a zákony fysikální, která způsobila značný převrat v dalším vývinu a pokroku této vědy, která vedla k jasnějšímu a hlubšímu porozumění jejímu a byla příčinou nových studií a objevů. Mnozí posuzovali ji zprvu dosti skepticky, ale čím více ji poznávali, tím více cítili její sílu přesvědčivou, zvláště když byla častěji potvrzována zkušeností a dána jí taková vnitřní ucelenost, jakou se honosila fysika klasická.

Abych podal rozvoj, význam a důležitost této teorie, hodlám voliti tento postup:

1. vylíčím stručně, jak se vyvíjely hlavní principy a věty její, než dosáhly nynější definitivní formulace;
2. zmíním se o experimentálních potvrzeních teorie;
3. pojednám o námitkách, jež byly proti ní učiněny;
4. vytknu její význam a důležitost pro vědu fysikální.

Úkol ten jest nesnadný pro veliké množství látky sem spadající; proto nebylo lze dosíci nějaké úplnosti a bylo třeba omeziti se na věci podstatné a hlavní. Také není možno vyložiti obšírněji pojmy, postuláty a zákony, o nichž bude promluveno, nebo podati jejich odůvodnění; v této příčině musím odkázati k podrobnějším spisům, jednajícím o teorii relativnosti.[1])

Vývoj teorie. Abych vylíčil, jak teorie relativnosti se vyvíjela, propracovala a zdokonalovala, hodlám podati nejprve přehled hlavních zásad a zákonů jejích;[2]) při tom budu přihlížeti k tomu, kde jest hledati původ těchto principů a jaké byly změny, provedené v některých z nich, než byly ustáleny. Již z tohoto přehledu bude patrno, jak teorie ta pracemi četných badatelů byla přivedena k ta-

---

[1]) Z českých spisů doporučuji: *Fr. Záviška:* »Einsteinův princip relativnosti a teorie gravitační« (bude v dalším uváděn krátce »Záviška«); *Fr. Nachtikal:* »Princip relativity« (krátce »Nachtikal«); *Vl. Novák:* »Fysikální názor světový« (krátce »Novák«).

[2]) Při tomto přehledu použito bylo částečně *Chwolsonova* spisu »Die Evolution des Geistes der Physik 1873—1923«, str. 175—181.

kové výši, že zaujímá jedno z předních míst mezi teoriemi fysikálními; též buďe lze poznati, čím se liší od dosavadní teorie klasické a čím nad ni vyniká.

a) O prvním stadiu relativity (o teorii *speciální*) jsou platny tyto postuláty a věty:

1. Není ani absolutního klidu, ani absolutního pohybu těles; klid a pohyb jsou jen relativní, vzhledem k tělesům jiným.[3])

Na této větě založen jest první postulát teorie: Všechny děje fysikální probíhají úplně stejně, nechť je vztahujeme ke kterékoli ze všech soustav souřadných.

2. Druhý základní postulát *Einsteinův* zní: Rychlost světla ve všech soustavách, jichž relativní pohyb jest přímočarý a rovnoměrný, jest stálá. Tato rychlost jest největší ze všech možných rychlostí.

Oba tyto postuláty nalézáme po prvé v předmluvě k výše uvedenému pojednání *Einsteinově* »Zur Elektrodynamik bewegter Systeme«. Podnět k nim bylo vysvětlení známého pokusu *Michelsonova*,[4]) kterým bylo dokázáno, že na šíření světla nemá vlivu pohyb země. *H. A. Lorentz* ve své teorii elektrických a optických zjevů [5]) vyložil negativní výsledek pokusu Michelsonova na základě kontrakce délek (o níž bude níže promluveno); ale doznává sám, že *Einstein* vyslovením principu relativity podal správnější odůvodnění řečeného pokusu.

3. Není absolutního času světového; současnost, trvání a posloupnost časová zjevů jsou pojmy relativní. Každá ze soustav vztahových, jež se uvedeným způsobem navzájem pohybují, má svůj čas vlastní. Dva děje, které jsou současné v jedné soustavě, nejsou současné v soustavě jiné.

Již z toho vysvítá, že jest vhodno připojiti ke třem souřadnicím x, y, z (označeným též x_1, x_2, x_3), jimiž se stanoví poloha bodu v prostoru, čtvrtou (x_4), totiž dobu t. S těmito čtyřmi souřadnicemi setkáváme se po prvé u *Lorentze*;[6]) odtud přešly do základního pojednání *Einsteinova*. *H. Minkowski*[7]) dává časové souřadnici tvar $x_4 = ict$, kde $i = \sqrt{-1}$. Pro prvek křivky ds uvádí pak vzorec

$$ds^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + c^2dt^2. \qquad (1a)$$

---

[3]) Že není pohybu absolutního, vyslovil nejprve *E. Mach;* ve svém díle »Die Mechanik in ihrer Entwickelung« (4. vyd., str. 287) vyvrací všechny důvody, dosud uvedené pro existenci tohoto pohybu, a tvrdí, že nelze jej zkušeností dokázati.

[4]) *Záviška*, § 6, str. 31; *Nachtikal*, § 3, str. 11; *Novák*, str. 10.

[5]) V pojednáních: »Elektrische und optische Erscheinungen«, Leiden 1895; »Elektromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, německý překlad ve sbírce pojednání »H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski«, Leipzig und Berlin 1913.

[6]) V uvedeném pojednání »Elektrische und optische Erscheinungen«.

[7]) »Zwei Abhandlungen über die Grundleichungen der Elektrodynamik«; zvláštní otisk vyšel r. 1910 u Teubnera v Lipsku.

4. Rovnice, jimiž se transformují souřadnice soustavy S (relativně v klidu) na jinou soustavu S (hybnou), pocházejí též od *Lorentze* (odtud pojmenování transformace Lorentzova); *Einstein* dal jim známý tvar:

$$x' = \beta(x - vt),\ y' = y,\ z' = z,\ t' = \beta\left(t - \frac{v}{c^2}x\right), \qquad (2a)$$

značí-li $v\ (< c)$ rychlost soustavy S' ve směru osy X-ové, a $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (tudíž > 1).[8])

Z toho plyne pro totéž t

$$x'_1 - x'_2 = \beta(x_1 - x_2),$$

t. j. libovolná délka ($x_1 - x_2$, ležící ve směru pohybu) jest v soustavě čárkované βkrát menší než v S (kontrakce délek). Tudíž i rozměry tělesa jsou pojmy relativní; také tvar tělesa se pohybem mění. Koule o poloměru r přechází v elipsoid rotační o osách βr, r, r.

Podobně ze vzorců (2*a*) plyne pro totéž x

$$t'_1 - t'_2 = \beta(t_1 - t_2),$$

čímž určen jest rozdíl časový, zmíněný v odst. 3. (dilatace časová).

Přejdeme-li k velmi malým rozdílům, obdržíme z posledního vzorce

$$dt' = \beta dt,$$

z čehož

$$dt = dt' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (3)$$

V tomto vzorci t jest *Minkowskiho* čas vlastní (obecnější než *Lorentzův* čas místní); pro pozorovatele v klidu (v soustavě S) hodiny (nalézající se v soustavě S'), jež se pohybují vzhledem k němu rovnoměrně rychlostí v, jdou β-kráte pomaleji.

5. Hmota tělesa v soustavě hybné (vzhledem k pozorovateli) není stálá, nýbrž závislá na rychlosti v, jakou se těleso pohybuje. Je-li hmota klidová m_0, jest v soustavě hybné určena vzorcem

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.\text{[9])} \qquad (4)$$

---

[8]) Rovnicím těm lze dáti ještě jiné tvary; uvedeny jsou v mém článku »Kinematika teorie relativnosti«, Časopis mat. a fys., roč. 43, str. 64.

[9]) Tento vzorec nalézá se u *Einsteina* po prvé pro hmotu »transversální« ve zmíněném základním pojednání, uveřejněném v »Annalen der Physik«, sv. 17, 1905, str. 919). Později *Planck* ve svém pojednání »Zur Dynamik bewegter Systeme« (»Annalen der Physik« 1910, str. 749 ve sv. 32 a str. 649 ve sv. 33) přihlíží též k tomu, že každá hmota obsahuje v sobě jakési množství energie ve tvaru zářícího tepla; tudíž množství hmoty jest závislé i na teplotě její, kteroužto závislost *Planck* stanoví.

Z toho plyne: Je-li rychlost v větší, zvětšuje se také jeho hmota. Pohybuje-li se těleso relativně vzhledem k některé soustavě, musí naň působiti tím větší síla (aby dosaženo bylo určitého urychlení), čím větší jest jeho rychlost v.

6. Závislost hmoty setrvačné m na energii E dána jest vzorcem

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \doteq mc^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \ldots\right).^{10)} \qquad (5)$$

Pro $v = 0$ obdržíme pro klidovou energii tělesa hodnotu $E_0 = mc^2$; pro malé v vychází $E = E_0 + \frac{1}{2}mv^2$, kde druhý člen na pravé straně jest známá hodnota kinetické energie z teorie klasické. Tento výsledek má značnou důležitost; podle něho setrvačná hmota a energie jsou stejnorodé. Každá hmota má ohromnou zásobu energie mc^2; energie E_0 má hmotu $m = \frac{E_0}{c^2}$.

b) Teorie obecná. Počátek její lze klásti do roku 1908, kdy *Einstein* v právě (pod čarou) uvedeném pojednání »Über das Relativitätsprinzip etc.« probírá ke konci také otázku, je-li myslitelno, aby princip relativity, dosud platný pro pohyby rovnoměrné, nedal se rozšířiti na pohyby zrychlené; míní pak, že jest to možno. Tím položen jest základ k teorii obecné; hlavní zásady její jsou tyto:

1. První postulát rozšiřuje se na jakékoli vzájemné pohyby soustav souřadných (tedy připouští též obecné pohyby translační, rotační i šroubové); toto zobecnění vyjádřeno jest kovariancí[11]) fysikálních veličin vzhledem k transformacím n-tého řádu (a nikoli jen lineárním), při nichž výraz pro prvek křivky jest invariantní. Tento prvek má nyní tvar:

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{11}dx_1{}^2 + g_{22}dx_2{}^2 + g_{33}dx_3{}^2 + g_{44}dx_4{}^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \\ &\quad + 2g_{13}dx_1dx_3 + \ldots \\ &= \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4); \end{aligned} \qquad (1b)$$

v něm veličiny $g_{\mu\nu}$ (zvané gravitačními potenciály) jsou funkce souřadnic x_μ jež stanoví složky souměrného (ježto $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$) *tensoru základního* G. Tyto křivočaré (Gaussovy) souřadnice[12]) jsou obecnější než souřadnice (Minkowskiho) teorie speciální; můžeme je

---

[10]) Vzorec ten uvádí se v pojednání *Einsteinově* »Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen«, uveřejněném v »Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik«, 1908, str. 411. Zevrubnější vysvětlení jeho nalezne se v »Záviškovi« str. 76; »Nachtikalovi« str. 45; »Novákovi« str. 21.

