Karel Vodička

O geometrických a fysikálních methodách k určení parallaxy sluneční. [IV.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 40 (1911), No. 5, 585--590

t. j. vektor

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \varrho U$$

zachovává kontinuitu. Takový vektor ale víří, z čehož plyne, že

$$\begin{aligned} a_t - \varrho u &= W_y - V_z \\ b_t - \varrho v &= U_z - W_x \\ c_t - \varrho w &= V_x - U_y \\ \varrho &= a_x + b_y + c_z. \end{aligned}$$

Tyto relace nalezl jsem kdysi jako student. Neuveřejnil jsem jich však, poněvadž jsem je měl za bezvýznamné. Nyní je uveřejňuji, poněvadž vyhovují principu relativnosti. Mají tvar rovnic dříve nalezených, ale víme ještě něco víc o vektoru obecném, jenž do rovnic vstoupí — Je úměrný rychlosti hmoty.

Druhá serie rovnic, obsahující u_t, v_t, w_t, musí se odvoditi z mechaniky k principu relativnosti náležející.

O geometrických a fysikálních methodách k určení parallaxy sluneční.

Dr. **Karel Vodička.**

(Pokračování.)

Měření heliometrická. Vedle pozorování rektascensí a deklinací možno měřiti posiční úhly planety a její distanci, při čemž doporučuje se užívati heliometru (*Gill* 1877) hlavně za příčinou přesnějšího měření větších distancí. Z theorie pohybu planety stanovíme efemeridu geocentrických souřadnic planety (a, d) a z ní pomocí přibližně známé parallaxy p vypočteme efemeridu míst zdánlivých (a', d'). Jsou-li souřadnice hvězdy S (α, δ), a považujeme-li za předmět měření distanci Δ' mezi hvězdou a planetou a úhly π, σ, jichž arithmetický střed označíme M'_0 (obr. 5.), plyne ze druhé a čtvrté *Gaussovy* analogie

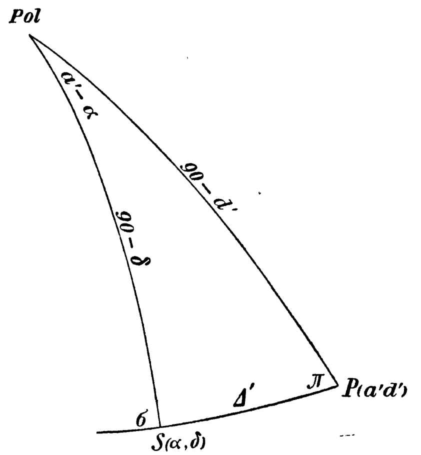
$$\sin\frac{\Delta'}{2}\sin M'_0 = \sin\frac{a'-\alpha}{2}\cos\frac{d'+\delta}{2} = \nu' \qquad (34)$$

$$\sin\frac{\Delta'}{2}\cos M'_0 = \cos\frac{a'-\alpha}{2}\sin\frac{\delta-d'}{2} = \mu'$$

Považujeme-li a, d za správné, obdržíme differencováním těchto rovnic dvě rovnice, z nichž jednoduchou eliminací plyne

$$\sin \frac{\Delta'}{2} dM'_0 = - \sin M'_0 d\mu' + \cos M'_0 d\nu' \qquad (35)$$

$$\cos \frac{\Delta'}{2} d\left(\frac{\Delta'}{2}\right) = \cos M'_0 d\mu' + \sin M'_0 d\nu'.$$



Obr. 5.

Zavedeme-li do rovnice (34) geocentrické souřadnice planety, můžeme psáti

$$\nu' = \sin \frac{a-\alpha}{2} \cos \frac{d+\delta}{2} + \cos \frac{a-\alpha}{2} \cos \frac{d+\delta}{2}\, d\left(\frac{a}{2}\right) -$$

$$- \sin \frac{a-\alpha}{2} \sin \frac{d+\delta}{2}\, d\left(\frac{d}{2}\right),$$

kde první člen na pravé straně dává ν, t. j. hodnotu, kterou ν' přijme ve středu země, a druhé dva členy udávají vliv parallaxy na ν, vlastně vliv korrekce pro hodnotu parallaxy, kterou při počítání efemeridy jsme přijali. Můžeme tedy psáti

$$\nu' = \nu + p \,.\, F(a,\, d),$$

při čemž vzhledem k malé korrekci dp možno $F(a, d)$ považovati za nezávislé na dp a psáti

$$d\nu' = F(a, d)\, dp = \frac{\nu' - \nu}{p}\, dp,$$

a podobně

$$d\mu' = f(a, d)\, dp = \frac{\mu' - \mu}{p}\, dp,$$

kteréžto hodnoty dosazeny do (35) dají

$$\sin \frac{\Delta'}{2}\, dM'_0 = [-(\mu' - \mu) \sin M'_0 + (\nu' - \nu) \cos M'_0] \frac{dp}{p} \quad (36)$$

$$\cos \frac{\Delta'}{2}\, d\Delta' = 2\, [(\mu' - \mu) \cos M'_0 + (\nu' - \nu) \sin M'_0] \frac{dp}{p}.$$

