František Koláček

Základové theorie elektrostatiky

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 10 (1881), No. 4, 216--227

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121628

théorème connu, nous semble plus complète que celle qui se déduit de la remarque que la première polaire d'un point P, relative à une courbe de n^{me} ordre, ne coupant une transversale, issue de P qui en $n-1$ points, est une courbe de $(n-1)^{me}$ ordre.

D'ailleurs le § II contient, on le voit, un mode uniforme de construction de la polaire d'un point par rapport à un groupe de n points quand on sait construire la polaire par rapport à un groupe de $n-1$ points.

Základové theorie elektrostatiky.

Sepsal

prof. Dr. Fr. Koláček, v Brně.

V této rozpravě chci podati krátký nástin pokroku elektrostatiky v dobách posledních, jednak co se theorie týče, jež nyní se jen o náhledy *Faraday-ovy* opírati může, jinak co do přístrojů elektrostatických. Rozumí se samo sebou, že nelze vyčerpati látky, ač k dalšímu sdělování vybízí. Chci se obmeziti na některé zajímavější, však dosti málo známé partie. Zejmena chci po způsobu *W. Thomsona* a *J. Cl. Maxwella* ukázati, kterak třeba interpretovati, a částečně doplniti výsledky starší materialné theorie, aby jimi zobrazeny byly názory Faraday-ovy co do formy i obsahu. Znám to, že Faraday, zamítaje „actio in distans", obracel zřetel k tomu, co pozorovati jest v dielectricum, jež právem za sídlo energie elektrostatické považoval. Nad míru zajímavé pokusy vedly jej ke studiu tak zvaných čar sil (Lines of force), jimiž vyjádřoval to, *co na výjevech elektrických jest prostorového.* V tomto ohledu jest Faraday-ův názor o elektrickém poli s čárami jeho, se starším názorem o fluidu na mezích dielektrika, stejně oprávněný. Jest věcí pouze formálního dosahu, jestli se starší neb Faraday-ovy interpretace přidržíme.

Hledáme-li sídlo energie elektrostatické v dielektriku, namítá se nám otázka, čím jest stav dielektrika v stavu rozrušeném aspoň mathematicky karakterisován, a jak veliká jest energie v jednotce obsahové. O tomto, jakož i o důvodech fysikálních, jež svědčí náhledům Faraday-ovým, jednati budu na místě druhém. V dalším postupu části theoretické pojednám ještě o všeobecném problému influence, a problémech souvislých.

V části experimentalní bude řeč o elektrometrech a o methodách, jimiž se měří difference potentiálů.

I.

Pokud se jedná o účinky „in distans", vystačí mathematické theorii elektrostatiky věta Coulombova o působení do dálky a hypothesa Du-Fayova i třeba Franklinova o stavu ne-elektrickém. V těchto mezích jest výpis výjevů rovněž zevrubný, jako faenomenů gravitačních, však platí o methodě té totéž co praví Newton *): „Unde caveat lector, ne per hujusmodi voces (scil. attractiones) cogitet me speciem vel modum actionis, causam ve, aut rationem Physicam alicubi definire, vel centris (quæ sunt puncta mathematica) *vires vere et Physice* tribuere; si forte aut centra trahere, aut vires centrorum *esse* dixero.

Gauss ukázal, kterak lze kvantity, jež obrazně nazýváme množství magnetismu neb elektřiny, uvésti na míru absolutní, t. j. kterak je lze vyjádřiti grammem, centimetrem a sekundou. Přidržíme-li se definice Gaussovy, zní zákon Coulombův

$$S = \frac{e e_1}{r^2}.$$

Systém elektrický nejlépe jest karakterisován t. zv. potentialem, jímž chceme vyrozumívati výraz

$$P = \Sigma \frac{e e_1}{r}.$$

Jednotka hmoty elektrické v bodě ($x\ y\ z$) podléhá pak síle, jejíž složky jsou:

$$X = -\frac{\partial P}{\partial x},\quad Y = -\frac{\partial P}{\partial y}\quad Z = -\frac{\partial P}{\partial z}.\ ^{**})$$

---

*) *Newton.* Principia, Amstellodami, 1714 editio ultima.

