dojem, jenž vedl ku snahám, jež se označují heslem *elektromagnetický obraz světový*. Pak jsme lineárnými úvahami dospěli k větě Dopplerově a větě abberační. Konečně jsme z myšlenky o limitní povaze rychlosti světla dospěli přes zákon korrespondujících stavů k jisté pravidelnosti mezi molekulární vahou a kritickou temperaturou, jež bez odvolání na princip relativnosti by byla nepochopitelnou zvláštností.

Měli jsme úspěch při užívání principu. Takových úspěchů mohl bych vám arci předvésti mnohem více, kdyby to čas mně vyměřený dovoloval. Myšlenku, jež vede k úspěchům, nelze však zanedbati, i když má některé důsledky zarážející. Snad náleží princip relativnosti k oněm *pružným* myšlenkám, jež zachováváme, ať se experimentální cestou objeví cokoliv. Ale i takové myšlenky, jako na příklad Euklidova geometrie, princip zachování energie, jsou velice důležité a zasluhují, abychom jim věnovali plnou pozornost.

Kinematika theorie relativnosti.

Napsal řed. Ant. Libický.

(Pokračování.)

Podobně jest dle vysloveného principu v soustavě čárkované

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2;$$

z obou těchto rovnic plyne pak důležitá relace:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2, \qquad (4)$$

t. j. kvadratická forma $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$ jest nezměněná, čili jak říkáme invariantní vzhledem k transformaci určené rovnicemi (2).

V našem případě jest $y = y'$, $z = z'$, tudíž

$$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2; \qquad (4a)$$

vložíme-li na pravé straně této rovnice za x' a t' hodnoty plynoucí z (2*b*), nabudeme

$$x^2 - c^2t^2 = (\alpha_{11}^2 - c^2\alpha_{41}^2)\, x^2 - (c^2\alpha_{44}^2 - v^2\alpha_{11}^2)\, t^2$$
$$- 2\,(\alpha_{11}^2 v + \alpha_{41}\alpha_{44}c^2)\, xt.$$

Má-li se této rovnici pro každé x a t vyhověti, musí se součinitelé u x^2, t^2 a xt na obou stranách sobě rovnati; pročež platí:

$$\alpha_{11}^2 - c^2\alpha_{41}^2 = 1,$$
$$c^2\alpha_{44}^2 - v^2\alpha_{11}^2 = c^2,$$
$$\alpha_{11}^2 v + \alpha_{41}\alpha_{44}c^2 = 0.$$

Z třetí rovnice vychází

$$\alpha_{11}^2 v = -\alpha_{41}\alpha_{44}c^2, \qquad (m)$$

zdvojmocněním

$$\alpha_{11}^4 v^2 = \alpha_{41}^2\alpha_{44}^2 c^4;$$

vložíme-li do této rovnice za α_{41}^2 a α_{44}^2 hodnoty plynoucí z první a druhé rovnice, totiž

$$\alpha_{41}^2 = \frac{\alpha_{11}^2 - 1}{c^2}, \quad \alpha_{44}^2 = \frac{\alpha_{11}^2 v^2 + c^2}{c^2},$$

obdržíme

$$\alpha_{11}^4 v^2 = (\alpha_{11}^2 - 1)(v^2\alpha_{11}^2 + c^2),$$

z čehož

$$\alpha_{11}^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2}.$$

Pro druhý a třetí koefficient vypočítáme pak hodnoty

$$\alpha_{44}^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2}, \quad \alpha_{41}^2 = \frac{v^2}{c^2(c^2 - v^2)}.$$

Jest tudíž $\alpha_{11}^2 = \alpha_{44}^2$, tedy $\alpha_{11} = \alpha_{44}$, volíme-li z obou znamének odmocniny znaménko kladné. Zaveďme pro výraz stanovící oba tyto stejné součinitele označení β, i bude

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (5)$$

Třetí součinitel jest

$$\alpha_{41} = -\frac{v}{c\sqrt{c^2 - v^2}} = -\frac{v}{c^2}\beta;$$

musíme totiž voliti nyní záporné znaménko od dvojmocniny, abychom vyhověli rovnici (m).

