Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 5, 243--246

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122140

projektivné k řadě polů p. Takovouto involuci tvoří také harmonické středy 2-ho st., náležející řadě polů p na křivce K. Projektivné tyto involuce se však ztotožňují majíce tři samodružné skupiny, jež náleží polům a, b, c, aneb lépe řečeno polům k a, b, c nekonečně blízkým.

III. Rovinná křivka n-tého st. je určena $p_n = \frac{n(n+3)}{2}$ *body.*

Předpokládajíce, že počet podmínek p_n určujících křivku n-tého st. aneb vůbec místo n-tého st., jest toliko na čísle n závislým, můžeme svrchupsaný vzorec odvoditi následujícím způsobem.

Libovolná přímka protíná geometrické místo n-tého st. v n bodech. Má-li tomuto místu celá náležeti, jest nutno, však též dostačí dokázati, že má s ním $n+1$ společný bod. Bude tedy přímka, jako část místa n-tého st., představovati $n+1$ určovací podmínky a zbývajícími, na počet $p_n-(n+1)$, musí býti druhá část st. $(n-1)$ho úplně ustanovena. Dle toho jest:

$$p_n - p_{n-1} = n+1,$$
$$p_{n-1} - p_{n-2} = n,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$p_1 = 2,$$

z kterýchžto rovnic sečtením plyne vzorec nadepsaný. Ku výpočtu mohli bychom na místě přímky též kuželosečky použíti; křivek stupňů vyšších však již nikoliv.

Úlohy.

Řešení cenné úlohy.

a) Rozbor. Z daných částí trojúhelníka ABC sestrojiti lze nejprve stranu BC $= a$, potom střed S kružnice opsané K. Abychom našli střed O kružnice vepsané L, hleďme stanoviti dvě měřická místa, jímž střed ten náležeti bude. Jedním takovým místem jest přímka MN || BC, jejíž vzdálenost od BC rovna jest ϱ. Druhé měřické místo takto vyšetříme: Je-li $\sphericalangle$ BAC $= \alpha$, $\sphericalangle$ ABC $= \beta$, $\sphericalangle$ BCA $= \gamma$, jest

$$\sphericalangle \mathrm{BOC} = 2\mathrm{R} - \frac{\beta+\gamma}{2} = \mathrm{R} + \frac{\alpha}{2};$$

protož jest O bodem kružnice, ve které tětiva BC náleží k obvodovému úhlu $R + \frac{\alpha}{2}$. Úhel α jest znám; jestiť to obvodový úhel v kruhu K nad tětivou BC.

Z rozboru tohoto vychází na jevo toto *sestrojení:* Vyrýsujme poloměrem r kružnici K, v ní pak tětivu $BC = a$. Středem S ku BC spuštěná kolmice seče K v bodech D, E; z E jakožto středu opišme oblouk BC. Pak veďme u vzdálenosti ϱ přímku $MN \parallel BC$, která protíná oblouk onen v bodech O, O'; tyto jsou středy kružnic vepsaných dvěma souměrně shodným trojúhelníkům ABC, A'BC, které vyhovují podmínkám daným. Vrchol A(A') jest průsečík kružnice K s prodlouženou přímkou EO(EO').

Důkaz. Jde vlastně jen o to, abychom dokázali, že dle sestrojení učiněného jest $\sphericalangle BOC = R + \frac{\alpha}{2}$. Jest však, protíná-li DE oblouk BOC v bodě F,

$$\sphericalangle BDE = \frac{\alpha}{2}, \quad \sphericalangle BED = R - \frac{\alpha}{2},$$

$$\sphericalangle BFC = 2R - \left(R - \frac{\alpha}{2}\right) = R + \frac{\alpha}{2},$$

a tedy i $\sphericalangle BOC = R + \frac{\alpha}{2}$; což bylo dokázati. Omezení úlohy i různé případy, které se tu vyskytnouti mohou, dovede již čtenář sám vyšetřiti.

b) Označme obvyklým způsobem délky stran trojúhelníka ABC písmenami a, b, c, úhly jeho pak α, β, γ. Potom jest

$$bc \sin\alpha = (a + b + c)\varrho \tag{1}$$

$$\varrho = \frac{b + c - a}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}. \tag{2}$$

Ježto jest $a = 2r \sin\alpha$, bude

$$\sin\alpha = \frac{78}{130} = \frac{3}{5}, \quad \cos\alpha = \pm\frac{4}{5};$$

odtud dle vzorce $\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

vypočítáme dvé hodnot $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$ aneb $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 3$. Hledíce k hodnotě prvé, obdržíme ze vzorců (1), (2) rovnice

$$3bc = 140\,(78 + b + c) \qquad b + c = 246,$$

ze kterých vypočítáme

$$b = 120, \quad c = 126.$$

Znajíce nyní všechny strany trojúhelníka ABC, vypočítáme známým způsobem jeho úhly i obsah P; obdržíme tak

$$\alpha = 36^{0}52'11'', \ \beta = 67^{0}22'49'', \ \gamma = 75^{0}45', \ P = 4536.$$

Hodnota $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3$ vede k výsledkům pomyslným.