**) O potentialu poskytuje poučení na př. *Briotova* theorie tepla, již do češtiny přeložil *J. Pšenička* a vydala r. 1877 *Jednota českých mathematiků.* Mnohé z vět, jichž zde nedokazuji, lze tam nalézti odůvodněné.

Čelné vlastnosti veličiny P jsou:

1. P se mění od bodu k bodu.

2. Plochy rovného P jsou dány vzorcem $F(P) = C$.

3. Algebraická hodnota P značí ono množství mechanické práce, kterou (proti elektrickým silám) vykonati musíme, abychom jednotku elektrickou z místa, kdež $P = 0$, dostali na ono místo, pro kteréž jest P dáno. Jestiť práce, již elektrické síly vykonají, uvedou-li jednotku z jednoho konce elementu dráhy ds na druhý, dána vzorcem:

$$-\left(\frac{dP}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial P}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial s}+\frac{\partial P}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial s}\right)ds.$$

Integrací přes křivku, kdež na konci jednom $P = P$, na druhém $P = 0$, se obdrží výrok hořejší. Rovněž patrno, že difference dvou potentiálů se rovnati bude práci, již vykonati musíme, abychom jednotku z nižší na vyšší hodnotu P povýšili. *Výměr potentialu se může patrně na větě této založiti, a možno tím přístupným učiniti pojem potentialu i výkladům elementárným, čehož nyní jest již potřeba nezbytná.*

4. Křivka, jež v každém bodu udává směr síly, se nazývá křivkou síly (Line of force). Její rovnice differencialní jest tedy

$$\frac{\frac{\partial x}{\partial s}}{x}=\frac{\frac{\partial y}{\partial s}}{y}=\frac{\frac{\partial z}{\partial s}}{z}.$$

5. Křivky ty stojí na ploše stejného potentialu kolmo. Jestiť směr normaly určen vzorcem

$$\frac{\cos\alpha}{\frac{\partial F}{\partial x}}=\frac{\cos\beta}{\frac{\partial F}{\partial y}}=\frac{\cos\gamma}{\frac{\partial F}{\partial z}}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}}$$

$$\text{kdež } \frac{dF}{dx}=\frac{dF}{dP}\cdot\frac{dP}{dx} \text{ etc.}$$

6. Dvě plochy různého potentialu setkati se nemohou. Jsou-li sobě nekonečně blízko, jest síla nesmírně velika.

7. Setkají-li se dvě plochy téhož potentialu, a tvoří-li spolu úhel, jest průsečnice obou místem, kdež x, y, z nullou jest. Neboť jinak by měla síla v místech těch dvojí směr.

8. *Definice.* Vyrozumíváme-li f velmi malou plochu a R složku kolmou, pak se nazývá součin $\frac{1}{4\pi}fR$ indukcí skrz tu

plochu, neb kratčeji počtem křivek, jež směrem k potentialu nižšímu plochu tu prostupují.

9. Obklopíme-li system těles elektrických plochou uzavřenou, a znamená-li $\varDelta\omega$ differencial plochy, N pak složku normalní, tož platí podle Gausse

$$\frac{1}{4\pi}\int N\,d\omega = \Sigma e,\ \text{tj.:}$$

Počet křivek sil, jež z dané plochy zakončené vystupují, určuje množství elektřiny positivné, jež jest plochou obklíčena. Vstupující počet se čítá jako negativně vystupující.

Vystupující počet křivek určuje tedy množství kladné, vstupující množství záporné elektřiny na vodiči.

Laplaceova rovnice

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0,$$

jest pouhým výrazem kontinuity křivek sil. Rovněž snadno lze interpretovati širší vzorec Poissonův.