Jsou tedy hledané rovnice transformační v nejjednodušším tvaru

$$\begin{aligned} x' &= \beta\,(x - vt), \\ y' &= y, \quad z' = z, \\ t' &= \beta\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right) \end{aligned} \tag{2c}$$

Řešením první a čtvrté rovnice dle x a t nabudeme

$$\begin{aligned} x &= \beta\,(x' + vt'), \\ t &= \beta\left(t' + \frac{v}{c^2}\,x'\right), \end{aligned} \tag{3c}$$

ku kterýmž vzorcům připojíme ještě $y = y'$, $z = z'$.

Srovnáním soustav rovnic (2c) a (3c) shledáváme, že jednu z nich obdržíme z druhé, zaměníme-li souřadnice nečárkované příslušnými souřadnicemi čárkovanými nebo naopak a dosadíme-li z nich $-v$ místo $+v$.

Transformaci souřadnic stanovenou rovnicemi (2) nazýváme *transformací Lorentzovou* *). Souhrn těchto transformací tvoří také gruppu, kterou označíme G_c. Pro $c = \infty$ přechází tato transformace v transformaci Galileiovou.

Důležitý koefficient β, vyskytující se v transformačních rovnicích (2c) a (3c), jest pro $v < c$ větší než 1; jestliže $v = c$, stává se β nekonečně velkým. Pro rychlosti větší než c bylo by β imaginární. V nové mechanice, založené na transformaci Lorentzově, nelze tedy bráti v úvahu rychlosti větší, než jest kon-

---

*) Pojmenování toto zavedl *H. Poincaré* ve svém pojednání „Sur la dynamique de l'électron" (Rendiconti del circolo matematico di Palermo, tome XXI, 1906).

Zavedeme-li soustavu souřadnic $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = ict$ (kde $i = \sqrt{-1}$), lze transformaci tu definovati jako lineární substituci

$$x_\lambda = \sum_{\mu=1}^{4} \alpha_{\lambda\mu}\, x_\mu, \quad (\lambda = 1, 2, 3, 4)$$

(s determinantem $+1$), která nechává kvadratickou formu

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = \sum_{\lambda=1}^{4} x_\lambda^2$$

invariantní.

stanta c; tím se tato mechanika liší od klassické mechaniky Galilei-Newtonovy, která připouští rychlosti nekonečně velké.

Koefficient β lze také vyjádřiti nekonečnou řadou; jestiť

$$\beta = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \tfrac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + {}^3/_8 \frac{v^4}{c^4} + \ldots;$$

není-li v příliš velké, můžeme se omeziti na první dva členy této řady.

Budiž na př. v rovno postupné rychlosti naší země na její dráze kolem slunce $3 \,.\, 10^6$ *cm/sec*; pak jest $\frac{v}{c} = \frac{1}{10^4}$ a

$$\beta = 1 + \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{1}{10^8} = 1{\cdot}000\,000\,005\ldots$$

Anebo budiž v rychlost α-paprsků asi $2 \,.\, 10^9$ *cm/sec*, pak $\beta = 1{\cdot}00022\ldots$ Pro $v = 2{\cdot}8 \,.\, 10^{10}$ *cm/sec*, totiž rychlost β-paprsků, jest $\beta = 1{\cdot}4355\ldots$

Důsledky plynoucí z rovnic základních. Všimněme si nyní, čím se liší transformace Lorentzova od Galileiovy. Především vidíme, že Lorentzova souřadnice x' jest β-krát větší než Galileiova obdobná souřadnice, kdežto rozměry ve směrech kolmých k ose X-ové se nemění.

