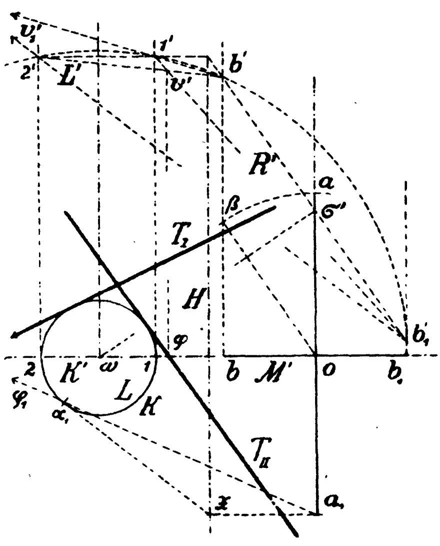
Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky.

Stanovení společných tečen a průsečíků dvou souosých kuželoseček methodami deskr. geometrie.

Jako dodatek k článkům J. Kálala a O. Lehovce podává **Jiří Archleb**, suppl. uč. v Pardubicích.

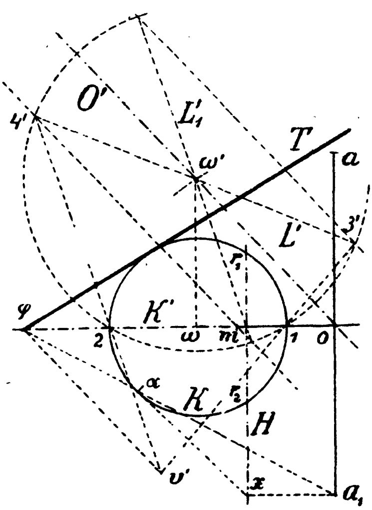
(Dokončení.)

Pro úplnost chci se zde zmíniti o oněch cestách, které můžeme voliti, leží-li střed kružnice K na vedlejší ose ellipsy



Obr. 2a).

neb hyperboly. V prvém případě lze (dle K. Schirka) považovati kružnici K i ellipsu M za řídicí křivky přímých ploch válcových (obr. 2a). Ze středu kružnice ω opišme plochu kulovou, aby válec nad ellipsou M protala v kružnici R; v kružnici bude protat též rotační válec nad K. Oběma kružnicemi určeny jsou dvě plochy kuželové, jichž půdorysné obrysy jsou hledanými společnými tečnami. Ke konstrukci dlužno podotknouti: Poloha kruhových řezů na elliptickém válci jest $o\beta$ ($\overline{b\beta}$ = excentricitě ell. M). Spusťme z ω kolmici k tomuto směru, čímž určíme střed σ kruhového řezu R, jehož průmět $\overline{b'_1 b'} \parallel \overline{o\beta}$; tímto řezem jest koule dána (opíšeme $\overline{\omega b'_1} = \overline{\omega b'}$) a ovšem i kružnice L ($L' \equiv 1'2'$) na válci druhém. Stanovení vrcholů v a v_1 obou

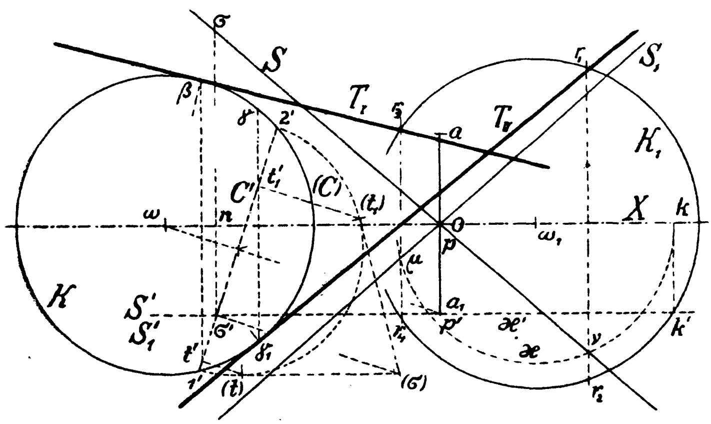


Obr. 2b).

ploch kuželových (RL), jakož i jich průmětů půdorysných φ a φ_1 jest zřejmo z obrazu.

V témže případě můžeme postupovati (dle R. Niemtschika) obdobně jako při všeobecné methodě na počátku uvedené. Ellipsou M položíme šikmý válec, avšak takový, aby ho známá koule, obsahující nyní opět kružnici K a mající střed na jeho ose, protínala v kružnici. Konstrukce (obr. 2b) jest následující: Určeme předem střed koule ω, uváživše, že poloměr její musí se rovnati hlavní poloose ellipsy a učinivše tedy $1\omega' = 2\omega' = oa$. Pak ωo jest osou šikmého válce, který jest koulí z ω opsanou protat v kružnici ($L' \equiv 3'4'$). Kružnicemi L a K opět jsou určeny dvě plochy kuželové o vrcholech v a v_1, které promítneme směrem osy válcové do φ a φ_1.