[11]) Co se týče výkladu invariance, kovariance a kontravariance, lze s výhodou použíti téměř všech spisů jednajících o teorii relativnosti (*Galbrun, Becquere', Eddington* a j.); v nich nalezne čtenář též potřebná poučení o počtu tensorovém. Viz též Nachtikal, § 18, str. 87.

[12]) Záviška, str. 137; Nachtikal, str. 70; Novák, str. 24.

míti za parametry určující jednoznačně polohu bodu v prostoru čtyřrozměrném.

2. Druhý postulát (o stálé rychlosti světla) pozměňuje se tak, že rychlost ta závisí na poli gravitačním, kterým paprsek probíhá. Dána jest vzorcem $c = c_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c_0^2}\right)$, kde c_0 značí rychlost světla ve vzduchoprázdnu a Φ gravitační potenciál pole.[13])

3. *Postulát ekvivalence.* Hmota setrvačná rovná se hmotě těžké,[14]) čili veličina m ve vzorci pro sílu $P = mg$ jest táž jako ve vzorci pro sílu gravitační $P = \varkappa \frac{Mm}{r^2}$. Rovnost tu dokázal *Eötvös* přesně mnohými pokusy, provedenými s různými hmotami. Na ní zakládá se tento postulát: Pozorovatel nalézající se v libovolné soustavě nemůže rozhodnouti, zdali v ní působí síla gravitační v určitém směru, nebo pohybuje-li se celá soustava urychleně (bez gravitace) ve směru protivném. Tento postulát (vyskytující se po prvé též v § 17 pojednání »Über das Relativitätsprinzip etc.«) má důležitý heuristický význam, ježto jím lze převésti pole gravitační na pole příhodnější.

4. *Pohyb hmotného bodu v poli gravitačním.* Aby určil rovnice tohoto pohybu, vychází *Einstein* z rovnice $\delta \int ds = 0$, vyjadřující, že hmotný bod, na nějž nepůsobí žádná síla (kromě gravitace), pohybuje se v čáře nejpřímější. Zavedeme-li funkci (Hamiltonovu)

$$H = -m \frac{ds}{dt} = -m \sqrt{\sum_{\mu\nu} \frac{dx_\mu}{dt} \frac{dx_\nu}{dt}},$$

můžeme psáti uvedenou rovnici ve tvaru

$$\delta \int H dt = 0.$$

Provedeme-li příslušný výpočet,[15]) nalezneme hledanou rovnici:

$$\frac{d^2 x_\tau}{ds^2} + \sum_{\mu\nu} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \tau \end{Bmatrix} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds} = 0, \tag{6}$$

v níž $\begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \tau \end{Bmatrix}$ jest Christoffelův symbol druhého druhu, mající hodnotu

$$\begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \tau \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \sum_\alpha g^{\tau\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} \right). \tag{7}$$

Rovnice (6) jest zároveň rovnice čáry geodetické, která jest dráhou hmotného bodu. Uveřejněna byla nejprve v *Einsteinově* po-

---

[13]) V Einsteinově pojednání: »Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes«, Annalen der Physik, 1911.

[14]) Záviška, § 16, str. 92; Nachtikal, § 12, str. 52.

[15]) Viz moje pojednání: »Pohyb hmotného bodu v poli gravitačním podle všeobecné teorie relativnosti«, Časopis mat. a fys., roč. 50, str. 134.

jednání »Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie« (§ 7).

5. *Pohyb soustavy hmotné v poli obecném.* Jsou také pole, v nichž mimo hmotu gravitační nalézají se ještě jiné hmoty těžké, magnetické neb elektrické, proudy elektrické a j.; nazýváme taková pole *obecnými.* Pro ně jest třeba zavésti zvláštní symetrický *tensor hmotný* aneb (ježto hmota jest rovnomocna energii) *tensor energie;*[16]) kontravariantní tvar jeho jest

$$T^{\alpha\beta} = \varrho \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds}, \tag{8a}$$

značí-li ϱ spec. hmotu pole obecného (klidovou).

Smíšený tvar tohoto tensoru jest

$$T^\alpha_\beta = \sum_\sigma g_{\beta\sigma} T^{\alpha\sigma} \tag{b}$$

a kovariantní

$$T_{\alpha\beta} = \sum_{\sigma\tau} g_{\alpha\sigma} g_{\beta\tau} T^{\sigma\tau}. \tag{c}$$

O těchto tensorech platí důležité relace[17])

$$\sum_\lambda \frac{\partial T^\lambda_\sigma}{\partial x_\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} T_{\mu\nu} = 0; \tag{9a}$$

v ní $g^{\mu\nu}$ jest podřízený determinant příslušející k prvku $g_{\mu\nu}$, dělený determinantem $|g_{\mu\nu}| = g$ koeficientů $g_{\mu\nu}$. Dvojčlen na levé straně této rovnice jest divergencí tensoru T^λ_σ můžeme tedy vysloviti důležitou větu: Divergence tensoru energie rovná se nule.

Jsou-li veličiny $g^{\mu\nu}$ stálé, zjednoduší se tato rovnice v

$$\sum_\lambda \frac{\partial T^\lambda_\sigma}{\partial x_\lambda} = 0.$$

Aby ustanovil rovnici pohybu v poli obecném, zobecňuje *Einstein* rovnici Laplace-Poissonovou:

$$\Delta\varphi = 4\pi k\varrho, \tag{10a}$$

kde $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, φ jest skalár (potenciál) a k gravitační konstanta. Jest zajímavo sledovati, jak *Einstein* zobecnění této rovnice hledal a ji konečně definitivně upravil.

16) Jiný tvar má tento tensor pro děje elektromagnetické.

17) Relace ty nalézají se již v prvním pojednání *Einsteinově* o teorii obecné: »Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation«, 1913. O nich viz též důležitá pojednání *Hilbertova:* »Die Grundlagen der Physik« (Göttinger Nachrichten, 1925).

V základním pojednání »Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie« klade za skaláry $\Delta\varphi$ a ϱ tensory druhého řádu $\Gamma_{\mu\nu}$ a $T_{\mu\nu}$, takže rovnice (10*a*) zní:

$$\Gamma_{\mu\nu} = \varkappa T_{\mu\nu}, \tag{10b}$$

v níž $\varkappa$ značí universální konstantu.

Einstein vypočítává pak hodnotu tensoru $\Gamma_{\mu\nu}$ a dává této rovnici tvar dosti složitý, v níž přibrán jest mimo $T_{\mu\nu}$ ještě druhý tensor $t_{\mu\nu}$, který má pro gravitaci týž význam jako $T_{\mu\nu}$ pro děje obecné.

Ve druhém pojednání »Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie«[18]) *Einstein* uvádí místo (10*b*) rovnici

$$E_{\sigma\tau} = \varkappa \mathbf{T}_{\sigma\tau}, \tag{10c}$$

kde značí $E_{\sigma\tau}$ kovariantní tensor, závislý na funkci H veličin $g^{\mu\nu}$ a prvních derivací $\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}$, a $\mathbf{T}_{\sigma\tau}$ tensor, zvaný *objemovým*, jehož hodnota jest

$$\mathbf{T}_{\sigma\tau} = \sqrt{-g}\, T_{\sigma\tau},$$

je-li g opět výše vytčený determinant $|g_{\mu\nu}|$.

Avšak v rovnicích (10*b*) a (10*c*) vyskytuje se jedna závada; jsou totiž kovariantní jen vzhledem k lineárním transformacím, ale nikoli k libovolným transformacím vyšších řádů. *Einstein* omlouvá tuto vadu tím, že pro všeobecnou kovarianci rovnic obecného pole není dosud žádného předpokladu; nevíme ani, je-li možno nalézti tensory vyhovující této podmínce a kdyby to bylo lze, činilo by zavedení jich značné obtíže. A přece podařilo se *Einsteinovi* tyto nedokonalosti odstraniti; učinil tak v několika pojednáních, jež vyšla ve spisech pruské akademie z r. 1915.

Značně přispělo k tomuto pokroku zavedení Riemann-Christoffelova tensoru čtvrtého řádu, daného vzorcem:[19])

$$R^{\varepsilon}_{\mu\nu\sigma} = \sum_{\alpha} \left[\begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\nu \\ \varepsilon \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\sigma \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \right] + \frac{\partial}{\partial x_\nu} \begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \varepsilon \end{Bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \varepsilon \end{Bmatrix}, \tag{11}$$

který jest kovariantní vzhledem ke všem transformacím.

Početní operací, zvanou kontrakcí (položením $\varepsilon = \sigma$ a sečtením podle tohoto stejného indexu), vychází z tohoto tensoru nový tensor (souměrný) druhého řádu

$$R_{\mu\nu} = \sum_{\alpha\sigma} \left[\begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\nu \\ \sigma \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\sigma \\ \sigma \end{Bmatrix} \right] + \sum_{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_\nu} \begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \sigma \end{Bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \sigma \end{Bmatrix} \right]. \tag{12a}$$

V tom symbol $\begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \sigma \end{Bmatrix}$ má hodnotu $\frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\mu}$ a podobně $\begin{Bmatrix} \alpha\sigma \\ \sigma \end{Bmatrix} = \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\alpha}$

[18]) »Sitzungsberichte der kgl. preuss. Akademie der Wissenschaften« 1914, str. 1030 (budou v dalším uváděny krátce »Sitzungsberichte«).

[19]) »Die formale Grundlage etc.«, str. 1053.

