Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 70 (1941), No. Suppl., D224--D227

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121829

LITERATURA.

A. Recense publikací.*)

Otto Haupt, unter Mitarbeit von **Georg Aumann:** Differential- und Integralrechnung. Unter besonderer Berücksichtigung neuerer Ergebnisse. — Tři svazky: 1. Einführung in die reelle Analysis, 196 str., 112,— K; 2. Differentialrechnung, 168 str., 98,— K; 3. Integralrechnung, 183 str., 106,— K. Berlin 1938.

Nauky, které se obyčejně podávají v učebnicích diferenciálního a integrálního počtu, prodělaly od počátku tohoto století značný vývoj; stačí všimnouti si integrálního počtu, v němž moderní teorie, vycházející z díla Lebesgueova, daleko předčí jak svou obecností, tak svou přehledností starší teorii Riemannovu. Většina učebnic, z nichž je možno se naučiti diferenciálnímu a integrálnímu počtu, užívá však jen v malé míře těchto moderních teorií, a to se týká i knih, vyšlých v posledních letech. Situace toho, kdo studuje podle učebnic diferenciální a integrální počet, je tedy obyčejně asi tato: základním pojmům a početní technice se naučí podle starší teorie; při studiu monografických knih o moderní teorii potom zjistí, že leckteré teorie, kterým se naučil a jichž v početní praksi užíval, jsou překonány novějšími teoriemi. Ježto tyto nové teorie nabyly prací mnohých badatelů jednotného a mnohde velmi jednoduchého tvaru, jest již na čase, aby byly větší měrou než dosud uvedeny do učebnic diferenciálního a integrálního počtu, i když ovšem u začátečníků je nutno přihlížeti k tomu, aby se jim nepředkládaly úvahy příliš abstraktní a obecné, na něž začátečníkovy schopnosti abstraktního myšlení často nestačí. Pokusem o takovou moderně založenou učebnici je právě učebnice Hauptova a Aumannova. Podle jejich vlastních slov má recensovaná kniha podávati základní nauky diferenciálního a integrálního počtu na moderním základě, zachovávajíc při tom elementární charakter. Řekněme hned, že jejich kniha je zajímavá, že však jen částečně řeší úkol, který si autoři vytkli.

První svazek obsahuje látku, která předchází vlastnímu diferenciálnímu a integrálnímu počtu. Především jsou na str. 9—21 poznámky o teorii reálných čísel, založené na nekonečných desetinných zlomcích (podobně jako v Kösslerově Úvodu do počtu diferenciálního). Teorie reálných čísel není v knize vyložena, nýbrž pouze osvětlena tak, aby čtenář dovedl se systémem reálných čísel spolehlivě zacházeti.[1]) Čtenáři jsou jistě užitečné obecné poznámky o formulaci matematických vět a o metodách matematického dokazování (viz str. 18—21). Autoři vůbec často vsouvají do svých úvah upozornění o charakteristických znacích a o dosahu metody, které právě užívají a oživují také obecné pojmy a metody geometrickou interpretací. Následující část (str. 21—63) je věnována posloupnostem, nekonečným

*) Z obsahu recensí odpovídají podepsaní pp. recensenti sami.

[1]) Může se namítnouti, že by teorie reálných čísel měla býti v knize tohoto rázu vyložena; poznamenejme však, že o této teorii pojednává obšírně Perronova kniha Irrationalzahlen, vyšlá v téže sbírce.

