Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 31 (1902), No. 2, 173--176

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121596

čili $\sphericalangle KXC = \sphericalangle CXL$. Trojúhelníky pravoúhlé KXC a CXL mají společnou přeponu a rovný ostrý úhel, jsou proto shodné, následkem čehož $\overline{KC} = \overline{CL}$. Odtud uzavíráme, že přímka NXK' je tečna kružnice opsané kol bodu C jako středu tak, by se dotýkala přímky BA. — Úloha je tedy převedena na tuto: Sestrojiti bod C souměrný k bodu M vzhledem k přímce BA jako ose, opsati kružnici středu C poloměru $\overline{CL}$, konečně vésti tečnu k této kružnici. — Úloha dovoluje dvojí konstrukci (lze vésti dvě tečny).

Jiné příklady: 1. Sestrojiti trojúhelník, je-li dána jedna strana, součet druhých dvou a jeden z úhlů přilehlých k dané straně. 2. Sestrojiti trojúhelník, známe-li b, c, $B - C$.[7])

(Pokračování.)

Úlohy.

Úloha 16.

Čísly celými řešiti jest rovnici

$$\frac{x}{2} = 2^{\frac{x}{y}}.$$

Posl. fil. *R. Hruša.*

Úloha 17.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$a + x - y - z = b + y - z - x = c + z - x - y = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Posl. fil. *R. Hruša.*

Úloha 18.

Vyloučiti jest veličiny x, y, z z rovnic

$$a + x - y - z = b + y - z - x = c + z - x - y = d + x + y + z = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Posl. fil. *R. Hruša.*

---

[7]) Alexandrov-Aitov uvádí mimo naše čtyři ještě pátou methodu transformační, totiž methodu rotace kol osy; je patrně totožna s touto.

Úloha 19.

Dokázati jest, že úhly spojené vztahem

$$\alpha - \beta = \beta - \gamma = \gamma - \alpha = 120^0$$

vyhovují relacím

$$\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 0,$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{3}{2}.$$

Posl. fil. *R. Hruša.*

Úloha 20.

Je-li ve čtyrúhelníku ABCD bod U průsečíkem úhlopříček, a je-li

$$UA = AD, \ UB = BC,$$

budiž dokázáno:

a) Strany čtyrúhelníka vázány jsou vztahem

$$a(b^2 + d^2) + bcd = a^3;$$

b) čtyrúhelníku lze opsati kružnici poloměru r vyhovujícího rovnici

$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 4.$$

Posl. fil. *R. Hruša.*

Úloha 21.

Do rovnostranného trojúhelníka o straně s vepsány kruhy stejné tak, že se navzájem i stran trojúhelníka dotýkají. Je-li jich při každé straně trojúhelníka n, který jest poloměr kruhu těch a kterou část plochy trojúhelníkové zaujímají? Která jest tato část při lim $n = \infty$?

Stud. fil. *Jiří Nerad.*

Úloha 22.

V kruhu o poloměru r vedena tětiva ve vzdálenosti v od středu. Do obou tak vzniklých výsečí vepsány čtverce. Jest dokázati, že rozdíl stran těchto čtverců jest nezávislým na velikosti poloměru.

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 23.

Dány jsou dvě mimoběžné přímky P a Q v prostoru. Na přímce P zvoleny body a_1, a_2, na přímce Q body b_1, b_2 co vrcholy čtyřstěnu $a_1 a_2 b_1 b_2$. Jest dokázati, že krychlový obsah tohoto čtyřstěnu se nezmění, pošinou-li se vrcholy, zůstávajíce na přímkách P a Q při podmínce, že délky $\overline{a_1 a_2} = a$, $\overline{b_1 b_2} = b$ zůstanou nezměněny.

Posl. fil. *Karel Nečas.*

Úloha 24.

Kolmý trojboký jehlan s pravidelnou základnou rozpůlen jest řezem jdoucím hranou základny. V kterém poměru jsou povrchy obou částí jehlanu, je-li výška jeho rovna dvojnásobné hraně základny?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 25.

V komolém kuželi, jehož povrchové přímky svírají s větší základnou úhel α, rovná se součet obou základen n-násobnému plášti. Při kterých hodnotách n má úloha realné řešení?

Ing. C. *Vladimír Ibl.*

Úloha 26.

Ustanoviti jest geometrické místo středů kružnic, které procházejí bodem a a utínají na dané přímce P tětivu stálé délky $2b$.

Ing. C. *Vladimír Ibl.*

Úloha 27.

V pravoúhlé soustavě dán jest vrchol c rovnostranného trojúhelníka abc souřadnicemi (m, n), vrchol a leží v ose X, b v ose Y.

Jest vypočítati stranu tohoto trojúhelníka.

b) Kterak lze trojúhelník takový sestrojiti?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 28.

a) Ustanovte souřadnice vrcholů čtverce, jehož střed jest s (1, 2) a jehož dva vrcholy jsou na přímce

$$M \equiv x - 3y + 10 = 0.$$

b) Která jest rovnice kruhu tomuto čtverci opsaného?

c) Které souřadnice mají vrcholy čtverce, jehož strany dotýkají se této kružnice ve vrcholech čtverce prvého?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 29.

Do ellipsy

$$3x^2 + 4y^2 = 3a^2$$

vepsati jest rovnostranný šestiúhelník, jehož dva protější vrcholy jsou a) na hlavní, b) na vedlejší ose ellipsy. V kterém poměru jsou obvody obou šestiúhelníků?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 30.

Která jest číselná výstřednost ellipsy, jejíž parametr jeví se ze středu v úhlu 2α?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.