Tento tensor jest měrou zakřivení metrického prostoru neeuklidovského a slove *tensorem křivosti;* jest funkcí těžkých hmot v prostoru se nalézajících. Rovná-li se nule, jest prostor Euklidovský.

Valně zjednodušil *Einstein* rovnice obecné teorie tím, že zavedl soustavy souřadnic, jichž substituční determinant $|g|$ vyhovuje podmínce $\sqrt{-g} = 1$.[20] V takových soustavách má $R_{\mu\nu}$ hodnotu

$$R_{\mu\nu} = \sum_{\alpha\sigma} \begin{Bmatrix} \mu\sigma \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\nu \\ \sigma \end{Bmatrix} - \sum_{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \sigma \end{Bmatrix}. \qquad (12b)$$

Zobecněná rovnice Laplace-Poissonova (10*a*) nabývá pak tvaru

$$R_{\mu\nu} = -\varkappa T_{\mu\nu},\text{[21]} \qquad (10d)$$

t. j. tensor energie jest úměrný tensoru křivosti.

Klademe-li v této rovnici za $R_{\mu\nu}$ hodnotu (12*b*) a zavedeme-li za $\begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \sigma \end{Bmatrix}$ označení $-\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$, obdržíme

$$\sum_\sigma \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \Gamma^\sigma_{\mu\nu} + \sum_{\alpha\sigma} \Gamma^\alpha_{\mu\sigma} \Gamma^\sigma_{\alpha\nu} = -\varkappa T_{\mu\nu}.$$

Není-li pole obecné, tedy pro $T_{\mu\nu} = 0$, bude rovnice pohybu v poli gravitačním

$$R_{\mu\nu} = 0. \qquad (10e)$$

Objevila se však při tom nová nesrovnalost. Z rovnice (10*d*) vyvodil totiž *Einstein*[22]) relaci

$$\sum_{\alpha\sigma} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(g^{\alpha\sigma} \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\sigma} \right) = -\varkappa \sum_\tau T^\tau_\tau,$$

v níž skalár $\sum_\tau T^\tau_\tau$ označíme krátce T.

Ježto pro $\sqrt{-g} = 1$ jest $\lg \sqrt{-g} = 0$, musel by se tento skalár podle této relace rovnati nule, což není možno; neboť by pak také spec. hmota ϱ, na níž T^τ_τ závisí, byla nulou, čili pole nebylo by obecné. Proto *Einstein* mínil zprvu, že bude třeba upustiti od soustav souřadnic, pro něž by $\sqrt{-g} = 1$; později vyhnul se však tomuto rozporu tím, že v rovnici (10*d*) připojil na pravé straně člen $\frac{1}{2} \varkappa g_{\mu\nu} T$, čímž obdržel základní rovnici

$$R_{\mu\nu} = -\varkappa (T_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} T).\text{[23]} \qquad (10f)$$

Násobme tuto rovnici $g^{\mu\nu}$; uvážíce, že $\sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4$,[24]) jakož i

---

[20]) Od této podmínky však někdy se upouští (na př. v Einsteinově pojednání »Ueber Gravitationswellen« a ve spisech jiných autorů); pak jest třeba užíti tensorů objemových $\mathfrak{T}_{\mu\nu} = \sqrt{-g}\, T_{\mu\nu}$.

[21]) V pojednání »Zur allgemeinen Relativitätstheorie« (zmíněné Sitzungsberichte 1915, str. 783).

[22]) V témž pojednání, str. 785.

[23]) »Die Feldgleichungen der Gravitation«, Sitzungsber., 1915, str. 845.

že $\sum_{\mu\nu} g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = T$ a podobně $\sum_{\mu\nu} g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = R$, obdržíme vztah $R = \varkappa T$; substitucí této hodnoty do rovnice (10*f*) vychází

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\varkappa T_{\mu\nu}. \qquad (10g)$$

Skalár R nazývá se invariantou křivosti.

Einstein ukázal pak z vyvozených rovnic, že platí relace

$$\sum_{\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda} (T_\sigma^\lambda + t_\sigma^\lambda) = 0, \qquad (13)$$

jíž vyjádřena jest věta o zachování impulsu a energie; veličina (pseudotensor) t_σ^λ v ní se vyskytující stanovena jest vzorcem

$$\varkappa t_\sigma^\lambda = {}^1/_2 \, \delta_\sigma^\lambda \sum_{\alpha\beta\mu\nu} g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta - \sum_{\mu\nu\beta} g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\lambda \Gamma_{\nu\sigma}^\beta, \qquad (14)$$

kde δ_σ^λ jest zvláštní tensor, mající hodnoty

$$\delta_\sigma^\lambda = \begin{cases} 1 \text{ pro } \sigma = \lambda, \\ 0 \text{ pro } \sigma \neq \lambda; \end{cases} \qquad (15)$$

poznamenává se výslovně, že t_σ^λ není tensorem.

Všechny tyto vývody shrnul *Einstein* v pojednání »Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie«;[25]) z obsahu jeho jest ještě vyjmouti oddíl o gravitačním zákoně Newtonově jako první aproximaci obecné teorii, vedoucí k rovnici

$$\frac{d^2 x_\tau}{dt^2} = -{}^1/_2 \frac{\partial g_{44}}{\partial x_\tau} \; (\tau = 1, 2, 3),$$

z níž plyne, že $\frac{g_{44}}{2}$ má význam potenciálu gravitačního.

6. *Princip Machův.* Pole gravitační jest úplně určeno hmotami; toto vytvoření pole gravitačního jen hmotami vyjádřeno jest tensorem energie $T_{\mu\nu}$, ježto, jak víme, hmota a energie jsou totéž. Přijmeme-li tento princip, objevuje se v základních rovnicích (10*d*) nová nesrovnalost. Pro stálé hodnoty veličin $g_{\mu\nu}$ teorie speciální ($g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, $g_{44} = +1$, ostatní $g_{\mu\nu} = 0$) jest totiž podle rovnice (12*a*) $R_{\mu\nu} = 0$, jelikož v tom případě všechny symboly $\left\{ {\mu\nu \atop \tau} \right\}$ jsou rovny nule; pročež plyne z uvedených rovnic (10*d*) $T_{\mu\nu} = 0$ a také $T = 0$. Bylo by tudíž možné pole beze vší hmoty a principu Machovu nebylo by vyhověno. Z tohoto důvodu *Einstein* připojuje

[24]) Plyne to ze známé relace $\sum_{\mu} g_{\mu\nu} g^{\mu\varrho} = 1$ (pro $\nu = \varrho$) nebo $= 0$ (pro $\nu \neq \varrho$), položíme-li v ní $\varrho = \nu$.

[25]) Annalen der Physik, 1916, též zvláštní otisk (vyšel r. 1916 u J. A. Bartha v Lipsku). Pojednání to nalézá se také ve sbírce článků: »H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, Das Relativitätsprinzip«, 1920.

k rovnici (10*f*) ještě jeden člen $-\lambda g_{\mu\nu}$, kde λ jest velmi malá konstanta. Bude tudíž další tvar základní rovnice

$$R_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = \varkappa (T_{\mu\nu} - {}^1/_2 g_{\mu\nu} T); \qquad (10\,h)$$

i pro ni vyhovuje se větám o zachování impulsu a energie.

Avšak z důvodů, jež tuto lze toliko naznačiti, totiž za příčinou lepší úpravy hypotesy kosmologické, jakož i vybudování problému nejmenších částic hmotných (konstituce elektronů) upouští *Einstein* později od těchto rovnic[26]) a navrhuje tyto rovnice pole

$$R_{\mu\nu} - {}^1/_4 g_{\mu\nu} R = -\varkappa T_{\mu\nu}, \qquad (10\,i)$$

jež liší se od rovnic (10*g*) tím, že jest v nich místo číselného koeficientu $^1/_2$ jen poloviční $^1/_4$. K tomu lze připojiti ještě změnu vyznačenou v rovnici (10*h*).

Z rovnic (10*b* — *i*) jest zřejmý postup *Einsteinův* při úpravě základních rovnic obecné teorie relativity.

7. *Integrace rovnic základních.* Abychom z nich vyhledali 10 funkcí $g_{\mu\nu}$, máme k tomu 10 diferenciálních rovnic (10), ale tyto rovnice nejsou na sobě nezávislé, ježto platí o nich vzhledem k rovnicím (9*a*), jimž lze dáti také tvar

$$\sum_\lambda \frac{\partial T^\lambda_\sigma}{\partial x_\lambda} - \sum_\alpha \begin{Bmatrix} \lambda\sigma \\ \alpha \end{Bmatrix} T^\lambda_\alpha = 0, \qquad (9\,b)$$

podmínka, že divergence výrazu $R_{\mu\nu} - {}^1/_2 g_{\mu\nu} R$ se rovná nule. Rovnice ty jsou známy pode jménem »*identity*« teorie relativnosti.

Integraci, o níž jde, nelze obecně provésti pro velké obtíže matematické s ní spojené. Přibližnou integraci uvádí *Einstein* v pojednání »Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation«.[27]) Klade pro veličiny $g_{\mu\nu}$ přibližné hodnoty $-\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$, kde $\delta_{\mu\nu}$ značí zvláštní tensor (15) a $\gamma_{\mu\nu}$ velikostí jen málo se liší od jednotky. Tyto veličiny $\gamma_{\mu\nu}$ jest pak možno vypočítati retardujícími potenciály, jakých se výhodně užívá v elektrodynamice.

V případech zvláštních, když totiž pole podrobeno jest jistým podmínkám, bylo možno úlohu tu snadněji řešiti. Z těchto případů[28]) jest nejdůležitější pole *statické*, jež se časem nemění; pak totiž $g_{i4} = g_{4i} = 0$. Položíme-li $g_{\mu\nu} = -g'_{\mu\nu}$, obdržíme pro prvek čárový vzorec

$$ds^2 = g_{44}\, dx_4{}^2 - d\sigma^2, \qquad (1\,c)$$

v němž $\quad d\sigma^2 = \sum_{\mu\nu} g'_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu. \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3)$

Připojíme-li k tomu ještě podmínku, že soustava hmotná jest středově souměrná, jakož i, že v nekonečnu platí pro $g_{\mu\nu}$ hodnoty

---

26) V pojednání »Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?« zmíněné Sitzungsberichte, 1919.