Pan Alois Strnad, professor vyšších real. škol v Hradci Králové, který úlohu tuto navrhl, uznal, že za řešení, úplně vyhovující dostati mají ceny, výborem J. Č. M. vypsané, pánové:

Jan Andres z VIII. tř. městské střední školy v Praze,
Karel Herzan ze VI. tř. r. v Hradci Králové,
Josef Kábrle z VIII. tř. g. tamže,
Karel Klír ze VI. tř. r. v Karlíně,
Karel Lebeda, učitel v Heřmani u Písku,
Hynek Melan ze VI. tř. g. v Budějovicích,
Vladimír Novák z VIII. tř. g. v Truhlářské ulici v Praze,
Karel Petr ze VII tř. g. v Chrudimi,
Karel Tůma ze VI. tř. české reálky v Praze,
František Zelinka ze VI. tř. české reálky v Brně.

Mimo to podali ještě správné řešení pp.:

Jindřich Brix ze VII. tř. r. v Pardubicích,
Bohumil Dědek ze VI. tř. české reálky v Praze,
Josef Dvořák z VIII. tř. g. v Hradci Králové,
Tomáš Kyzour ze VII. tř. g. v Písku,
Karel Novák z VIII. tř. g. v Hradci Králové,
Ludvík Novotný ze VII. tř. g. v Chrudimi,
Adolf Pařízek z VIII. tř. g. v Truhlářské ulici v Praze,
Adolf Plýva z VIII. tř. městské střední školy v Praze,
Antonín Radešínský z VIII. tř. g. v Litomyšli,
A. Smolík z VIII. tř. g. v Budějovicích,
František Stejskal z VIII. tř. g. v Příbrami,
František Štiller ze VI. tř. r. v Karlíně,
Alois Tějnický ze českoslov. obchodní akademie v Praze,
Bohumil Tomíček z VIII. tř. g. v Jičíně,
Josef Vančura ze VII. tř. g. v Budějovicích.

Výbor Jednoty Českých Mathematiků usnesl se na tom, by těmto pp. řešitelům přiřklo se po třech knihách, za cenu vypsaných, což pokládáno budiž za *cenu druhou.*

Ostatní p. řešitelé, jichž nejmenujeme, podali řešení úlohy buď částečně neb úplně chybné.

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Zpráva o c. k. real. a vyš. gymnasii v Příbrami, 1886. *Jak počítáme čísly neúplnými.* Žákům středních škol upravil *J. Sommer.*

Přihlížeje k tomu, že v našich učebnicích algebry nedost zřetele věnuje se počítání čísly neúplnými, prof. Sommer napsal stať s vrchu uvedenou. Jest s pravdou, že ve starších učebných knihách algebry před r. 1880 vydaných (až na Horovo zpracování knihy Močníkovy) partie tato byla pomíjena, ale ve knihách novější dobou vydávaných jedná se o počítání čísly neúplnými a to, jak soudíme, v rozsahu dostatečném. Aspoň, pokud stať ta obsažena v algebře Machovcově, pro realky úplně dostačuje, a nemineme se asi pravdou, soudíce, že ani na gymnasiích nelze partie té podrobněji probírati, než kolik v té příčině skytá zmíněná již algebra Machovcova. Vždyť, má-li žák ve škole *páté* gymn. (resp. ve *čtvrté* real.) počítání čísly neúplnými náležitě *porozuměti*, v počítání tom pak žádoucí *obratnosti nabyti* tak, by získané vědomosti podržel, třeba při skrovném počtu hodin, jež části té lze věnovati, by učitel omezil se na *nejnutnější* a vyvodil tu jen poučky *obecně platné!* Pročež nepokládáme článek p. prof. Sommra za jakýsi *doplněk* nebo rozšíření knihy učebné, jak by se z „Poznamenání“ jím ku stati té připojeného souditi dalo, nýbrž jakožto *samostatné obšírné pojednání,* jímž skytá se žákům zvláště snažlivým příležitosť, by nauku, již ve škole jen jaksi v obecných obrysech lze probrati, ve všech podrobnostech propracovati mohli, aby při zvláštních úkolech, počítajíce čísly neúplnými, na rozpacích nebyli, jak dalece dodělají se spolehlivého výsledku. Nelze upříti, že článek páně prof. Sommrův *obšírný* a *důkladný*, sestaven je s *velikou pílí* a svědčí o *nemalé obratnosti* učitelské p. spisovatelově. —

Pojednav stručně o číslech neúplných i o tom, jak čísla se zkracují, a jaká chyba v čísle zkráceném se vyskytuje, p. spisovatel jasně vysvětluje rozdíl chyby absolutní a relativní a pojednává potom na 30 stránkách o jednotlivých operacích s čísly neúplnými. Maje na zřeteli žáky škol středních, pro něž článek je psán, odvozuje ze zvláštních velmi četných příkladů pravidla,