Abychom stanovili závislost hodnot Δ' a M'_0 na korrekcích geocentrických souřadnic planety (da, dd), užijeme přibližných vzorců (34)

$$\Delta' \sin M'_0 = (a' - \alpha) \cos \frac{d' + \delta}{2}$$

$$\Delta' \cos M'_0 = \delta - d',$$

které — nepřesahuje-li Δ' dva stupně, a jsou-li da a dd dosti malé, abychom mohli výpočet koefficientů provésti na 4 místa — dávají s přesnými rovnicemi (34) identické výsledky. Differencováním vzhledem na prvé differenciální kvocienty můžeme psáti

$$\sin M'_0 d\Delta + \Delta' \cos M'_0 dM_0 =$$

$$= \cos \frac{d' + \delta}{2}\, da - \frac{a' - \alpha}{2} \sin \frac{d' + \delta}{2}\, dd$$

$$\cos M'_0 d\Delta - \Delta' \sin M'_0 dM_0 = - dd,$$

a zavedeme-li

$$\frac{a' - \alpha}{2} = \frac{\Delta' \sin M'_0}{2 \cos \frac{d' + \delta'}{2}},$$

bude

$$d\Delta = \sin M'_0 \cos \frac{d' + \delta}{2}\, da -$$

$$- \cos M'_0 \left[1 + \frac{\Delta'}{2} \operatorname{tg} \frac{d' + \delta}{2} \sin M'_0 \operatorname{tg} M'_0\right] dd,$$

$$\Delta' . dM_0 = \cos M'_0 \cos \frac{d' + \delta}{2}\, da +$$

$$+ \sin M'_0 \left[1 - \frac{\Delta'}{2} \operatorname{tg} \frac{d' + \delta}{2} \cos M'_0\right] dd.$$

Vzhledem k rovnicím (36) máme tedy úplné podmínečné rovnice ve tvaru

$$M_0 = M'_0 - \frac{(\mu' - \mu) \sin M'_0 - (\nu - \nu) \cos M'_0}{\sin \frac{\Delta'}{2}} \frac{dp}{p} + \qquad (37)$$

$$+ \cos M'_0 \cos \frac{d' + \delta}{2} \frac{da}{\Delta'} +$$

$$+ \sin M'_0 \left[1 - \frac{\Delta'}{2} tg \frac{d' + \delta}{2} \cos M'_0\right] \frac{dd}{\Delta'}$$

$$\Delta = \Delta' + 2 \frac{(\mu' - \mu) \cos M'_0 + (\nu' - \nu) \sin M'_0}{\cos \frac{\Delta'}{2}} \frac{dp}{p} +$$

$$+ \sin M'_0 \cos \frac{d' + \delta}{2} da -$$

$$\cos M'_0 \left[1 + \frac{\Delta'}{2} tg \frac{d' + \delta}{2} \sin M'_0 \, tg \, M'_0\right] dd.$$

Přesně vzato značí tu da a dd korrekce $d\ (a - \alpha)$ a $d\ (d - \delta)$; oddělení obou korrekcí dá se pak provésti jen tehdy, bylo-li provedeno srovnání s více hvězdami a můžeme-li supponovati, že $d\alpha$ a $d\delta$ od hvězdy k hvězdě nemají systematického karakteru a mění-li svá znamení. Provedeme-li dále řadu srovnávacích pozorování planety s jednou hvězdou a napíšeme-li pro ně podmínečné rovnice (37), musíme při řešení jich supponovati, že korrekce efemeridy pro planetu da a dd jest konstantní; jinak museli bychom pro ně zavésti výrazy obsahující čas ve formě $da + (t - t_0)\, d^2\alpha + \ldots$

Po prvé methody této bylo užito r. 1874; němečtí astronomové tehdy srovnávali Venuši s blízkými stálicemi, kdežto *Gill* na Mauritiu užil jí k pozorování planetoidy Juno. R. 1877 pozoroval *Gill* touž methodou Marta na Ascensionu a výsledek, jehož docílil, čítá se k nejlepším. Když přesvědčil se takto o přesnosti této methody, vypracoval program k heliometrickému pozorování planetoid, jehož zúčastnila se na jižní polokouli hvězdárna na Mysu Dobré Naděje, na severní polokouli hvězdárny Jale College, v Göttingách, Bamberku a Lipsku.