27) Sitzungsberichte, 1916, str. 688.

28) Přehled jich uveden jest ve výše uvedeném mém článku o pohybu hmotného bodu v poli gravitačním.

speciální teorie, budou míti $g_{\mu\nu}$ tvar $-\delta_{\mu\nu}-\alpha\frac{x_\mu x_\nu}{r^3}$ $(\mu, \nu = 1, 2, 3)$ $g_{44}=1-\frac{\alpha}{r}$, značí-li $r=\sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2}$ průvodič vedený od počátku souřadnic k bodu soustavy a α konstantu rovnou $\frac{2kM}{c^2}$ (kde M jest hmota vytvořující pole gravitační a k konstanta gravitační).

Zmíniti se jest tu o práci *Schwarzschildově*,[29]) v níž vyšetřuje přesně pohyb hmotného bodu v poli gravitačním, vyhovují-li $g_{\mu\nu}$ podmínkám pole statického. Užívá zvláštních souřadnic polárních, daných rovnicemi $x_1=\frac{r^3}{3}$, $x_2=-\cos\vartheta$, $x_3=\varphi$, je-li r průvodič, ϑ a φ úhly polární; nalézá pak pro prvek čárový výraz

$$ds^2=\left(1-\frac{\alpha}{R}\right)dt^2-\frac{dR^2}{1-\alpha/R}-R^2\,(d\vartheta^2+\sin^2\vartheta\,d\varphi^2), \qquad (1\,d)$$

kde $R=\sqrt[3]{r^3+\alpha^3}$, a α konstanta, závislá na hmotě soustředěné v bodě nulovém.

Schwarzschildova rovnice pro pohyb hmotného bodu v poli gravitačním shoduje se celkem s rovnicí *Einsteinovou*,[30]) s tím rozdílem, že v této místo r položí se R.

Schwarzschild probírá ještě případ, že pole gravitační utvořeno jest koulí z nestlačitelné tekutiny;[31]) dovozuje, že vně takové koule platí pro ds týž vzorec (1d), uvnitř koule má hodnota tohoto prvku složitější tvar. V tomto vnitřku platí totiž geometrie sférického prostoru.

8. *Princip Hamiltonův* jest vlastním základem, na němž lze vybudovati teorii relativity. Již v prvním výše zmíněném pojednání[32]) užívá jej *Einstein* ke stanovení rovnic pro pohyb hmotného bodu. Funkce H, vyskytující se v rovnici tohoto principu:

$$\delta\int H\,d\omega=0$$

($d\omega$ značí tu prvek objemový), má nejprve tvar

$$H=-\mu c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}+\text{const}, \qquad (16\,a)$$

[29]) V pojednání »Ueber das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie«, Sitzungsberichte, 1916, str. 189.

[30]) Ve tvaru $\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2=\frac{2A}{B^2}+\frac{\alpha}{B^2}x-x^2+\alpha x^3$ (kde $x=\frac{1}{r}$, A jest konstanta energie, B jest konstanta věty o plochách); viz pojednání Einsteinovo »Erklärung der Perihelbewegung des Merkurs aus der allgemeinen Relativitätstheorie«, Sitzungsberichte, 1915, str. 837.

[31]) »Ueber das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie«, Sitzungsberichte 1916, str. 424.

[32]) »Ueber das Relativitätsprinzip und die aus denselben gezogenen Folgerungen«, Jahrbuch der Radioaktivität, 1908.

v teorii obecné nalézáme[33]) pro tuto funkci hodnotu

$$H = \sum_{\alpha\beta\mu\nu} g^{\mu\nu} \Gamma^{\alpha}_{\mu\beta} \Gamma^{\beta}_{\nu\alpha}; \qquad (16\,b)$$

z této hodnoty vyplývají rovnice pohybu ve formě Lagrangeově

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\frac{\partial H}{\partial g^{\mu\nu}_{\alpha}}\right) - \frac{\partial H}{\partial g^{\mu\nu}} = 0$$

$\left(\text{kde } g^{\mu\nu}_{\alpha} = \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\right)$, jakož i obecné rovnice pole se smíšenými tensory

$$\sum_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(g^{\alpha\beta}\Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\right) = -\varkappa\left[(T^{\sigma}_{\mu} + t^{\sigma}_{\mu}) - \tfrac{1}{2}\delta^{\sigma}_{\mu}(T + t)\right], \qquad (10\,j)$$

při čemž $\sqrt{-g} = 1$.

Rovnice (16*b*) jest ve spisech *Laueových* a *Edingtonových*[34]) rozšířena na

$$H = \sum_{\alpha\beta\mu\nu} g^{\mu\nu}(\Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha} - \Gamma^{\beta}_{\mu\nu}\Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha}) \qquad (16\,c)$$

a této hodnoty užívá se k dalším výpočtům.

Podotýká se, že již před *Einsteinem* podařilo se *H. Lorentzovi* a *D. Hilbertovi* vyvoditi obecné rovnice teorie z jediného principu variačního.

Einstein zabývá se tímto problémem také v pojednání »Hamiltonsches Prinzip und allgemeine Relativitätstheorie«.[35]) V něm rozvrhuje Hamiltonovu funkci ve dvě části, klade $\mathbf{H} = \mathbf{G} + \mathbf{M}$; část první $\mathbf{G}$ vztahuje se ke gravitaci, část druhá $\mathbf{M}$ k hmotě obecné. V dalším odvozuje příslušné rovnice ve formě Lagrangeově; z nich plynou relace (9) a věta o zachování impulsu a energie.[36])

9. Všechny fysikální zjevy jsou závislé na poli gravitačním. V něm tělesa padají, protože jejich světové čáry, které by bez gravitace byly přímé, účinkem hmoty se zakřivují, čímž způsobuje se urychlený pohyb těles v čarách geodetických (volný pád).

Vlivem pole gravitačního na děje elektromagnetické zabývá se *Einstein* v pojednání »Eine neue formale Deutung der Maxwellschen Feldgleichungen der Elektrodynamik.[37]) Kdežto *Minkowski* ve své teorii užívá dvou šestivektorů, z nichž jeden má vlastnost, že divergence jeho rovná se nule, a druhý (duální k prvnímu), že diver-

---

[33]) »Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie«, zvláštní otisk z r. 1916, str. 44.

[34]) *Laue:* »Die Relativitätstheorie«, II. díl, 3. vyd., str. 168; *Edington* (německý překlad): »Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung«, str. 197.

[35]) Sitzungsberichte, 1916, str. 1111.

[36]) Jiný tvár pro Hamiltonovu funkci má Donder ve spise: »La gravifique einsteinienne«, str. 22. Viz též o tomto předmětu článek *Arnošta Dittricha:* »Metoda Hamilton-Jacobiho v mechanice Einsteinově«, Časopis mat. a fys., ročník 53., str. 38.

[37]) Sitzungsberichte, 1916, str. 184.

gence jeho jest čtyřvektor elektrického proudu, zavádí *Einstein* vedle kovariantního šestivektoru elektromagnetického pole o složkách $F_{\varrho\sigma}$ jen čtyřvektor elektromagnetického potenciálu, jehož složky jsou φ_ν. Oba vektory souvisí rovnicemi

$$F_{\varrho\sigma} = \frac{\partial \varphi_\varrho}{\partial x_\sigma} - \frac{\partial \varphi_\sigma}{\partial x_\varrho}, \tag{17}$$

z nichž plyne

$$\frac{\partial F_{\varrho\sigma}}{\partial x_\tau} + \frac{\partial F_{\sigma\tau}}{\partial x_\varrho} + \frac{\partial F_{\tau\varrho}}{\partial x_\sigma} = 0.$$

Není naším úkolem ukázati, jak lze na základě této teorie odvoditi rovnice Maxwellovy; poznamenáváme jen, že podle ní platí relace, obdobná rovnicím (9*a*), totiž

$$\sum_\nu \frac{\partial \mathrm{T}_\sigma^\nu}{\partial x_\nu} - \frac{1}{2} \sum_{\mu\tau} g^{\tau\mu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} \mathrm{T}_\tau^\nu = \mathrm{K}_\sigma, \tag{9 c}$$

značí-li T_σ^ν objemový tensor energie elektromagnetického pole a K_σ čtyřvektor, jehož složky $-\mathrm{K}_1$, $-\mathrm{K}_2$, $-\mathrm{K}_3$ značí impuls, a složka K_4 energii, oboje převedené ze hmot elektrických na pole elektromagnetické (pro jednotku objemu a času).

Druhý člen na levé straně rovnice (9*c*) stanoví vliv pole gravitačního na děje elektromagnetické.

Působení gravitačního pole na paprsky světelné záleží v tom, že paprsky ty odchyluje od směru přímého; zakřivují se tak, že spatřujeme hvězdy blíže slunce viditelné (při úplných zatměních) pošinuty od desky sluneční.

10. Gravitace šíří se vlnami rychlostí světelnou. Tomuto šíření věnuje *Einstein* pojednání »Über Gravitationswellen«;[38]) zvláště vyšetřuje, jak velkou energii tyto vlny přenášejí. Shledal pak, že jsou mezi nimi některé, které nepřenášejí žádné energie; jejich existence jest však v jistém smyslu jen zdánlivá. Ustanovuje dále ztrátu energie, která vzniká v hmotných soustavách emisí vln gravitačních a dostává pro ni hodnotu tak malou, že prakticky jest bezvýznamná. Také uvažuje o tom, zdali tyto vlny mění energii hmoty, na níž dopadají a vyhledává pro tuto změnu příslušný výraz.

11. Tíže a setrvačnost jsou v podstatě totéž; základní tensor veličin $g_{\mu\nu}$ určuje nejen metrické vlastnosti prostoru, ale i setrvačnost i gravitaci. Z rovnice (6) plyne totiž $\frac{d^2 x_\tau}{ds^2} = 0$, není-li pole gravitačního, ježto v tom případě všechny symboly $\left\{ {\mu\nu \atop \tau} \right\}$ rovnají se nule; tato rovnice stanoví pohyb přímočarý a rovnoměrný v poli bez gravitace. Druhý člen $\sum_{\mu\nu} \left\{ {\mu\nu \atop \tau} \right\} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}$ rovnice (6) vyjadřuje

[38]) Sitzungsberichte, 1918, str. 154.

vliv pole gravitačního na pohyb hmotného bodu, který probíhá v křivce geodetické.