Celá řada pouček, jež o derivacích potentialu platí, se dá mutatis mutandis pronésti o křivkách sil. Na př.: Obklopíme-li system elektrický vodivou plochou, indukuje vnitřní system elektřinu na vnitřní i zevnitřní ploše obalu. Influenční elektřina na ploše vnitřní, vzata se znamením protivným rovná se elektřině indukující, a jest tak rozložena, že s indukující dohromady v prostoru od vnitřní plochy počítáno zevnějším, tvoří rovnováhu elektrickou, t. j. potential rovný nulle. Influenční elektřina na ploše zevnější se rozdělí tak, že sama pro sebe tvoří rovnováhu. Věta tato dokazuje se pomocí věty Greenovy; dá se však též snadno dokázati, uvážíme-li, že vložením vodiče do pole elektrického, množství křivek se změniti nedá, jak z rovnice Laplace-ovy vychází. Protož musí z povrchu zevnějšího tolik křivek vycházeti, kolik jich z elektrisovaného systému vychází a do vnitřní plochy vniká. Okolnost, že vnitřní systém elektrický a influenční, elektřina vnitřní na venek nepůsobí, není leč výrazem věty, jíž Faraday experimentalně dokazuje, že totiž křivky sil *vodiče* proniknouti nemohou, jelikož tento není s to, aby udržel napnutý stav indukce. Počet křivek zevnějších i tenkrát se nezmění, spojíme-li zevnější povrch se zemí. Vystupuje z celého povrchu zemského. Ve smyslu hypothesy starší pravíme, že se stejnorodé elektřiny odpuzují; Faraday proto právem tuto vlastnost přenáší na křivky sil, když dí, že se v směru lateralném odpuzují. Pomocí tohoto theorému pochopíme snadno, proč uchrániti lze systém indukce schopný před vlivem elektřin zevnějších tím, když jej obklopíme vodivým obalem se zemí spojeným. Křivky z elektřin zevnějších narazí na zevnější plochu obalu, aniž by ji proniknouti mohly. Stejný počet křivek, jenž by do vnitřku vstupoval, vystupuje pak z celého povrchu zemského, jenž se stal spojením vodiče se zemí částí povrchu vnitřního.

Kdyby bylo doposud nerozhodnuto, zda-li jest sídlem energie elektrostatické vodič čili diëlectricum, byl by starší názor materialný a novější Faraday-ův, geometricko-hydrodynamický, tak jak jsou stejného práva v ohledu mathematickém, taktéž stejného práva v ohledu fysikálním. Jelikož však otázka ta rozhodnuta jest ve prospěch Faraday-ův, jest přiměřenější operovati raději s křivkami sil, než-li s hmotami elektrickými, již z té příčiny, poněvadž udávají tyto aspoň směr toho, co se v diëlektriku rozrušením děje. Proto jest výhodno, si v jednotlivých případech učiniti grafický názor o průběhu křivek, jenž jest výmluvnější nežli vzorec mathematický, a to tím více, poněvadž v řídkých pouze případech průběh čar mathematicky stopovati se dá.

Křivky ty lze věcně znázorniti v příbuzném poli magnetismu, pilinami na horizontalní ploše hladké v blízkosti pólů. I směr výboje elektrického (větvičky na př. z malé koule naproti desce) označuje křivky sil, jež však v geometrickém průběhu modifikovány jsou vodivou hmotou ve vzduchu suspendovanou (prachem) jakož i silou výboje samého; neboť není v těchto případech pouhého napjetí dielektrika v mezech pružnosti jeho, nýbrž jest zde násilné trhání, jež zrovna tak nepodléhá zákonům elektrostatické indukce, jak výjevy při přetrhnutí hmot silami mechanickými abstraktným zákonům pružnosti se nepodřaďují. — Elegantně lze křivky ty znázorniti pokusy Kerrovými. Však i zcela jednoduchý pokus, chumáč proužků papírových, na konduktoru stroje elektrického označuje radialný směr křivek těch a konvergenci k přiblíženému vodiči. Octli jsme se na stanovisku Faraday-ově.

