z něho a nárysu l_2 snadno najdeme l_1 co úvrat uvažované aequidistanty E.

Body $l_1 \ldots$ lze touto cestou sestrojiti, i když jsou podvojně sdružené a imaginárné.

Poznámka k theorii rovnic differenciálních lineárních.

Napsal Dr. **Frant. Rádl.**

1. V následujícím řešena známá úloha integrovati rovnici differenciální lineární s druhým členem, je-li znám úplný integrál téže rovnice bez druhého členu, methodou jinou, než je Lagrangeova variace konstant nebo způsob Cauchyův.

Užijeme-li vzhledem k jisté funkci $y = f(x)$ za sebou dvou operací $y' + ay$, $y' + by$, obdržíme, položíce výsledek rovný nulle, $y'' + (a + b)\, y' + (a' + ab)\, y = 0$, tedy differenciální rovnici lineární 2ho řádu; a, b, pokládáme za jisté funkce x.

Užijme posloupně n operací $y' + a_k y$ [y^k značí k-tou derivaci, $k = 1, 2, \ldots, n$] a položme výsledek rovný nulle; vznikne differenciální rovnice lineární n-ho řádu

$$y^n + p_1 y^{n-1} + p_2 y^{n-2} + \ldots + p_n y = 0, \qquad (1)$$

jejíž koefficienty $p_1, \ldots, p_n$ jsou funkce součinitelů $a_1, \ldots, a_n$ a jejich derivací.

Dle existenčního theorému o integrabilitě differenciálních systémů lze obráceně danou rovnici (1) složiti z operací $y' + a_k y$; stačí, aby kofficienty p_k hověly jistým velice širokým podmínkám.

Jak jsme tedy užili posloupně n úkonů čili n-krát differencovali dle schematu $y' + a_k y$, tak obráceně vylučujeme postupně úkon $y' + a_k y$, $k = n, n-1, \ldots, 1$ čili n-krát integrujme; tím přijdeme na původní funkci y čili na úplný integrál rovnice (1).

Postup bude týž, má-li rovnice (1) též druhý člen, zní-li tedy

$$y^n + p_1 y^{n-1} + \ldots + p_n y = F(x). \qquad (2)$$

K tomu účelu řešme zprvu nejjednodušší případ, rovnici 1ho řádu,

$$y' + py = F(x). \qquad (3)$$

Provedeme-li postupně úkony φy, y' (kde φ je funkce x) a položíme-li výsledek rovný nulle, obdržíme $\varphi y' + \varphi' y = 0$ čili $y' + py = 0$, je-li $p = \frac{\varphi'}{\varphi}$. Integrace dává $y = \frac{c}{\varphi}$. Rovnici (3) nutno tedy násobiti nejdříve φ, pak integrovati obě strany a konečně děliti φ, čímž obdržíme její úplný integrál

$$y = \frac{1}{\varphi}\int F \, . \, \varphi \, dx + \frac{c}{\varphi}.$$

Budiž nyní ve všeobecném případu (2) $y = \frac{c_k}{\varphi_k}$, kde c_k jest konstanta, integrál rovnice $y' + a_k y = 0$. Proveďme ve (2) na obou stranách úkon inversní k operaci $y' + a_n y$; vznikne rovnice

$$y^{n-1} + q_2 y^{n-2} + \ldots + q_n y = \frac{1}{\varphi_n}\int F\varphi_n dx + \frac{c_n}{\varphi_n};$$

koefficienty $q_2, \ldots, q_n$ jsou složeny z $a_1, \ldots, a_{n-1}$.

Další integrace dle úkonu inversního k $y' + a_{n-1}y$ dává

$$y^{n-2} + r_3 y^{n-3} + \ldots + r_n y = \frac{1}{\varphi_{n-1}}\int \left(\frac{1}{\varphi_n}\int F\varphi_n \, dx + \frac{c_n}{\varphi_n}\right)\varphi_{n-1} dx$$
$$+ \frac{c_{n-1}}{\varphi_{n-1}} = \frac{1}{\varphi_{n-1}}\int \left[\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}\int F\varphi_n dx\right] dx$$
$$+ \frac{c_n}{\varphi_{n-1}}\int \frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n} dx + \frac{c_{n-1}}{\varphi_{n-1}}.$$

Provedeme-li nyní posloupně operace inversní k úkonům $y' + a_{n-2}y, \ldots, y' + a_1 y$, obdržíme konečně úplný integrál rovnice (2):

$$y = \frac{1}{\varphi_1}\int \left\{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdots \int \left[\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_{n-1}}\int \left(\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}\int F\varphi_n dx\right) dx\right] dx \ldots\right\} dx$$
$$+ c_n \frac{1}{\varphi_1}\int \left\{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdots \int \left(\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_{n-1}}\int \frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n} dx\right) dx\right\} dx$$
$$+ c_{n-1}\frac{1}{\varphi_1}\int \left\{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdots \int \left(\frac{\varphi_{n-3}}{\varphi_{n-2}}\int \frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_{n-1}} dx\right) dx\right\} dx$$
$$+ \ldots + c_2 \frac{1}{\varphi_1}\int \frac{\varphi_1}{\varphi_2} dx + c_1 \, . \, \frac{1}{\varphi_1}. \qquad (4)$$

První člen pravé strany jest částečný integrál pocházející od druhého členu $F(x)$ rovnice (2), součet ostatních n členů tvoří úplný integrál rovnice (1).

Je-li úplný integrál rovnice (1) znám, stanovíme funkce φ_k differenciací a tedy částečný integrál rovnice (2) pocházející od druhého jejího členu $F(x)$ obdržíme vykonáním n quadratur.

Jsou-li funkce a_k stálé hodnoty, jsou koefficienty p_k též stálé a vzorec (4) udává též úplný integrál, ať kořeny rovnice karakteristické jsou různé reálné či komplexní, ať jsou stejné. Je-li na př. $a_1 = a_2 = \ldots = a_h = a =$ stálé, jest $\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_h = e^{-ax}$, tedy pravá strana rovnice (4) bude míti posledních h členů o tvaru

$$(c_h x^{h-1} + c_{h-1} x^{h-2} + \ldots + c_2 x + c_1)\, e^{-ax}.$$

(Pokračování.)

Vedení elektřiny v hustých plynech.

Elementárná theorie a měrné methody.

Napsal prof. Dr. **Bohumil Kučera** v Praze.

Úvodem.

Přede dvěma léty přednášel jsem professorům středních škol šestipřednáškový kurs o vedení elektřiny v plynech a o radioaktivitě. Slíbil jsem tehdy účastníkům, že obsah svých přednášek uveřejním v tomto časopise. Plním tento slib teprve letos. Chci však z různých důvodů pojednati o daném thematě v rozsahu širším a rozděliti celou látku na několik samostatných kapitol. V naší literatuře bylo totiž o těchto věcech jednáno dosud velmi málo nebo nic, a i v obšírných učebnicích fysikálních jsou odbyty celkem zkrátka, kdežto veliké knihy, jako především *J. J. Thomsonova*: Conduction of Electricity through Gases, Cambridge 1906 (2. vyd. 678 str.), málo se hodí k prvé informaci. Užil jsem veškeré mně přístupné literatury, z níž jmenovitě uvádím vedle jmenovaného již spisu *Thomsonova* a jeho spisků menších (Electricity and Matter, Corpuscular Theory of Matter), pí. *Curieové*: Traité de radioactivité, Paris 1910 (2 sv., 428 + 542 str.), *E. Rutherfordovu*: Radio-activity, Cambridge