Jest pak setrvačnost způsobena veškerenstvem ohromných hmot kosmických (stálic, mlhovin a j.); není setrvačnosti vzhledem k prostoru, nýbrž vzhledem k těmto velmi vzdáleným hmotám. Setrvačnosti přibývá, hromadíme-li v okolí jeho těžké hmoty.

Na místo Newtonova prvního zákona mechaniky nastupuje nový zákon: V čtyřrozměrném prostoru pohybuje se těleso, na nějž nepůsobí žádná síla, v čáře geodetické.

12. Metrická struktura čtyřrozměrného prostoro-časového kontinua jest ve skutečnosti velmi složitá, ježto hmoty (hvězd, mlhovin a j.) ve vesmíru jsou nerovnoměrně rozloženy. Jest však možno zavésti přibližně jakési stejnoměrné rozvržení hmot, přihlížíme-li k ohromným prostorům světovým; takto stejně rozdělenou hmotou nahradíme pak skutečné umístění těles nebeských. K tomu přistupuje, že tyto stejnoměrné hmoty můžeme míti za nehybné, ježto rychlosti, jakou se hvězdy pohybují, jsou poměrně malé.

Pro všechnu hmotu ve vesmíru nalézá *Einstein* hodnotu

$$M = 4\pi^2 \frac{R}{k},$$

kde značí R poloměr sférického prostoru světového (jehož velikost jest podle *de Sittera* asi 10^{13} poloměrů dráhy zemské kolem slunce, podle novějšího údaje přibližně 10^9 světelných roků) a k konstantu gravitační. Bylo již podotčeno, že tato veliká hmota nemůže býti bez vlivu na některé děje pozemské (zvláště na setrvačnost a také na vznik sil odstředivých).

13. Prostor jest podle mínění *Einsteinova* konečný a bez hranic.[39]) Kdyby v něm nebylo žádných hmot (tedy žádné gravitace), platila by proň geometrie Euklidova; hmoty způsobují, že geometrie ta mění se v jinou, od Euklidovy odchylnou. Jest to geometrie, k níž základ položil *Riemann*,[40]) a která byla mnohými badateli vybudována, zvláště když použito bylo počtu tensorového.[41]) Vlivem velkých hmot odchylky od geometrie Euklidovy jsou patrnější.

14. Prostor má zvláštní vnitřní strukturu; jest zakřivený a křivost jeho dána jest určitým tensorem $R_{\mu\nu}$, daným vzorcem (12). Jde-li o malé prostory, můžeme je přibližně míti za prostory Euklidovy a užívati v nich obyčejné geometrie, jakož i speciální teorie relativnosti. Lze říci, že takový malý prostor má se skutečným pro-

---

[39]) Asi jako pro bytost pohybující se na ploše kulové není žádných mezí, jež by pohybu jejímu zabraňovaly.

[40]) V pojednání »Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen«; nové vydání od *Weyla* vyšlo r. 1921.

[41]) Obšírněji pojednává o této geometrii *Weyl* ve svém spise »Raum, Zeit, Materie« (vyd. I—V), kap. II, str. 71—141.

storem na tom místě dotek prvního stupně; jest tudíž jaksi prostorem tečným.

Na této struktuře světového prostoru závisí rozměry těles i čas. Ten probíhá pomaleji blíže velkých hmot. Kdyby pozorovatel zemský mohl viděti na hodiny, nalézající se na př. na slunci, shledal by, že zůstávají tam pozadu proti hodinám na zemi. Také periody kmitavých pohybů jsou na slunci delší než na zemi; tudíž počet kmitů za sekundu musí býti menší. Spektrální čáry sluneční pošinují se vzhledem k pozemským čarám k červenému konci spektra.

Změněná struktura prostoru blíže slunce způsobuje také otáčení dráhy Merkurovy asi o 43″ za 100 let.

15. Teorie relativnosti vysvětluje také vznik sil odstředivých a Coriolisových při rotaci těles. Problémem tím zabýval se hlavně *H. Thirring*;[42] vychází od mínění *Einsteinova*, že vytvoření sil odstředivých můžeme převésti na působení těžkých hmot, nalézajících se v okolí (i velmi vzdáleném) točícího se tělesa. I vypočítává gravitační pole blízko středu duté koule, jejíž obal tvoří tenká vrstva hmotná; koule ta otáčí se rovnoměrně určitou rychlostí úhlovou ω. K výpočtu užívá zmíněné již metody přibližné (retardujícími potenciály). Ze základních rovnic (6) dostává pak hodnoty pro složky urychlení $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$, jež vyjadřují sílu odstředivou a Coriolisovu.

Omezíme-li se na případ, že úhlová rychlost ω koule jest velmi malá, takže ji lze položiti téměř rovnou nule, obdržíme hodnoty:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 2\,\omega'\left(1 + \frac{kM}{4\pi a}\right)\frac{dy}{dt} + \omega'^2\left(1 + \frac{kM}{4\pi a}\right)x,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\,2\omega'\left(1 + \frac{kM}{4\pi a}\right)\frac{dx}{dt} + \omega'^2\left(1 + \frac{kM}{4\pi a}\right)y,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0;$$

v nich ω' jest úhlová rychlost otáčející se soustavy hmotné, M hmota duté koule, a její poloměr a k konstanta gravitační.

Na pravé straně těchto rovnic nalézají se výrazy pro sílu odstředivou a Coriolisovou, v nichž vyskytuje se činitel $1 + \frac{kM}{4\pi a}$. Ten rovná se jednotce, jestliže buď $M = 0$, nebo (pro konečné M) $a = \infty$.[43])

[42]) »Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie«, Phys. Zeitschrift, 1918, str. 33.

[43]) O rotaci v gravitačním poli hvězd pojednává též *A. Kopff* ve dvou článcích: »Bemerkungen zur Rotationsbewegung im Gravitationsfeld der Sterne«, Phys. Zeitsch., 1921, str. 24 a 179.

J. Lense a *H. Thirring*[44]) vyšetřovali vliv vlastní rotace centrálního tělesa (slunce) na pohyb planet a měsíců podle *Einsteinovy* teorie; nalezli, že poruchy způsobené touto rotací v drahách oběžnic jsou velmi malé a jen poruchy v drahách měsíců Jupiterových a Saturnových jsou větší; avšak ani těchto nelze použíti k verifikaci teorie.

Také pokus Foucaultův jest možno podle teorie relativnosti uspokojivě vyložiti;[45]) rovina kyvadla zůstává v poloze nepromĕnné působením hmot kosmických.

16. *Sjednocená teorie gravitace a elektřiny* jest předmětem mnohých prací předních relativistů, zvláště v době nejnovější. Především sluší tu jmenovati *H. Weyla;* nelze v tomto článku ani stručně vylíčiti jeho teorii. Budiž jen poukázáno k tomu, že založena jest na výkladu rovnoběžného pošinování vektoru na ploše, jež důkladně vyšetřoval *Levi-Civitá.*[46]) V geometrii Euklidově při takovém pošinování vektoru po křivce rovinné zůstává stále k sobě rovnoběžný, takže úhel, který tvoří s rovinou, se nemění. Ale jsou možny geometrie mnohorozměrných rozmanitostí, v nichž vektor přenesený do jiného bodu plochy nestotožňuje se s týmž vektorem pošinutým »rovnoběžně« (ve smyslu *Weylově*)[47]) do téhož bodu, nýbrž oba mají různé směry a délky.

Weyl na tomto základě vytvořil teorii společnou pro pole gravitační a elektromagnetické; avšak v ní vyskytuje se závada, že v bodech prostoru, kde není elektřiny, pole elektrické by se rovnalo nule, což není dobře možno. Aby tuto závadu odstranil, přijímá *Weyl* domněnku, že v každém poli vyskytuje se také jakési množství elektřiny zředěné.

Lépe vysvětluje věc *A. S. Eddington*;[48]) podle něho vektor mění se nejen pošinutím, ale i, otáčí-li se kolem bodu počátečního. Aby zobecnil teorii *Weylovu,* zavedl místo veličin $g_{\mu\nu}$ a F_{ϱ}, 40 potenciálů $\left\{ {\gamma \atop \alpha\beta} \right\}$ obdobných symbolům $\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}$. Místo tensorů $R^{\varepsilon}_{\mu\nu\sigma}$ a $R_{\mu\nu}$ užívá obecnějších $*R^{\varepsilon}_{\mu\nu\sigma}$ a $*R_{\mu\nu}$, jež určují vnitřní vlastnosti kontinua.

V teorii *Eddingtonově* neuspokojuje však velký počet rovnic odvozených z tohoto principu; teorie zjednodušena, když *Einstei-*

44) »Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie«, Physik. Zeitschr., 1918, str. 156.

45) Viz článek *A. Kopffa:* »Das Rotationsproblem in der Relativitätstheorie« v »Naturwissenschaften«, 1921, str. 12.

46) Nozione di parallelismo in una varietà qualunque etc.« Rendiconti Circ. Mat. di Palermo, t. 42, 1917, str. 173.

47) Při tomto pošinutí podél určité křivky (na př. na ploše kulové) vektor netvoří ve všech bodech týž úhel s plochou. — Zevrubnější výklad o tomto paralelismu (s odůvodněním matematickým) nalezne čtenář ve všech větších spisech o teorii relativnosti.

48) Ve spise »The mathematical Theory of Relativity«, německý překlad na str. 196—240.

nem[49]) redukován byl počet ten na 16, jež pak jsou základními rovnicemi společného pole gravitačního a elektromagnetického.

Dalšího zobecnění této teorie dosáhl *Donder*;[50]) ani o jeho vývodech nelze tuto se šířiti, ježto by to přesahovalo meze vytknuté tomuto článku. Budiž jen uveden ještě konečný úsudek *Einsteinův* o těchto pracích, že celému tomu teoretickému vývinu, který záleží v prohloubení Riemannovy metriky zavedením obecnějších veličin než jsou $\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta}$, nemůže se přičítati značnějšího fysikálního významu.