Jak vysvětlíme repulsi stejně elektrických a attrakci různě elektrických bodů? Maxwell rozřešil mathematicky otázku, jakých vlastností třeba připisovati křivkám sil, aby vyhověno bylo zkušenosti, a přišel k výsledku, Faraday-em již vyslovenému: *že třeba, aby se křivky ty hleděly zkracovati dle délky své, jako nit napnutá, lateralně se rozpínajíce.* Jsou-li tedy dva body různě elektrické, jde největší počet křivek od jednoho k druhému. Tendence jich zkracovati se vysvětlí attrakci. Jsou-li body stejného znamení elektrické, pak se odvrací křivky od společného jich středu a tendence se zkracovati vysvětlí repulsi. — Názor, že křivky ty jaksi upevněny jsou na vodičích, jest arciť příliš materielný, — nesmíme však zapomenouti, že křivky ty nejsou ničím jiným, než čím je Faraday sám nazývá „Lines representatives“. Realné na nich jest, že označují směr toho, co nazýváme elektrickou změnou v isolatoru.

II.

Jestli tedy dielectricum sídlem energie elektrické, čím jest stav dielektrika karakterisován, zejména, jak veliká jest energie v jednotce obsahové?

Definice. Elektrostatickou energií systému $e_1, e_2 \ldots e_n$ vyrozumívá se práce, již získáme, jest-li se hmoty vespolnou akcí rozprchnou do nekonečna. Jak se tento process uskuteční, na tom záležeti nemůže ve smyslu zákona o zachování energie. Upevněme tedy všechny hmoty až na e_1, jež se vlivem ostatních do nekonečna vzdálí. Pak nechme uniknouti e_2 atd. Získaná práce jest:

$$e_1 \left\{\frac{e_2}{r_{12}} + \frac{e_3}{r_{13}} + \ldots \frac{e_n}{r_{1n}}\right\} + e_2 \left\{\frac{e_3}{r_{23}} + \frac{e_n}{r_{2n}}\right\} + \ldots + \frac{e_n\, e_{n-1}}{r_{n,\, n-1}} =$$

$$= \Sigma \frac{e_m \cdot e_n}{r_{mn}}.$$

Dán-li system vodičů s množstvími $E_1, E_2 \ldots E_n$, a s potentialy $P_1, P_2 \ldots P_n$, jest (jak z pojmu potentialu bez obtíže se vyvodí) elektrostatická energie daná výrazem:

$$E = \frac{1}{2}\left[P_1 E_1 + P_2 E_2 + \ldots + P_n E_n\right].$$

Výraz ten má vlastnost zajímavou. Zvýšíme-li všude potential o totéž, třeba C, a uvážíme-li, že nutně součet elektrických hmot nulle se rovná, obdržíme, že elektrostatická energie se tím zvýšením potentialů nezmění.

Má-li energie sídlo v dielektriku, nutno výraz pro energii, jenž jest vztažen k pomezným plochám jeho, t. j. k povrchům vodičů, transformovati. S výrazem tímto lze naložiti následovně:

Obklopme system ten plochou nekonečně vzdálenou, na níž zajisté $P = 0$, a utvořme

$$J = \int\int\int dx dy dz \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2\right],$$

kdež se integrace vztahuje pouze k dielektriku až do nekonečna sáhajícímu. Integrací per partes obdržíme

$$J = -\Sigma \int\int \frac{\partial P}{\partial n} . P . d\omega,$$

kdež se součet vztahuje k plochám jednotlivých konduktorů, a $d\omega$ značí differential plochy. Dle věty Coulombovy jest však

$-4\pi\varrho = \dfrac{\partial P}{\partial n}$, kdež hustota na ploše písmenem ϱ poznamenána jest, a derivace vzata jest dle normaly n z vodiče do dielektrika. Uvážíme-li dále, že potential na každé ploše jest konstantní, a že $\int \varrho\, d\omega = E$, máme větu:

Elektrostatická energie

$$E = \frac{1}{8\pi}\int\int\int dx\; dy\; dz \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2\right].$$

Výraz $\dfrac{R^2}{8\pi}$ jest tedy æquivalentní s energií v jednotce obsahové. Z toho ze všeho jest patrno, že stav dielektrika *v daném místě jest úplně karakterisován velikostí výsledné síly elektrické R a směrem jejím.* Jak později seznáme, lze elektrometrem určiti velikost i směr síly R v míře absolutní, zrovna tak, jak se magnetometrem Gaussovým měří analogické veličiny.