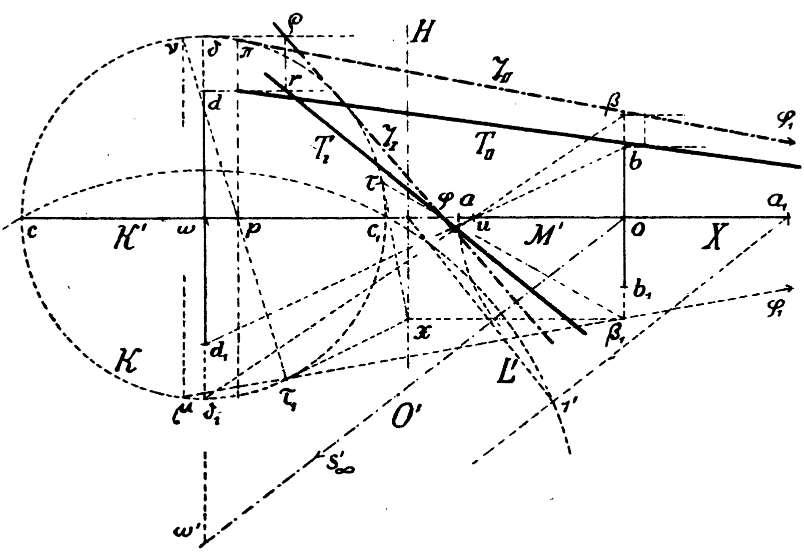
Jedná-li se o společné tečny hyperboly M a kružnice K se středem ω na vedlejší ose hyperboly, pak volíme cestu odchylnou od uvedených. Současným otočením dané hyperboly i kružnice kol společné osy vznikne jednoplochý hyperboloid rotační a plocha kulová. Položíme-li některou povrchovou přímkou hyperboloidu tečné roviny ke kouli, jsou tyto zároveň tečnými rovinami onoho hyperboloidu (ježto obsahují povrchovou přímku).



Obr. 3.

Každá taková rovina tečná jest kolma k jisté rovině meridianové μ, v níž leží křivky shodné s M a K. Stopnice oněch tečných rovin na μ dotýkají se obou a otočíme-li tudíž tento meridian do nákresny, máme hledané tečny. Považujme (v obr. 3.) společnou osu ωo za X. Jednou z povrchových přímek hyperboloidu vésti máme roviny tečné ke kouli. Volme k tomu přímku $S \parallel \nu$ (t. j. s nárysnou), půdorysný stopník jest $p' \equiv a_1$. Z tohoto opišme ploše kulové kužel, dotýkající se jí dle kružnice C ($C' \equiv 1'2'$); vyhledejme stopník σ přímky S na rovině C a veďme z něho tečny ku C, čímž jsme určili dotykové body t a t_1 žádaných rovin. (Při sklopení stopníku jest $(\sigma)\sigma' = \sigma n$; odtud tečny ku (C) a z bodů (t), (t_1) odvodíme t' a t'_1.) Tyto body dotykové otočíme pouze do roviny nárysného meridianu K a tečny v tak získaných bodech β, β_1 a γ, γ_1 jsou žádané. Methodu tuto rovněž uvádí K. Schirek, konstrukce naše však jest jednodušší.

Jest patrno, že téže methody užíti můžeme, když místo kružnice dána jest jiná kuželosečka s osou v X, tedy příkl. ellipsa. Pak vésti by bylo z p' a (σ) tečny ellipsám (otočením totiž vznikl ellipsoid). Lépe však zaříditi konstrukci takto:



Obr. 4.

Jedná-li se vůbec o společné tečny dvou kuželoseček, jichž osy leží v téže přímce, pak, pokud aspoň jedna z nich jest ellipsou, případ můžeme jednoduchou transformací affinní převésti na některý z dříve uvažovaných. Dané ellipse přiřadíme totiž kružnici nad touž osou (hlavní či vedlejší). Tímto affinním vztahem, jehož paprsky jsou kolmé k společné ose X, promění se druhá kuželosečka v jinou téhož druhu; konstruktivně má to za následek změny velice nepatrné; tak při methodě nejdříve uvedené pouze pošinutí vrcholu s kužele rotačního ve směru $\perp X$. (Patrno z obr. 4.; k ellipse cc_1dd_1 přiřaděna kružnice

$cc_1\delta\delta_1$; vrcholům b, b_1 druhé ellipsy odpovídají pak β, β_1 sestrojené příkl. tak, že d_1b protíná se s $\delta_1\beta$ na ose X; ostatní konstrukce známa; z nalezených tečen $\mathfrak{T}$ odvodíme zpět T třeba pomocí průsečíků s tečnami v δ a d, které jsou přidruženy.) Tyto případy dají vděčnou látku ke cvičení.