17. *Éter světelný.* Jest známo, že o něm byly před teorií relativity dvě domněnky; podle jedné (jíž se přidržovali Arago, Fizeau a j.) éter unášen byl při pohybu těles s sebou, podle druhé (Fresnel a j.) éter ten byl úplně nehybný. Na základě této druhé hypotésy ve spojení s kontrakcí délek vysvětlil *H. A. Lorentz* negativní výsledek pokusu *Michelsonova*; byla téměř obecně přijata a na ní vybudována teorie elektronová.[51])

Éteru tomu přisuzovány byly vlastnosti prostředí buď tekutého nebo pevného; namítalo se však, že tělesa nebeská při svém pohybu nenalézají v něm žádného odporu. Tento dřívější názor substanciálního éteru odstranil *Einstein*. Slovo »éter« sice podržel, ale jen pro afinní strukturu světa, pro pole stavové, jež jest v účinné souvislosti s hmotou a má fysikální reálnost. *Einstein* v řeči proslovené r. 1920 na universitě v Leydenu[52]) praví: »Podle obecné teorie relativnosti prostor vybaven jest fysikálními kvalitami; v tom smyslu existuje éter. Bez něho nelze si prostor mysliti, neboť v takovém éteru nebylo by šíření světla, nebyla by možna měřítka a časoměry, tedy nebylo by ani žádných prostoro-časových vzdáleností ve smyslu fysiky. Tomuto éteru nemají však býti přisuzovány vlastnosti prostředí hmotných.«

S tímto éterem *Einsteinovým* mnozí se nesrovnávali (uvádím *Lenarda* a *Wiecherta*); ukázalo se to na sjezdu přírodozpytců v Nauheimu (r. 1920), kde o věci podrobně bylo rokováno. Celkem však nelze upříti, že mínění *Einsteinovo* o éteru má mnohé přednosti.

18. *Problémy kosmologickými* obírali se hlavně *Einstein* a *de Sitter*;[53]) ale můžeme se zmíniti o nich jen krátce, ježto jejich hy-

---

[49]) »Sitzungsberichte« *1923* (ze dne 15. února, 15. května a 31. května).

[50]) »La Gravifique de Weyl-Eddington-Einstein«, 1924.

[51]) R. 1921 opakoval *Miller* pokus Michelsonův na Mount Wilsonu (ve výšce 1800 *m*) a ze svých měření uzavíral, že relativní rychlost mezi éterem a zemí v této výši činí 9 *km/sec*, což se nesrovnává s teorií relativnosti. Ale kritický rozbor tohoto výsledku ukazuje, že proti závěru Millerovu lze uvésti vážné námitky a že při těchto měřeních byly snad učiněny nějaké chyby pozorovací. Viz o tom zprávu prof. *Záviška* v Časopise mat. a fys., roč. 55, str. 316.

[52]) V brožuře »Äther und Relativitätstheorie«, str. 15.

[53]) První v pojednání »Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie«, Sitzungsberichte, 1917; druhý v »On Einstein's Theory of Gravitation and its Astronomical Consequenses«, Montly Notices of Royal Astr. Soc., 1917, November. — Viz též »Záviška«, § 25; »Nachtikal«, § 21.

potésy o tvaru a rozsáhlosti vesmíru potkaly se s různými pochybnostmi.

Podle *Einsteina* prostor-čas jest válcovitý; jeho čára časová jest přímá. Svět je konečný, omezený hypersférou, která má v prostoru čtyřrozměrném týž význam jako koule v prostoru trojrozměrném. Veškerenstvo hmot v něm se nalézajících způsobuje zakřivení prostoru, jakož i odchyl ke geometrii neeuklidovské. Svět ten naplněn jest hmotami v takovém množství, že se to ani nesrovnává s hmotami skutečně pozorovanými.

Podle *de Sittera* prostor-čas jest hyperboloidický; čára časová jest křivá (hyperbola). Svět jest sférický; pro průměrnou hustotu hmoty v něm obsažené vychází hodnota $\varrho = 0$, avšak řešení připouští pro prvek časový singularity, které poukazují k tenkému pásu hmotnému, vyplňujícímu jejich objem. Prostor má stálé zakřivení přirozené, nezávislé na hmotě; tato způsobuje jen změny lokální, aniž mění křivost celku, asi jako vyvýšeniny nebo prohlubeniny zemské málo mění tvar geoidu.

II. **Experimentální potvrzení teorie.** Dokázati empiricky, že teorie relativnosti jest správná, jest dosti nesnadno, ježto odchylky od nauky klasické, způsobené novou teorií, jsou pro nejvíce se vyskytující rychlosti těles tak malé,[54]) že je lze pozorováním jen těžko zjistiti. Aby to bylo možno, musí se použíti těles, jichž rychlost pohybu jest vzhledem k rychlosti světla dosti velká. Nejprve šlo o potvrzení vzorce pro hmotu $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; pokusy o tom vykonal první *Kaufmann*. Provedl je s částicemi, jež vysílají β-paprsky, vycházející ze zrnka soli radiové, které se pohybují rychlostí až $2{\cdot}8 \,.\, 10^5$ *km/sec*. Výsledky jeho pokusů nesouhlasí úplně s teorií relativnosti; lepší byla shoda jejich s hypotésou *Abrahamovou,* podle níž elektrony jsou neproměnné. Měření ta opakována byla několikrát;[55]) i shledáván vždy lepší souhlas s teorií. Přesný důkaz o její pravosti podali *Sommerfeld* a *Glitscher* rozborem velice přesných měření, jež vykonal *Paschen* na jemných strukturách spektrálních čar helia; užito bylo též analyse seriových zákonů spektrálních čar Röntgenových paprsků. Tím potvrzena byla speciální teorie relativnosti tak, že lze ji míti za zajištěnou skutečností.

Pro obecnou teorii navrženy byly *Einsteinem* tři úkazy, které by byly astronomickým pozorováním přístupny a jichž empirické potvrzení by mělo pro platnost teorie veliký význam. Jsou to, jak známo: 1. anomalie pohybu perihelia Merkurova; 2. odchylka světelných paprsků v gravitačním poli slunce od přímého směru; 3. po-

[54]) Rozhoduje tu velikost poměru $\frac{v}{c}$ nebo $\frac{v^2}{c^2}$.

[55]) Přesné pokusy o tom konali: *Hupka* (který užil paprsků katodových), *Bucherer*, *Schäfer*, *Neumann*, *Guye* a *Lavanchy*.

šinutí čar spektrálních k červenému konci spektra.[56]) Velký byl počet těch, kteří se snažili dobře připravenými měřeními dokázati tyto efekty *Einsteinovy*. Nelze v tomto článku ani stručně vypsati jejich práce a výsledky, k nimž dospěli. Lze však říci,[57]) že provedené pokusy potvrzují efekty plynoucí z teorie kvalitativně všude, a i kvantitativně jest dosti dobrá shoda pozorování s relativitou. Ale prokázané efekty bylo by možno vyložit též jinými hypotésami ad hoc zavedenými; u *Einsteina* plynou však z jeho teorie bez takových pomocných hypotés, čemuž jest dáti přednost.

Zmíniti se jest ještě o nejnovějších měřeních, týkajících se posunu čar spektrálních v poli gravitačním.[58]) Zvlášť zevrubně měřil *St. John* na Mount Wilsonu rozdíl délek vln vycházejících ze středu desky sluneční a z pozemského oblouku světelného; výsledky jeho potvrzují celkem teorii relativnosti, ale rozhodnutí, vylučujícího každou pochybnost, nebylo dosaženo. Není možno toho u slunce ani očekávati, ježto tu překážejí různé poruchy, vyskytující se na tomto tělese nebeském, kterých nelze odděliti od posunu relativity.

Lepší výsledky obdržel *W. S. Adams*, když pozoroval na témž Mount Wilsonu spektrum malého průvodce Siriova, jehož gravitační pole jest velice intensivní (za příčinou jeho ohromné hmoty). Nalezl jako střední hodnotu posunu pro velký počet čar hodnotu 0·32 angst., což se shoduje s hodnotou 0·30 angstr., vypočtenou *Eddingtonem*. V tomto souhlase lze viděti nové potvrzení teorie *Einsteinovy*.[59])

III. Námitky vyslovené proti teorii relativnosti jsou dvojího druhu: jedny, které povstaly neporozuměním této teorii[60]) a jiné rázu vědeckého. Ke vzniku prvních přispěly také valně knihy, jež byly vydány, aby poučily o ní nejširší kruhy obecenstva, často bez všeho vzdělání matematického. Musí se přiznati, že studium teorie Einsteinovy spojeno jest, abychom tak řekli, se značnými technickými obtížemi. Vývodům jejím a důsledkům z nich plynoucím nemůže se úplně porozuměti beze znalosti speciálních částí matematiky. I kdyby se podařilo nalézti pro ni výpočty snadněji srozumitelné, teorie ta sotva se stane majetkem vrstev širších. Jest jen litovati, že spory o správnost její se vedly někdy s roztrpčeností, která nebyla věci na prospěch.

V tomto článku probéřeme jen hlavní námitky, učiněné se stránky vědecké; jsou tyto:

---

[56]) Zevrubnější výklad viz v »Záviškovi«, § 18, str. 101 a »Nachtikalovi«, § 20, str. 96.

[57]) Podle *H. Kienle:* »Die astronomischen Prüfungen der allgemeinen Relativitätstheorie« (Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, díl III, 1924, str. 55).

[58]) *H. Thirring:* »Neuere experimentelle Ergebnisse zur Relativitätstheorie«, Naturwissenschaften 1926, str. 111.

[59]) Royal Astronomical Society v Londýně udělila *Einsteinovi* zlatou medalii, při čemž oceněno též, že pravost teorie jeho prokázána byla mnohými pozorováními.

[60]) Mnohé z nich sestaveny a vyvráceny byly v knize André Metz: »La Relativité« v oddíle »Les Contradicteurs et les Vulgarisateurs«.