řadám a základním větám o množinách reálných čísel. Zbytek 1. svazku (str. 64—190) je pak věnován nauce o funkcích, hlavně limitě a spojitosti funkcí. Zde jsou některé partie probrány podrobněji a s vyššího hlediska, než bývá v učebnicích zvykem. Jsou to hlavně tyto odstavce: funkce monotonní, konvexní, polospojité, rozložení limitních hodnot funkcí, souvislost mezi dvojnou limitou $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y)$ a iterovanými limitami $\lim\limits_{y \to y_0} (\lim\limits_{x \to x_0} f(x, y))$, $\lim\limits_{x \to x_0} (\lim\limits_{y \to y_0} f(x, y))$ a odstavec o důležitých nerovnostech (na př. Hölderova a Minkovského nerovnost), jež se odvozují z vlastností konvexních funkcí. Obecnější pojetí se jeví též v tom, že se za obory vyšetřovaných funkcí $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ připouštějí nejobecnější množiny n-rozměrného euklidovského prostoru[2]) a že se základní pojmy definují a vyšetřují podle možnosti pro tento obecný případ; to platí i o dalších svazcích.

Druhý svazek, jenž obsahuje diferenciální počet, se rozpadá na dvě části: funkce jedné proměnné (str. 7—110) a funkce několika proměnných (str. 111—165). Z obsahu první části uveďme hlavně ony části, jež přesahují obvyklý obsah učebnic; jsou to: nutná a postačující podmínka pro rozvinutelnost funkce v Taylorovu řadu, obšírná diskuse pojmu kružnice křivosti v různých pojetích (1. pojetí: limitní poloha kružnice, procházející třemi body křivky $y = f(x)$, blízkými danému bodu $P_0 = [x_0, f(x_0)]$; 2. pojetí: limitní poloha kružnice, mající v bodě P_0 společnou tečnu s křivkou $y = f(x)$ a procházející ještě dalším blízkým bodem této křivky a pod.), odstavec o vyšších diferenčních podílech a o jejich souvislosti s derivacemi a konečně metrické věty: Lebesgueova o derivaci monotonních funkcí a Denjoyova o derivovaných číslech jakýchkoliv funkcí, jakož i příslušná věta o „polotečnách“ obecných bodových množin v rovině. U funkcí několika proměnných stojí ovšem v popředí pojem totálního diferenciálu; ke konci svazku je pojednáno o implicitních funkcích a o závislosti a nezávislosti funkcí.

Třetí svazek, věnovaný integrálnímu počtu, je vybudován celý na moderním základě. Teorie míry a objemu je vyložena obecně, v abstraktních množinových tělesech a σ-tělesech a aplikována potom na objem Jordanův a míru Lebesgueovu. Následuje odstavec o integrálu, příslušném k Jordanovu objemu (t. j. o integrálu Riemannově) a potom jakožto hlavní část tohoto svazku obecná teorie integrálu, příslušného k libovolné míře, jež je potom specialisována a prohloubena pro speciální případ Lebesgueovy míry (Lebesgueův integrál). Vedle obvyklých vět, jež se vyskytují snad ve všech monografiích o Lebesgueově integrálu, je zde probrána věta Fubiniova o převodu množného integrálu ve sled integrací jednoduchých, věta o zavádění nových proměnných do (množného) integrálu, dále k-rozměrná míra v n-rozměrném prostoru (délka křivky, povrch křivé plochy atd.) a konečně obecná věta, obsahující běžné tvary věty Stokesovy, Gaussovy a Greenovy.

Z podaného přehledu obsahu je patrno, že dílo je skutečně proniknuto moderním duchem. Řekl jsem již však, že knihu lze jen částečně považovati za řešení úkolu, podati moderní učebnici diferenciálního a integrálního počtu. To je způsobeno několika okolnostmi. Především nechtěli autoři — jak sami zdůrazňují — opakovati obšírně věci, kterým je možno se naučiti z jiných učebnic a které jsou pokročilejšímu čtenáři běžné. Tak se jim podařilo, směstnati rozsáhlou látku na poměrně malém místě, t. j. na pouhých 514 stranách, nepočítáme-li předmluvu, rejstříky a pod. Tím vznikají ovšem některé nepříjemnosti pro čtenáře. Předně: otázky, týkající se početní techniky, jsou probrány velmi stručně; tak na př. elementární metody pro hledání primitivních funkcí (integrace per partes, metoda substituční, integrace racionálních funkcí a integrály, jež se dají převésti na integrály racionálních

