Kdyby volené číslo 3,141592 bylo konečným desetinným číslem, stačilo by nyní potlačiti poslední dvě místa ve výsledku a zvýšiti třetí číslo od konce o jednu jednotku; číslo takto stanovené by bylo až na 0,00001 přesně nadbytkem nebo nedostatkem žádaný čtverec. Tento poslední výrok objasníme, ustanovíme-li chybu, jíž jsme se při tomto počítání dopustili; při prvním násobení obnáší chyba patrně méně než 0,0000002,

při druhém „ „ 0,0000009,

při posledním „ „ 0,0000005.

celkem tedy méně než 0,0000016,

Násobením dvěma vzroste chyba na 0,0000032 a zanedbáním cifer v čísle utvořeném ze čtverců zvětší se o 0,000001, tak, že celková chyba obnáší 0,0000033; celkem jest tedy chyba $<$ 0,00001. Z toho pak plyne jako při zkráceném násobení desetinných čísel konečných správnosť výše vytknutého výroku. Kdyby v daném čísle za cifrou 2 byly následovaly cifry, jimiž by se tedy vůbec nebylo násobilo, tu by chyba vzrostla ještě o 0,000004 $\times$ 2, ježto dané číslo jest menší než 4, a číslo zanedbáním oněch cifer vzniklé by bylo menší než 0,000001.

Vrátíme-li se nyní k našemu příkladu, kde jest dané číslo nekonečným desetinným zlomkem, musíme podobně jako to činí Serret (l. c. pag. 188) stanovenou chybu ku výsledku přidati, čímž obdržíme 9,8696031, tak, že číslo 9,86961 čtvercem čísla π až na 0,00001 přesně buď nadbytkem nebo nedostatkem stanoveno míti musíme.

Poznámka. Kdyby chyba, kterou jak patrno již před počítáním ustanoviti lze, obnášela více než 100, musili bychom stanoviti ve zvoleném neúplném desetinném čísle cifru nejvyšší řadové hodnoty, která by s některou další cifrou násobena dávala součin řadové hodnoty 1000kráte menší než jest žádaná.

(Dokončení.)

Poznámka k substituci Landenově.

Napsal

Dr. František Koláček,

professor v Brně.

Ač zmíněná substituce, jsouc podřízeným členem transformace všeobecnější, svůj theoretický význam do jisté míry pozbyla, nebude přec zbytečno, vyvodíme-li tuto nicméně historicky a prakticky důležitou substituci z jednoduché fysikální úvahy, že potencial hmotného oblouku kruhového na určitý bod nemůže záviseti na polárním systemu koordinat, pomocí něhož počet provedeme. Radius a hmotu jedničky délkové volme $=1$. Hledáme protož potencial či $\int \frac{ds}{r}$ pro bod A, kdež znamená ds differencial délky kruhového oblouku.

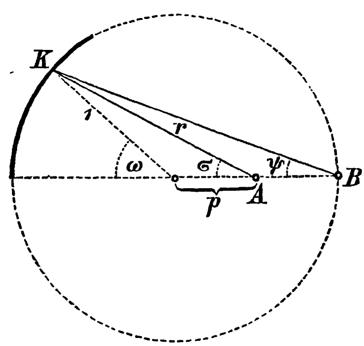
Obdržíme takto:

1. Je-li počátek koordinat v B,

$$\int \frac{ds}{r} = \int \frac{d\omega}{\sqrt{1^2 + p^2 + 2p\cos\omega}}$$

aneb $$\int_0^{\Psi} \frac{2d\psi}{\sqrt{1 + p^2 + 2p\cos 2\psi}} = \frac{2}{1+p} \int_0^{\Psi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \frac{2p}{(1+p)^2}\sin^2\psi}},$$

kdež Ψ jest úhel ψ odpovídající hornímu konci hmotného oblouku.



2. Je-li *počátek koordinat* v A, bude

$$\int \frac{ds}{r} = \int \frac{\sqrt{(dr)^2 + r^2 . d\sigma^2}}{r},$$

při čemž $r^2 + p^2 - 2pr\cos\sigma = 1$, odkud připočtěním $p^2\cos^2\sigma$ na obou stranách plyne

$$(r - p\cos\sigma)^2 = 1 - p^2\sin^2\sigma.$$

Differencováním nabudeme

$$\frac{dr}{d\sigma}=-\frac{pr\sin\sigma}{(r-p\cos\sigma)},$$

a odtud

$$\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2+r^2=r^2\frac{p^2\sin^2\sigma+(r-p\cos\sigma)^2}{(r-p\cos\sigma)^2}=\frac{r^2}{1-p^2\sin^2\sigma};$$

tím obdržíme pro onen potencial, když σ pro bod K označíme písmenem Σ,

$$\int_0^{\Sigma}\frac{d\sigma}{\sqrt{1-p^2\sin^2\sigma}}.$$

Srovnáním tedy jde

$$\int_0^{\Sigma}\frac{d\sigma}{\sqrt{1-p^2\sin^2\sigma}}=\frac{2}{1+p}\int_0^{\Psi}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\frac{2p}{(1+p)^2}\sin^2\psi}}.$$

Elliptický integral I. druhu s modulem p a horní mezí Σ dá se tedy přeměniti na jiný s modulem $\frac{\sqrt{2p}}{1+p}$ a horní mezí Ψ. Σ a Ψ jsou úhly σ a ψ, které přísluší k bodu K. Jednoduchou geometrickou rozvahou obdržíme

$$\cot\sigma\sin\omega=p+\cos\omega,\quad \text{a ježto}\quad \omega=2\psi,$$

$$\operatorname{tg}\sigma=\frac{\sin 2\psi}{p+\cos 2\psi},$$

proto také

$$\operatorname{tg}\Sigma=\frac{\sin 2\Psi}{p+\cos 2\Psi}.$$

Několik analytických studií o plochách mimosměrek (zborcených).

Podává

Vilém Jung,
s. professor při státní průmyslové škole v Brně.

Úvod.

Výborné pojednání analytické prof. Řehořovského „O plochách zborcených“ bylo mi pobídkou, abych se pokusil odvoditi