Jiná jest však otázka, jak výraz: velikost a směr síly elektrické se má intepretovati fysikálně, čili v jakých změnách molekulárných dlužno hledati příčinu toho, co umíme pojmenovati spůsobem mathematickým. Zde patrně mohou míti místa pouze hypothesy. *Faraday* si myslí dielectricum složené z vodivých molekul, jež se influencí stávají elektrickými, a přenáší patrně to, co nám jest ve velkém nesrozumitelno, na částice nejmenší. Obrazně se podobá dle Faradaye dielectricum isolujícímu mediu (oleji) s broky v něm suspendovanými. (Podobně asi Clausius, Helmholtz.) Maxwell pojímá věc ze stanoviska pouze mathematického, pak-li mluví o indukci skrz plochu, atd.

Výraz pro energii vyhovuje jistým podmínkám maximálním a minimálním, z nichž na př. vychází, že rovnováha elektrická jest stálá, což zde dokazováno nebudiž.

Energie, již tedy ve formě tepelné, mechanické, neb jiné výbojem systemu zelektrisovaného obdržíme, má sídlo své v dielektriku, u Leydenské batterie tedy ve skle, kdež jsou síly *R* největší. Tomu nasvědčuje velká řada pokusů, starších i novějších: Odstraní-li se armatury z láhve Leydenské (arciť isolovaně), nejeví žádné energie na sobě.

Isolatoři se stávají dle pokusů Kerra a jiných badatelů dvojlomnými, tak jako na př. deska z krystallu dvojlomného, ba jeví i effekty chromatické (Kerr). Směry, dle kterých se polarisované světlo ve svých kmitech rozkládá, jsou dány směrem křivek sil, a jejich orthogonalnými trajectoriemi. Intensita dvojlomu jest zevrubně úměrna energii v obsahové jednotce. Vůbec podobají se výjevy tyto naprosto těm, jež vyvoditi lze kompressí neb dilatací isolatorů, buď si silou mechanickou, neb teplem.

Rozměry dielektrika se zelektrováním mění. Již *Abbé Fontana*, v novější době *Duter, Righi*, *Quincke* dokázali, že objem vodivé tekutiny v thermometru, na Leydenskou láhev upraveném, neb v rouře z tenkého skla se mění. Výsledky číselné neodporují doposud názoru, že tato *electrostrikce isolatoru* (skla) má svůj původ v dilatacích vzbuzených akcí elektrickou na armaturách Leydenských lahví.

Do této třídy výjevů patří znění kondensatorů při výboji, jež se jeví i tenkráte, když dielektrikem jest vzduch, jak ponejprv pozoroval *W. Thomson*, když vybil kondensator vzduchový, utvořený z dvou armatur vzdálených o $\frac{7}{1000}$ palce, jenž byl na 8000 Daniell nabit. (Reprint of papers pag. 236). Konečně se nedá celá řada výjevů v elektrickém residuu v láhvích, v rozdílech mezi výboji positivnými a negativními srovnati leč s náhledem Faraday-ovým.

III.

Všeobecný problem influence zní: Dáno jest množství E_1, E_2 ... E_n na n konduktorech, určiti potentialy na každém vodiči. Řešení zní

$$P_1 = A_{11} . E_1 + A_{12} . E_2 + \ldots A_{1n} E_n$$
$$P_2 = A_{21} . E_1 + A_{22} . E_2 + \ldots A_{2n} E_n,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$P_n = A_{n1} . E_1 + A_{n2} . E_2 + \ldots A_{nn} E_n$$

kdež konstanty se řídí vzájemnou polohou konduktorů.

Věta ta jest výrazem superposice potentialů. Mysleme si původně všechny konduktory na potentialu 0. Sdělíme-li nyní prvému náboj E_1 vzroste jeho potencial na A_{11} E_{11} druhého třetího atd. na A_{21} E_{11}, A_{31} E_1 atd., a sice influencí. Sdělíme-li nyní i druhému množství elektřiny E_2, vzrostou potentialy příslušné na A_{12} E_2, A_{22} E_{21} etc. Ze superposice plyne věta hořejší. Dosadíme-li hořejší hodnoty do výrazu pro energii,

$$E = \frac{1}{2} [P_1 E_1 + \ldots + E_n P_n],$$

tož se dá dokázati, že energie jest kvadratickou funkcí jak potentialů, tak i nábojů, že koefficienty A_{rs} a A_{sr} jsou stejné. Koefficienty ty mají nad to zajímavé vlastnosti, jichž vylíčení by bylo příliš obšírné. Poukazuji zde k Maxwellově dílu.