[2]) Ještě obecnější množiny se místy uvádějí, ne však systematicky.

funkcí) jsou probrány asi na pěti stránkách (sv. 2, str. 50 a násl.). Čtenář, který tyto věci nezná, se jim z tohoto stručného přehledu nenaučí, a čtenář, který je zná, nedoví se o nich nic nového. Takových míst, která jsou pro začátečníka příliš stručná, pokročilejšímu čtenáři pak běžná, je v knize více.[3]) Uveďme ještě jeden příklad. Autoři leckde obšírně osvětlují základní pojmy, jež zavádějí; tak na př. definici derivace $f'(x)$ a jejím různým interpretacím (geometrického, fysikálního, chemického rázu) je na počátku 2. sv. věnováno celých pět stránek, což je začátečníkovi jistě příjemné a užitečné;[4]) pochybuji však, že by začátečník, který takový výklad potřebuje, dovedl proniknouti celým 1. svazkem. Vůbec se v knize často střídají odstavce snadné s odstavci podstatně obtížnějšími; také se mně zdá, že forma výkladů je leckde málo přehledná.

Za závadu považuji dále, že autoři často užívají v důkazech pojmů a vět, které teprve později zavádějí nebo dokazují. Tak ve sv. 1, str. 100, se v důkaze užívá pojmu uzávěru a věty o struktuře lineárních otevřených množin, o nichž se pojednává až na str. 118 a násl.; ve sv. 2, str. 16 (při odvozování derivace funkce e^x) se užívá věty o derivabilitě konvexních funkcí, dokázané až na str. 60. Táž námitka se týká pojmu „množiny číselné, jejíž čísla nemusí býti navzájem různá" (sv. 1, str. 39);[5]) čtenáři bude asi tento pojem nejasný, a po přečtení obecných úvah o množinách na str. 54—55 ještě nejasnější; teprve v odstavci o funkcích (str. 69) pozná, co bylo míněno.

Leckteré důkazy obsahují bohužel nesprávnosti a dokonce i znění některých vět je nesprávné; vyberu namátkou několik příkladů.

1. „Je-li $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = y_0$ a existuje-li $\lim\limits_{y\to y_0} F(y)$, leží-li dále hodnoty funkce $f(x)$ v definičním oboru funkce F, existuje též $\lim\limits_{x\to x_0} F(f(x))$" (sv. 1, str. 75 až 76). Nesprávnost této věty ukazuje tento příklad: $f(x) = 1 + x \sin \dfrac{1}{x}$ pro $x \neq 0$, $f(0) = 1$; $F(y) = 2$ pro $y \neq 1$, $F(1) = 3$. Jest $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$, $\lim\limits_{y\to 1} F(y) = 2$, ale $\lim\limits_{x\to 0} F(f(x))$ neexistuje, neboť pro $x = 0$ a pro $x = \dfrac{1}{n\pi}$ ($n \neq 0$ celé) je $f(x) = 1$, tedy $F(f(x)) = F(1) = 3$, kdežto pro ostatní x je $f(x) \neq 1$, tedy $F(f(x)) = 2$.

2. Ve sv. 3, str. 40 uklouzlo autorům toto zřejmě nesprávné tvrzení: „Omezené funkce, schopné integrace podle Riemanna (na př. v intervalu $\langle 0, 1\rangle$), tvoří těleso ve smyslu algebry." Jak je patrno z důkazu, měli autoři na mysli správnou větu, kterou však nesprávně vyslovili.