Výsledky pro parallaxu sluneční, stanovené z parallaxy Marta. Výsledky z uvedených method získané jsou tyto:

1. Methoda meridianová:

Rok opposice:

1672: *Cassini D.* (Les élements de l'Astronomie ..., His: 1730, VIII) 9·5″

1751: *Lacaille* (Ephemerides des mouvements célestes ...) 10·38″

1832: *Henderson* (Letter ... on the Sun's parallax ... Astr. Nach. XI) 9·028″

Taylor G. (Results of Astr. Observations, vol. 3. Madras 1836) 9·253″

1849: *Wiennecke* (Ableitung der aequ. hor. Parallax ... Astr. Nach LIX) 8·964″

Stone E. J. (A determination of the ... parallax... Month. Not. XXIII) 8·932″

Hall A. (Solar parallax ... Washingt. Observ. App. A. 1863) 8·84″

Ferguson (Solar parallax ... Washingt. Observ. App. A. 1863) 8·834″

Schultz (Ueber die Bestimmung ... Astr. Nach. LXVIII) 8·87″

Newcomb (Investigation of the distance ... Wash. Obs. 1865) 8·855″

1877: *Downing* (A determination ... Astr. Nach. XCVI) 8·960″ ± 0·051

Eastmann (The solar parallax ... Wash. Obs. 1877, App. III) 8·953″ ± 0·019

Stone E. J. (On some results ... Month. Not. XLII, 1882) 8·95″

1892: *Harzer* (Beobachtungen ... Astr. Nachrichten 1895) 8·800″ ± 0·039

2. Methoda denní a heliometrická:

1672: *Cassini D.* (Les élements de l'Astronomie ..., His. 1730, VIII) 10·2″

Flamsteed (Observationes ... Martis ... Phil. Trans. 1672, 73) 10·—″

1719: *Pound a Bradley* (Phil. Trans. 1719; Phil. Trans. 1720) 10·5″

1832: *Taylor* (Results of Astr. Observations, vol. 3. Madras 1836) 8·595''

1849: *Bond* (The astronomical Journal edidet by Gould, V, 1857) 8·605'' ± 0·4

1862: *Liais* (Note sur la vitesse de la lumière ... Comp. Rend. LX) 8·76''

1877: *Hall M.* (Determination of the solar parallax ... M. R. A. S. XLIV) 8·789'' ± 0·06

Gill (Account of a determination... Month. Not. XLI) 8·78'' ± 0·01

Při stanovení konečné hodnoty nepřihlížíme k prvním určením, ježto nebyla provedena s dostatečnou přesností. Z opposice r. 1849 ponecháme pouze hodnotu *Hallovu* a *Newcombovu*, ježto ostatní materiál byl při tom vzat již v úvahu, z opposice r. 1877 odpadá hodnota *Stoneho*, ježto zaujímá jen část pozorování užitých *Eastmanem*. Střed z opposice z r. 1832 a 1829 jest 8·845'', střed z opposice z r. 1862 a 1877 jest 8·844''; hodnoty ty jsou identické, a poněvadž prvá skupina sama o sobě dává značně různé hodnoty, vynecháme ji, a udělíme-li zbývajícím hodnotám váhy nepřímo úměrné čtvercům pravděpodobných chyb, obdržíme pro parallaxu sluneční z pozorování Marta hodnotu

$$\pi_0 = 8{\cdot}802'' \pm 0{\cdot}005''.$$

(Dokončení v ročníku příštím.)

Příspěvek k Bernoulliho theoremu.

F. Čuřík

Ku odvození důležité věty apriorní pravděpodobnosti, známé i pode jménem „zákon velkých čísel“, jejíž interessantní applikaci mimo mathematickou statistiku nalézáme v kinetické theorii plynů (Bolzmana, Gastheorie, str. 39. a násl.), použil Laplace jednak vzorce Stirlingova ku vyjádření fakult, jednak Eulerova summačního vzorce, podávajícího součet řady ve formě omezeného integrálu. V následujícím ukážeme, kterak poněkud delší cestou, avšak do jisté míry elementárněji dospějeme hned k širšímu výsledku Eggenbergerovu.