1. *Proti postulátu o stálé rychlosti světla c* (v teorii speciální) *namítáno:* Pohybují-li se dvě soustavy souřadnic S a S' rovnoměrnou rychlostí v ve směrech protivných, očekávali bychom podle věty o skládání rychlostí kinematiky klasické), že v jedné z nich bude se šířiti rychlostí $v + c$, ve druhé S', proti směru pohybu, rychlostí $c - v$. Avšak podle druhého z uvedených základních postulátů teorie tomu tak není; v obou soustavách stejně oprávněných vychází rychlost světla c. V tom shledávali někteří protivníci relativity vnitřní logický odpor. Jest však uvážiti, že jest tu užíti adičního teoremu, který jest platný v této teorii. Jde tu o skládání dvou rychlostí, z nichž jedna jest c a druhá v prvním případě (v soustavě S) v, v druhém případě (v soustavě $S' - v$; při obojích těchto složkách jest výsledná rychlost vždy c. Vyzkoušeti pak pokusem, zdali tato úvaha jest správná, není dobře možno, ježto by bylo k tomu třeba umístiti ve velkých vzdálenostech od sebe hodiny, na nichž současnost (v každé soustavě jiná) by nebylo lze zjistiti.

2. *Kontrakci délek* bylo nutno zavésti, aby se vysvětlil negativní výsledek pokusu Michelsonova; že však těleso, které vzhledem k pozorovateli se pohybuje, se mu jeví ve tvaru zploštělém (koule jako rotační elipsoid, ba pro rychlost $v = c$ jako deska), nezdá se býti pravděpodobno. Projeveno bylo mínění, že tato změna by byla jen zdánlivá, což vysvětlováno tím, že není pozorována ve všech soustavách vztahových stejně; pozorovatel v soustavě, pohybující se s tělesem, vidí totiž délku nezkrácenou. Proto stěží se může úkazu tomu přičítati skutečnost.

3. *Paradoxon hodinové.*[61]) Mějme dvoje stejně jdoucí hodiny A a B, jež se nalézají zprvu v počátku souřadnic; z nich A zůstanou v klidu (relativném), B pak pohybují se rovnoměrně ve směru osy X-ové. Když tyto druhé hodiny dospějí nějakého bodu M osy, obrací se a konají pohyb zpět do počátku, kde se zase setkají s hodinami A. Podle teorie relativnosti zůstávají pohybující se hodiny pro pozorovatele v klidu o nějakou dobu pozadu; doba ta závisí na rychlosti pohybu a délce proběhnuté dráhy. Ježto však teorie ta učí, že s touž oprávněností můžeme míti za to, že pro příslušného pozorovatele hodiny B jsou v klidu a hodiny A v pohybu, musely by také hodiny A zůstávati vzhledem k B pozadu.

Tedy každé z těchto hodin opožďovaly by se proti druhým, což jest nesrovnalost; čekali bychom zajisté, že obojí hodiny při opětném setkání půjdou stejně. *Einstein* vyvrací tuto námitku takto:[62]) K tomu, aby hodiny B v bodě M se obrátily, jest potřebí jisté síly; musíme si tuto sílu nahrazenou působením pole gravitačního, které při obratu vznikne a po [illegible] hodiny B zpředné na místě, kde gravitační potenciál [illegible] má

61) Záviška, str. 71 a 122.

62) Ve stati: »Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie«, Naturwissenschaften, 6. roč., 1918, str. 697.

větší hodnotu a proto jdou pak rychleji. Tímto předbíháním vyrovnává se dřívější opožďování.

4. *Problém tuhého tělesa.* Jestliže podle teorie relativnosti délky podrobeny jsou při pohybu kontrakci ve směru rychlosti, odpadá pojem tuhého tělesa mechaniky Galileiovy (s grupou G_∞), v níž vzdálenost kterýchkoli dvou bodů jest nepromënná. Problémem tím zabývali se *Born*, *Herglotz*, *Noether*, *Laue*; řešení jeho spojeno bylo s mnohými obtížemi.

Podle *Borna*[63]) nesmí se při pohybu deformovati elementární prvek objemový; infinitesimální podmínky tuhého tělesa dány jsou rovnicemi $\frac{dp_{\alpha\beta}}{dt} = 0$, jsou-li $p_{\alpha\beta}$ koeficienty v kvadratické funkci $ds^2 = \sum_{\alpha\beta} p_{\alpha\beta}\, d\xi_\alpha\, d\xi_\beta$ $(\alpha, \beta = 1, 2, 3)$, nezávislé na čase.

Herglotz dokázal v pojednání jednajícím o relativistické teorii pružnosti,[64]) že v tělese vznikají vždy jakási napětí, podobně jako v tělese pružném. Stanoví pak pro pohyb jeho kinetický potenciál, invariantní vzhledem k transformaci Lorentzově; z první variace tohoto potenciálu plynou pak rovnice pohybu ve tvaru Lagrangeově i Eulerově.

Laue[65]) dovodil, že podle teorie relativnosti těleso má neomezený počet stupňů volnosti.

V obecné teorii pojem tuhého tělesa není lze podržeti; taková tělesa nahrazují se zvláštními útvary, jimž *Einstein* dává jméno »měkkýši«[66]); jsou v podstatě totožny s libovolnou soustavou Gaussových souřadnic v prostoru čtyřrozměrném, na jichž volbě zákony fysikální jsou nezávislé.

Celkem lze říci, že těleso tuhé mechaniky klasické nemá v teorii relativnosti místa.

5. Kdežto speciální teorie relativnosti uznána byla většinou fysiků za správnou, vyslovili se mnozí z nich rozhodně proti zobecnění jejímu na *pohyby rovnoměrně zrychlené.*[67]) Poukazováno k tomu, že pro průběh zjevů vztahujících se k těmto pohybům, není jedno, pohybuje-li se těleso nebo jeho okolí. Jestliže na př. při srážce vlaku vše se v něm roztříští v trosky a okolí při tom zůstane neporušeno, uzná každý, že příčinou toho bylo působení setrvačnosti, když vlak byl náhle násilně zastaven. Že by se to mohlo státi tím, že okolí přechází z pohybu v klid, jak by děj ten podle teorie relativnosti také bylo lze vykládati, nikdo by neuznal za správné. Vždyť věž vedle tratě stojící při srážce neutrpěla žádného poškození. Proti tomu praví *Einstein*, že jde v případě tom o dvojí možnost vysvětliti

63) V pojednání: »Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik der Relativitätstheorie«, Annalen der Physik, 1909, str. 1.

64) »Ueber die Mechanik des deformierbaren Körpers vom Standpunkte der Relativitätstheorie«, Annalen der Physik, 1911, str. 493.

65) Physikalische Zeitschrift, 1911, str. 85.

66) Záviška, str. 133.

67) Nachtikal, § 13, str. 57.

týž úkaz; zásadně jsou obě soustavy souřadnic, jichž tu lze použíti, rovnomocné, ale o tom, jakou soustavu z nich lze voliti, rozhodují ještě jiné okolnosti: účelnost, ekonomie, jakož i, která soustava k vysvětlení děje jest příhodnější. V uvedeném příkladě rozhodnutí jest snadné; strojvůdce vytápí kotel parního stroje a nikoliv okolí, musí to tedy býti stroj, jenž způsobil náhlým zastavením zmíněné účinky.

Podobně lze uvažovati o tom, otáčí-li se země kolem své osy nebo točí-li se kolem ní všechny hvězdy, což oboje podle teorie relativnosti jest přípustné; i tu rozhodneme se pro rotaci země, ježto by v druhém případě rychlost stálic musela být ohromná.

Weyl[68]) vysvětluje věc takto: Podle Galileiova zákona setrvačnosti pohybuje se těleso, nepůsobí-li naň žádná síla, přímočaře a rovnoměrně; i můžeme zavésti jakési pole, které *Weyl* nazývá »vedoucím«, jehož působením se děje tento pohyb (podle relativity v čáře geodetické); z tohoto pohybu odchylují těleso síly vnější. Tážeme-li se, proč při srážce vlak se roztříští, a ne věž, můžeme odpověděti: protože vlak jest vytržen ze svého přirozeného pohybu v poli vedoucím silami molekulárními, jež srážkou se stávají účinnými, kdežto věž působení těchto sil nepodléhá.

Avšak jakési obtíže při tomto výkladu přece vznikají. Jest totiž vysvětliti, je-li pole vedoucí jednotné nebo rozvrženo ve dvě části: setrvačnost, stanovenou afinní strukturou čtyřrozměrného světa, a gravitaci, určenou hmotou obecnou. Není též vysvětleno, zdali tato hmota určuje pole jednoznačně, jakož i, stačí-li k vytvoření jeho hmotnost, náboj a stav pohybu anebo nebude-li třeba připojiti ještě jakýsi dynamický moment.

6. Větší obtíže způsobil teorii relativnosti výklad *rotace*. O těchto obtížích vyslovil se již r. 1909 *Ehrenfest*.[69]) Upozorňuje, že všechny body poloměru kruhové desky pohybují se při rotaci směrem k němu kolmým, tudíž poloměr se Lorentzovou kontrakcí nezkracuje a podržuje svou délku ve všech soustavách souřadnic.

Položíme-li však měřítko (velmi krátké) na obvod desky, jehož prvky se pohybují ve svém směru, vzniká kontrakce. Máme-li tedy dva pozorovatele, jednoho v soustavě klidové a druhého v soustavě, která se otáčí s deskou, jest pro prvního měřítko, jímž druhý měří obvod desky, kratší; touto zkrácenou jednotkou délky naměří pro obvod, jehož poloměr se nezměnil, více jednotek. Jinak řečeno: poměr obvodu desky k jejímu poloměru nebude se rovnati 2π, nýbrž bude větší než 2π. Tento rozpor vysvětluje se tím, že přijímáme, jak již bylo výše řečeno, pro obecnou teorii neeuklidovské kontinuum, v němž platí geometrie Riemannova se základním tensorem G (1b) a podle této geometrie obvod kruhu nerovná se $2\pi r$.[70])

---

[68]) »Raum, Zeit, Materie«, V. vyd., str. 220, 225.

[69]) »Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie«, Physikalische Zeitschr., 1909, str. 918.

[70]) Záviška, str. 127.

Namítalo se dále, že obě možnosti: otáčející se deska a klidné okolí nebo otáčející se okolí a klidná deska, nejsou rovnomocny; k otáčení okolí bylo by totiž třeba ohromné síly. Tomu však není tak; síla ta jest stejně velká jako síla potřebná k rotaci tělesa. Neboť oboje rotace (tělesa i okolí) jsou jenom různou interpretací téhož děje fysikálního.