IV.

Faraday, snaže se dokázati, že isolator má vliv na čáry sil, sestrojil geometricky stejné kondensatory s rozličnými dielektriky, a nalezl, že při stejné differenci potentialů na armaturách množství náboje řídí se látkou. Konstantou dielektrickou „specific inductive capacity“ K látky nějaké vyrozumívá se pak číslo, které nám udává, kolikráte více elektřiny při stejné differenci potentialů kondensator nahromadí, jest-li látka ta dielektrikem v něm, nežli kdyby ním byl vzduch, neb ještě lépe vacuum. Máme-li dvě rovnoběžné desky a jest-li jsou potentialy V_1 a V_0, pak jest velikost síly $\frac{V_1 - V_0}{d}$, a množství positivní elektřiny na ploše f v těch místech, kde křivky z vodivé plochy do isolatoru vstupují, bude tedy $f \cdot \frac{V_1 - V_0}{4\pi d}$, je-li isolatorem vzduch. Je-li isolatorem deska paraffinová, jehož specifická induktivní kapacita K jest 2, bude kvantum náboje dvakráte větší. Methody, jimiž se konstanta dielektrická, jež má pro výjevy elektrostatické týž význam, jako specifická váha pro výjevy tíže, určuje, budou uvedeny při jiné příležitosti. Chci ještě odvoditi základné differencialní rovnice elektrostatiky.

Mysleme si krychli $dx\, dy\, dz$; znamená-li X, Y, Z sílu, vstupuje do krychle té ve směru osy X, tedy plochou $dy\, dz$: $\frac{dy\, dz}{4\pi} \cdot KX$ čar, a vystupuje jich stejnou plochou $dy\, dz$, položenou o dx dále, o

$$\frac{dy\, dz\, dx}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x}(KX) \text{ více.}$$

Vystupuje jich tedy z krychle $dx\, dy\, dz$, poněvadž podobná úvaha platí pro směry osy y a osy z celkem:

$$\frac{dx\, dy\, dz}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial x}(KX) + \frac{\partial}{\partial y}(KY) + \frac{\partial}{\partial z}(KZ)\right],$$

a číslo toto záporně vzaté rovná se množství $\varrho\, dx\, dy\, dz$ elektřiny v téže krychli. Odtud máme větu Poissonovu ve formě širší:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K \cdot \frac{\partial P}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \cdot \frac{\partial P}{\partial z}\right) = -4\pi\varrho.$$

Látka jakákoliv nejeví tedy vniterné, hmotné elektrifikace, jest-li buď $K = 0$, tj. jest-li látka ta kov, jehož isolující síla jest nullou, aneb jest-li platí

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{\partial P}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K \frac{\partial P}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0,$$

což na př. při stálém K znamená rovnici Laplace-ovu. Rozdělen tedy potential v dielektriku dle zákona kontinuity. Setkají-li se dvě plochy různého K a značí-li N sílu dle normaly (od K ku K_1) jest počet křivek, jež do plošky $d\omega$ plochy pomezné vstupují, $d\omega \frac{K \cdot N}{4\pi}$, kdežto jich $\frac{K_1\, d\omega \cdot N}{4\pi}$ vystupuje. Značí-li tedy σ náboj na jednotce plošné, máme relaci

$$\frac{(K_1 - K)}{4\pi} N = \sigma,$$

jež na př. pro $K=0$ (kov) přechází v rovnici Coulombovu

$$K_1 . N = 4\pi\sigma.$$

Jelikož dále energie nabytého kondensatoru poměrna jes i množství i differenci potentialů, prvé pak s K úměrno jest, bude energie v jednotce obsahové všeobecně

$$\frac{K . R^2}{8\pi}.$$

V.