Ovšem, že i zbývající kombinace (dvě hyperboly, hyperbola s parabolou) bylo by možno transformovati na uvažované; bylo by však nutno užíti vztahu kollineárného, který by některé z nich přiřadil kružnici.

Zbývá na jednu věc upozorniti. Stane se často, že některý z průsečíků tečen padne mimo nákresnu. Pak určiti lze směr, ve kterém φ na ose X leží, následující úvahou (opět dle Schirka). Hledejme průmět některé povrchové přímky kužele (LK) přímo v promítnutí centra s (v obr. 2a pouze orthog. průmět; příp. obr. 3. sem nepatří). Stanovme průsečnici $H \perp X$ rovin K a L. Z libovolného bodu x na této průsečnici veďme tečny ke kružnicím K i L. Spojnice dotykových bodů jest povrchová přímka. Ježto pak L promítá se z s do M, vedeme z x tečny ku M a spojnice dotykových bodů směřuje do průmětu vrcholu φ. Výhodně volíme za x onen bod na H, v němž tato jest protata danou již tečnou kuželosečky M (tečnou vrcholovou, asymptotou, etc.) i zbývá pak vésti ještě tečny ku K. V obr. 4. jsou dot. body τ a τ_1; $\beta_1\tau_1$ určuje φ_1. Tečny ku K, směřující do nepřístupného φ_1 sestrojíme pomocí poláry bodu φ_1; tato jde průsečíkem p úhlopříčen čtyřúhelníka $\tau_1\tau_2\mu\nu$ (kde τ_2 jest souměrný ku τ_1 dle X). Tečna $\mathfrak{T}_\pi \perp \omega\pi$.

Přímka H jest průsečnice kružnic K a L, jež leží na téže kouli a tedy rovněž průsečnice K a M. Jest tedy v uvedených methodách obsaženo též hledání průsečíků kuželoseček o společné ose. Průsečíky tyto r (pokud jsou realné) nalezne čtenář v obrazech vyznačeny. Obr. 1b ukazuje případ čtyř realných tečen i průsečíků.

V příp. obr. 3. užijeme této cesty: Považujíce opět dané křivky za meridiany rotačního hyperboloidu a koule, hledejme společné jejich parallelní kružnice; rovina povrchových přímek (SS_1) seče kouli v kružnici x (poloměru ω_1k). Při tom ν a μ jsou průměty průsečíků přímek S, resp. S_1 s koulí; jimi jdou obrazy průsečných kružnic obou rotačních ploch a stanoví průsečíky hledané ($r_1 v r_2 \perp X$ etc.). Konstrukce tyto, jež podal R. Niemtschik, doporučujeme vřele ku cvičení. Zvlášť zajímavy jsou případy kuželoseček soustředných.

Zmíněná přímka H jest s jiného hlediska osou kollineace obou kuželoseček a k vyhledání jejímu podala by nám geometrie synthetická na základě polárných vlastností cestu všeobecnější. Obě příslušná centra φ a φ_1 určili bychom však jako nahoře polárami bodů x.

O předpovídání povětrnosti.

Se stanoviska historického zpracoval **Jos. Krkoška**, prof. v Pelhřimově.

(Dokončení.)

Jest stará zkušenost, že některé zjevy povětrnostní, třebas bouře, postupují od místa k místu. Jak v novější době však se poznalo, jeví se podobný postup od místa k místu v povětrnosti vůbec; není ovšem hned na první pohled zřejmý, jest třeba zaujati vhodné stanovisko, s něhož bylo by lze jej viděti a sledodovati. Podařilo se již takové stanovisko najíti, a sice v pohybech barometrického minima a maxima.

Ano, tlakoměrné minimum a maximum se pohybují, nikoli sice tak, jako vírové prstence z tabákového kouře vyfouknuté, v nichž částice je tvořící od místa k místu pokračují, nýbrž spíše jako vlny běžící po dozrávajícím osení, jejichž vrch a dol stále nová a nová stébla zasahuje. Jest třeba znáti rychlost a směr tohoto pohybu, abychom mohli předpověděti jejich budoucí polohu. Naše vědomosti o obou těchto stránkách pohybu tlakoměrného minima a maxima jsou dosud povahy více jen povšechné. Jak zkušenost učí, pohybuje se tlakoměrné minimum tak aby území nejvyšší teploty a nejvyššího tlaku zůstalo po pravé straně; nejsou-li oba tito činitelé ve stejném smyslu rozloženi, rozhoduje mocnější z nich, jímž v létě pravidelně jest teplota. Rovněž poměry zeměpisné mají vliv na chod tlakoměrného minima, některé, na př. hladina vodní, jsou jemu příznivy, jiné, na př. pevnina, zvláště pevnina hornatá, méně příznivy; z té příčiny tlakoměrná minima procházejí některými končinami častěji nežli jinými, a vysoká horstva, jim v cestu se stavící,