3. Funkce $f(x)$ měj v bodě x_0 spojitou derivaci; sestrojme v bodě $P_0 = [x_0, f(x_0)]$ tečnu t ke křivce $y = f(x)$; budiž $x_1 \neq x_0$ a sestrojme kružnici $\mathfrak{K}(x_1)$, procházející body P_0 a $P_1 = [x_1, f(x_1)]$ a mající v bodě P_0 tečnu t (leží-li P_1 na t, nechť znamená $\mathfrak{K}(x_1)$ přímku t). Ve sv. 2, str. 67 tvrdí autoři mimo jiné toto: konverguje-li kružnice $\mathfrak{K}(x_1)$ pro $x_1 \to x_0$ k jisté limitní poloze, existuje $f''(x_0)$. Tvrzení je nesprávné, jak ukazuje tento příklad: budiž $f(x) = x^2 + x^3 \sin \dfrac{1}{x}$ pro $x \neq 0$, $f(0) = 0$; zvolme $x_0 = 0$, tedy

[3]) Autoři uvádějí sice na takovýchto místech elementární knížky, z nichž se začátečník může o věci poučiti, ale právě začátečníkovi bude nepříjemné, musí-li studium knihy stále přerušovati doplňky z jiných knih.

[4]) Viz zajímavou „mikroskopickou" interpretaci na str. 11—12.

[5]) Zdá se mně ostatně, že pro účely knihy je tento pojem zbytečný, zrovna tak jako pojem mnohoznačné funkce (sv. 1, str. 64 a násl.).

$P_0 = [0, 0]$. Zde je $f'(0) = 0$, $f'(x) = 2x - x \cos \frac{1}{x} + 3x^2 \sin \frac{1}{x}$ pro $x \neq 0$, tedy výraz $(f'(x) - f'(0)) : (x - 0) = 2 - \cos \frac{1}{x} + 3x \sin \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ nemá limitu pro $x \to 0$, takže $f''(0)$ neexistuje. Přes to má v tomto případě kružnice $\mathfrak{K}(x_1)$ pro $x_1 \to 0$ limitní polohu, již je kružnice $x^2 + y^2 - y = 0$, jak ihned zjistíte.

Přes tyto výhrady lze očekávati, že tato kniha přinese užitek. Skutečný užitek z této knihy bude ovšem míti — právě vzhledem k vytčeným výhradám — jen čtenář, který látku v knize vykládanou již celkem ovládá; myslím při tom především na ty, kteří diferenciálnímu a integrálnímu počtu vyučují nebo chtějí o něm psáti učebnice; ti najdou na mnohých místech nové nebo alespoň málo běžné postřehy jak po stránce obsahové, tak po stránce didaktické, a to jak v partiích nejelementárnějších, tak ve vyšších partiích. Avšak učebnice, která by s příslušnými pedagogickými ohledy na nezkušeného čtenáře umožnila naučiti se diferenciálnímu a integrálnímu počtu od počátku na moderní základně — a která by ovšem musila svým rozsahem podstatně překročiti rozsah recensované učebnice — čeká dosud na svého autora.

V. Jarník.

C. Publikace českých matematiků a fysiků.

J. Talacko: O možnostech aplikace růstových křivek. Statistický obzor **21** (1940), 194—227.

A. Vašíček: A New Method for Investigating the Refractive Index and the Thickness of Thin Interference Film. Phys. Rev. **57** (1940), 925. Jako předběžné sdělení bylo předloženo České akademii a vyšlo v Rozpravách II. tř. roč. **49** (1940), čís. 34, 10 stran pod názvem Nová metoda pro měření indexu lomu a tloušťky tenkých interferujících vrstev v polarisovaném světle s německým výtahem.

A. Vašíček: Zur Methodik der polarimetrischen Messungen im Halbschatten. Z. f. Instr. **60** (1940), 161—168.

A. Vašíček: Über die chemische Einwirkung der verdünnten Schwefelsäure auf einige Glassorten. Glastechnische Berichte **18** (1940), 45—49.

Redakce žádá zdvořile pp. autory původních publikací, aby zasílali separáty kanceláři JČMF pro uveřejnění v tomto oddílu. Potom budou odevzdány knihovně JČMF pro oddělení separátů. Nemohou-li zaslati separát, tedy je prosíme aspoň o přesný název práce a časopisu ihned po vyjití. Jinak nemůžeme ručiti, že zde bude jejich práce uvedena.