Kterak lze určiti sílu mechanickou, jíž podléhá zelektrovaný konduktor?

System budiž kinematicky definován všeobecnými koordinatami Lagrange-ovými $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_n$, jež znamenají úhly, distance, neb výrazy z nich utvořené, a jsou na sobě nezávislé. Těmto odpovídají síly (komponenty) $\Phi_1\ \Phi_2 \ldots \Phi_n$, t. j. výrazy takové, z nichž každý násoben differencialem příslušné koordinaty, dává differencial práce. Jest-li jest na př. $d\varphi$ differencialem dráhy neb oblouku, znamená Φ obyčejnou sílu nebo moment. Jest-li tedy system zelektrovaný v rovnováze se silami elektrického a mechanického původu, pak se musí virtualná práce obou systemů rovnati nulle, tj. virtualné zvýšení energie elektrostatické se děje na útraty práce mechanické. Jest tedy

$$\frac{dE}{d\varphi_1}\delta\varphi_1 + \frac{dE}{d\varphi_2}\delta\varphi_2 + \ldots = \Phi_1\,\delta\varphi_1 + \Phi_2\,\delta\varphi_2 \ldots$$

Odtud patrno, že koordinatě φ_n příslušná, silami elektrickými vzbuzená složka jest

$$-\frac{dE}{d\varphi_n}.$$

Dodatek. Potentialem se vyrozumíval dosud výraz $\Sigma\,\frac{ee_1}{r}$. Jest patrno, že všem vlastnostem výrazu $\Sigma\,\frac{ee_1}{r}$ podroben jest výraz o libovolnou konstantu větší. S touto libovolnou konstantou, jež v potentialu jakožto integralu obsažena jest, lze dovolně naložiti. Zvykem se béře potential země nullou, ať si jest země zelektrovaná jakkoliv. Ve všech výrazech pro potential vzorcem $\Sigma \frac{ee_1}{r}$ ďefinovaný měli bychom mimo to přidati onu část, jež z elektřiny země pochází, neoperujeme-li s vodiči v prostoru nekonečném, nýbrž nad povrchem zemským. V praxi se však jednává o difference potentialů na témže místě nad povrchem země, a v případech takových jest velikost konstanty té lhostejná. Jelikož tedy nikoliv potential sám o sobě, nýbrž difference dvou potentialů, dělená délkou, tedy síla význam fysikální má, jest patrno, že pouze určování difference smysl a význam má. Jest-li kratším spůsobem řeč o potentialu, tedy je tím vždy míněno, oč potential ten vyšší jest, než potential země.

Drobné zprávy.

Podává

Dr. Aug. Seydler.

Upotřebení váh na problemy gravitace. Váhy jsou v nejnovější době tak zdokonaleny, že lze dle *Ph. v. Jolly-ho* při porovnání dvou kilogrammových závaží chybu obmeziti na $\pm$ 0·05 mg. Ovšem jest při tom zapotřebí nejpečlivějších opatření nejen při sestrojení váh, ale též při vážení samém. Nepatrný rozdíl v oteplení, následující z nestejného ozáření váh teplem rozptýleným od sousedních předmětů, ano i pranepatrný rozdíl v roztažlivosti obou ramen váhadla má již vliv na výsledek. *Ph. v. Jolly* porovnával pomocí takovýchto velmi jemných váh dvě kilogrammová závaží, z nichž jedno bylo o 5.29 m. hlouběji než druhé umístěno, a nalezl, že hlubší závaží průměrně o 1.51 mg. více vážilo než-li vyšší. Dle zákona gravitačního obnášel by týž rozdíl 1·66 mg. *Ph. v. Jolly* doufá, že se mu podaří určiti touto cestou opětně hmotu celé země, na př. porovnati její přítažlivosť s přítažlivostí velké, olověné hmoty, pod závažím umístěné. (Wiedemann, Annalen, sv. V.).

J. B. Baille a A. Cornu: Stanovení průměrné hutnosti země. Mezi methodami, jimiž se hmota země se známými hmotami porovnávala a tudíž i průměrná hutnosť země určila, náleží