8. Proti složkám *energie gravitační* t^λ_σ danými rovnicemi (14), proneseny byly mnohé námitky. *Schrödinger* dokázal totiž[71]) ze vzorce Schwarzschildova (1d), že tyto složky gravitačního pole kulového v soustavě vztahové příhodně zvolené (mimo kouli) se rovnají nule; jsou tudíž pole, v nichž není žádné energie pochodící od gravitace. A krátce na to vyšel článek od *H. Bauera,*[72]) v němž dovozuje, že složky t^λ_σ nerovnají se nule pro vhodně volené soustavy souřadnic, i když není žádného pole gravitačního. Shrneme-li obé, můžeme říci: Složky energie gravitační nejsou v souvislosti s polem gravitačním; rovnají se nule i tenkráte, je-li takové pole a nerovnají se nule, není-li tohoto pole.

Proti těmto námitkám vystupuje *Einstein* v pojednání »Der Energiesatz in der allgemeinen Relativitätstheorie«.[73]) Zdůrazňuje, že složky t^λ_σ jež zastupují potenciální energii klasické fysiky, nejsou tensory; tudíž nerovnají se nule ve všech soustavách, mají-li tuto hodnotu v soustavě některé. Význam jejich záleží v tom, že jest jich třeba, aby vyhověno bylo větě o zachování impulsu a energie, vyjádřené rovnicí (13). Jestliže položíme součet $\mathbf{T}^\lambda_\sigma + \mathbf{t}^\lambda_\sigma = \mathbf{U}^\lambda_\sigma$ bude podle této rovnice $\sum_\lambda \frac{\partial \mathbf{U}^\lambda_\sigma}{\partial x_\lambda} = 0$; pro uzavřený (isolovaný) objem, na jehož mezích $\mathbf{U}^\lambda_\sigma = 0$, obdržíme integrací

$$\frac{d}{dx_4}\left(\int \mathbf{U}_\sigma{}^4\, dx_1\, dx_2\, dx_3\right) = 0; \tag{18}$$

položíme-li $\int \mathbf{U}_\sigma{}^4 dx_1 dx_2 dx_3$ rovný čtyřvektoru J_σ, bude kratčeji

$$\frac{dJ_\sigma}{dx_4} = 0.$$

Einstein dokazuje, že integrál J_σ jest invariantní [illegible] soustavě souřadnic [illegible] integrální zákon [illegible] zachování impulsu a energie [illegible] diferenciální [illegible] o anulování divergence tensoru energie T^λ_σ jest připustiti, že mohou býti pole gravitační bez napětí a bez hustoty energie; též sluší uvážiti, že jde někdy o vzájemné účinky několika soustav hmotných v poli gravitačním a v tom případě nemohou t rovnati se nule. Ježto

[71]) »Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes«, Phys. Zeitschr., 1918, str. 4.

[72]) »Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes«, Phys. Zeitschrift, 1918, str. 163.

[73]) »Sitzungsberichte« 1918, str. 448.

rovnicí (18) impuls a energie stanoveny jsou přesně, jest vhodno složky ty zachovati.

IV. Význam teorie relativnosti. Shrneme-li vše, co jsme o této teorii v předcházejících oddílech pověděli, můžeme význam její ve vědě fysikální stručně vystihnouti takto:

1. Teorie ta změnila mechaniku Newtonovou, dosud platnou; základy její (známé zákony pohybu) nahrazeny byly novými. Mechanika klasická stala se jen zvláštním případem mechaniky obecnější a složitější.

Pojmy rychlosti, hmoty, síly a energie jsou jen relativní; i pojem času upraven byl jinak. Hmota a energie jsou v podstatě stejny. Také zákon o zachování hmoty, který splývá se zákonem o zachování energie, nelze podržeti tak, jak se uvádí v mechanice klasické.[74] Musíme upustiti od mnohých elementárních představ, jimž jsme se dříve učili.

K zobecnění teorie přispělo použití počtu tensorového; vedle skalárů a vektorů zavedeny pro důležité veličiny fysikální obecnější tensory, což jest zajisté na prospěch vědy.

2. Teorie vykládá gravitaci jako vlastnost prostoru změněného působením hmot. Jest popsána prostoro-časovými rovnicemi diferenciálními a připojena organicky k všeobecným transformacím teorie. Zákony Kepplerovy vycházejí z ní jako efekt prvního řádu.

Jako v teorii Faraday-Maxwellovy působení elektrické šíří se od částice k částici v ústředí dielektrickém, tak i u zjevů gravitačních lze míti za to, že se šíří podobně vlnami v deformovaném prostoru.[75]

3. Při všech dějích fysikálních teorie relativnosti přihlíží k poli gravitačnímu; účinky jeho na úkazy mechanické, elektromagnetické, optické berou se v úvahu. Jsou snad někdy malé, ale to nemůže býti příčinou, abychom jich zanedbávali. Také položeny základy k teorii, která sjednocuje zákony mechaniky a elektrodynamiky na podkladě společném.

I pojem éteru světelného změněn byl tak, aby prost byl hmotnosti, vlastnosti to málo pochopitelné.

4. Teorie *Einsteinova* poučuje nás o tom, jak úzce souvisí geometrie s dynamikou. Neboť rozložení hmot v prostoru vytvořuje nejen pole gravitační, ale i nerozlučně s ním spojené pole metrické, jímž dán jest v každém bodě základní tensor [illegible] geometrie světová. Gravitací způsobuje se odchylka geometrie Euklidovy ke geometrii Riemannově.

[74]) Plyne to z rovnosti hmoty a energie; vyvine-li se při chemickém slučování jisté množství tepla, zmenšuje se hmota sloučeniny o hmotu, která odpovídá energii tohoto tepla. Hmota sloučeniny nerovná se tudíž součtu hmot součástek.

[75]) »Vlastnost působiti na těleso nebo na děj elektromagnetický náleží prostoru přetvořenému blízkostí hmoty nebo energie; není to akce do dálky přímá a okamžitá, způsobená tělesem přitahujícím« (*J. Becquerel*, Le principe de relativité, str. 129).

5. Teorie relativnosti působila na náš názor světový. Kdežto v starověku a ve středověku poznání světa a jeho zákonů vztahovalo se jen k omezené části jeho (ke světu sublunárnímu) a teprve od 15. století svět rozšiřován do nekonečna a vzhledem k tomu objeveny byly zákony správnější, *Einstein* béře v úvahu veškerenstvo nesmírných hmot ve vesmíru a přisuzuje jim vliv na děje pozemské. Myslilo se, že tento vliv jest bezvýznamný pro veliké od nás vzdálenosti stálic, ale ukázalo se, že hmoty ty spolupůsobí při setrvačnosti a vzniku sil odstředivých.

6. Teorie relativnosti přispěla k tomu, že jednotný ideál klasický, podle něhož všechny zjevy fysikální lze vysvětliti na základě zákonů mechaniky, ustoupil novému ideálu, jehož podstatou jest pojem pole, fysikálního kontinua, které vyjadřujeme rozmanitostí prostoro-časovou.

Jest pravdou, že tyto převraty v našich názorech nepadají na váhu pro účely praktické. Jsou totiž kvantitativní rozdíly mezi číselnými hodnotami rozličných fysikálních veličin podle dosavadní a nové teorie tak malé, že praktikové nemusí upustiti od dosud užívaných hodnot a vzorců mechaniky klasické. »Pravý význam nových myšlenek,« praví *Chwolson*,[76]) »nesmí se však posuzovati podle prakticky zřejmých výsledků. Jsou-li myšlenky ty správny, shlíží-li se v nich, co skutečně existuje, musí upoutati každého, komu jest milý pokrok v poznání světa nás obklopujícího, nepřihlížeje k tomu, zdali nové vymoženosti ducha lidského jsou jen abstraktní a není-li možno jich v praksi upotřebiti.«

K tomu jest třeba připomenouti, že teorii kvant, která proniká všechna odvětví fysiky, nelze dosud sloučiti s teorií relativnosti. Tato poučuje nás sice o struktuře světa, ale o podstatě hmoty nepraví nám ničeho. Podle nynějšího stavu relativity teorie kvant nepřispívá k dalšímu vývoji jejímu, aspoň potud, pokud se nenajde pravá cesta k řešení problému hmoty a kvant v rámci této teorie.

K závěru připojuji ještě slova, jež napsal o teorii relativity *H. Weyl* v doslovu ke svému dílu »Raum, Zeit, Materie«:[77]) »Kdo přehlédne vykonaný postup, který nás vede od Euklidovské metriky k metrickému poli hybnému, závislému na hmotě, jež v sobě zahrnuje pole gravitační a elektromagnetické; kdo snaží se v jedno shrnouti vše, co mohlo býti vylíčeno jen posloupně a do jisté míry rozptýleně, musí býti jat pocitem nabyté volnosti; pevná pouta, která dosud naše myšlení svírala, jsou uvolněna. Jest nám, jako bychom slyšeli několik akordů harmonických sfér, o kterých snili Pythagoras a Keppler.«

Co se konečně týče dalšího vývoje teorie relativnosti (pokud některé části její jsou hypotetické) nelze předvídati, bude-li průběh její takový jako jest průběh dosavadních

[76]) V uvedeném již spise o evoluci ducha fysiky v letech 1873—1923 na str. 175.

[77]) Páté vydání, str. 317.

teorií fysikálních (založených na určitých hypotesách), jež vysloveny byvše znamenitými badateli zdokonalují se a dostupují nejvyššího rozkvětu, avšak později bývají opuštěny, když nedovedly vysvětliti nové úkazy, jež byly objeveny. Huyghensova undulační teorie světla jest toho poučným příkladem. Snad také teorii relativnosti podaří se objasniti úplně ještě některé nezcela srozumitelné vývody její, o nichž byla též učiněna zmínka, snad bude experimentálně bezpečně na jisto potvrzena, snad vysvětlí se jí pochybnosti o její správnosti, jež později vzniknou. V té příčině *Chwolson* v uvedeném spise svém klade v ni velké naděje, když míní, že na jejím podkladě objeví se nová fysika jako velkolepé rozšíření fysiky staré. Jest tak nesnadno říci, splní-li se v budoucnosti tyto naděje.