Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Machovec

# Kolik jednoduchých podmínek zastupuje udání, že určitá přímka má býti $r$-násobnou přímkou plochy řádu $n$-ho?

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 16 (1887), No. 5, 230--231

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122132`

# Kolik jednoduchých podmínek zastupuje udání, že určitá přímka má býti $r$-násobnou přímkou plochy řádu $n$-ho?

Podává

F. Machovec,
professor v Karlíně.

Budiž rovnice plochy $F_n$ tak přetvořena, že daná přímka jest osou Z rovnoběžné soustavy souřadnic XYZ.

Každá rovina touto osou procházející protíná potom plochu $F_n$ v křivce řádu $n$-ho, která se při vytčené podmínce rozdělí v křivku řádu $(n-r)$-ho a v $r$-kráte počítanou přímku Z.

Položíme-li tudíž v rovnici

$$F_n = 0$$

$y = \lambda x$, musíme obdržeti rovnici $n$-ho stupně, v níž nejnižší člen pro $x$ jest stupně $r$-ho. Z toho jde, že v rovnici $F_n = 0$ nesmějí býti

1. členy pro $z$ stupně 0-ho až $(n+r+1)$-ho a pro $x$ a $y$ stupně 0-ho až $(r-1)$-ho *),

2. členy pro $z$ stupně $(n-r+2)$-ho a pro $x$ a $y$ stupně 0-ho až $(r-2)$-ho,

3. členy pro $z$ stupně $(n-r+3)$-ho a pro $x$ a $y$ stupně 0-ho až $(r-3)$-ho,

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$r$) členy pro $z$ stupně $n$-ho a pro $x$ a $y$ stupně 0-ho.

Abychom určili počet členů v 1. řádku, uvažme, že členů se $z^k$ $(k \geqq n-r+1)$, jichž stupně pro $x$ a $y$ sahají od 0 do $r-1$, jest $\binom{r+1}{2}$, tudíž že všech členů v 1. vytčených jest $\binom{r+1}{2}(n-r+2)$.

Poněvadž jest dále $\binom{r}{2}$ členů ve 2., $\binom{r-1}{2}$ ve 3. a konečně $\binom{2}{2}$ členu v $r$-tém řádku, jest všech členů, které v rovnici $F_n = 0$ scházeti musejí

---

*) t. j. členy, v nichž jest počet činitelů $x$ a $y$ nejvýše roven $r-1$.

$$\binom{r+1}{2}(n-r+2)+\binom{r}{2}+\binom{r-1}{2}+\binom{r-2}{2}+\ldots+\binom{2}{2}$$

$$=\binom{r+1}{2}(n-r+2)+\binom{r+1}{3}=\frac{r(r+1)(3n-2r+5)}{6}.$$

Podmínka, že určitá přímka má býti $r$-násobnou přímkou plochy $n$-ho řádu, zastupuje tedy

$$\frac{r(r+1)(3n-2r+5)}{6}$$

jednoduchých podmínek.

Myslím, že toto číslo bylo již jinde vyšetřeno, ale poněvadž jsem ho nenašel v Salmonových a Cremonových spisech o plochách a poněvadž též v Peškově deskriptivní gnometrii, v níž podobných čísel dosti jest sneseno, vytčeno není, dovolil jsem si tuto je odvoditi.

Budiž ještě podotčeno, že platí vzorec

$$H_n(r)-3\,H_{n-1}(r-1)+3\,H_{n-2}(r-2)-H_{n-3}(r-3)=1,$$

kdež $H_n(r)$ značí číslo svrchu vyšetřené.

---

# Poznámka ku známé jedné větě geometrické.

Napsal

**Jan Sobotka,**

kandidát prof. v Praze.

V základech vyšší geometrie od dr. *Em.* a *Ed. Weyra*, díl I. str. 93. uvedena jest věta tato:

*I. Vedeme-li z libovolného bodu kruhu opsaného jistému trojúhelníku k stranám kosé přímky o témž sklonu, v témž směru rotace, protínají nám ony přímky řečené strany v bodech téže přímky.*

Dovoluji si především ku větě té poněkud jiný důkaz podati.

Mějmež trojúhelník $abc$ vepsaný do kruhu K (obr. 1.). Promítněme si jej v libovolném směru stejnosměrně poznovu na kruh.

Obdržíme tak na obvodu tři další body $a'$, $b'$, $c'$. Spojnice těchto bodů resp. A″, B″, C″ s libovolným bodem obvodovým