Přejdeme-li k libovolné *délce* l položené ve společné ose X-ové (anebo rovnoběžně k ní), jejíž koncové body mají v soustavě nečárkované úsečky x_1, x_2, v soustavě čárkované x'_1, x'_2, bude

$$l = x_2 - x_1.$$

Z první rovnice (2*c*) plyne

$$x = \frac{1}{\beta} x' + vt;$$

předpokládáme-li stejnou dobu t*), bude dle toho

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\beta}(x'_2 - x'_1),$$

*) Okolnost tu sluší zvlášť vytknouti; kdybychom předpokládali stejnou dobu t', užili bychom první rovnice (3*c*), čímž bychom dospěli k jiným výsledkům.

čili

$$l = 1/\beta\, l',$$

značí-li $l' = x'_2 - x'_1$.

Délka l' v soustavě čárkované jest pro pozorovatele, který se s touto soustavou pohybuje, v klidu; nazýváme ji *délkou geometrickou* a značíme l_g. Pro pozorovatele v soustavě klidné se tato délka pohybuje rovnoměrně; jemu jeví se v jiné délce l, kterou zoveme *délkou kinematickou* l_k. Platí tedy mezi oběma těmito délkami vztah

$$l_k = \frac{1}{\beta}\, l_g,$$

čili

$$l_g = \beta l_k. \tag{6}$$

Vzhledem k hodnotě koefficientu $\beta > 1$ jest $l_k < l_g$; rozdíl mezi délkou geometrickou a kinematickou obdržíme z rovnice

$$l^k = \frac{1}{\beta}\, l_g = l_g - \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) l_g = l_g - \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) l_g,$$

čili přibližně

$$l_k = l_g - \left[1 - \left(1 - \tfrac{1}{2}\, \frac{v^2}{c^2}\right)\right] l_g,$$

z čehož

$$\frac{l_g - l_k}{l_g} = \tfrac{1}{2}\, \frac{v^2}{c^2}\,. \tag{6a}$$

Délka neskonale tenké tuhé tyče (jejíž vnitřní stav se nemění), pohybující se rovnoměrně ve směru své délky, jest dle toho závislá na rychlosti v, se kterou se pohybuje. Délka ta není více konstantní veličinou, za jakou bývá pokládána v mechanice klassické, nýbrž jest veličinou, která se s rychlostí pohybu mění. Vycházejíce od délky tyče v klidu (relativném), obdržíme její délku, když ji uvedeme v pohyb, myslíme-li si ji stlačenou ve směru pohybu tak, aby nová délka se měla k délce původní jako $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} : 1$. Otočíme-li tedy tyč dlouhou l_g *cm*, položenou kolmo ke směru pohybu, do polohy ve směru pohybu, bude délka její $\left(1 - \frac{1}{2}\, \frac{v^2}{c^2}\right) l_g$ *cm.*

Pohybem nastává tedy kontrakce délky, tím větší, čím rychlejší jest pohyb její*). Pro malé hodnoty v jest toto zkrácení velice nepatrné, na př. pro rychlost 30 *km/sec* (postupnou rychlost země) zkracuje se délka 100 *km* o $^1/_2$ *mm*. Tak malých změn nebylo by lze ovšem zjistiti přímým měřením za příčinou chyb s takovým měřením spojených. Teprve při značnějších rychlostech nabývá tato kontrakce větších hodnot; pro rychlost 20000 *km/sec* α-paprsků zkracuje se táž délka 100 *km* o 22·2 . . *m*, pro rychlost 280000 *km/sec* β-paprsků o 43·55 . . *km*. Konečně pro $v = c$ kinematická délka každé tyče rovná se nulle.

Přicházíme tím k zvláštnímu výsledku, že délka jest vlastně neurčitou veličinou; nelze ji na zemi ani přesně určiti, poněvadž neznáme rychlosti, s jakou se tato ve vesmíru pohybuje.

O jiném důsledku, vyplývajícím z proměnlivosti těchto délek, jest se ještě zmíniti: nelze totiž mluviti již o tělese tuhém ve smyslu mechaniky klassické. Neboť v nové mechanice nevyskytuje se invariantní relace mezi souřadnicemi dvou bodů, která by byla obdobná relaci, jíž užíváme k určení vzdálenosti těchto bodů v mechanice Galilei-Newtonově. Tuto závadu hleděl odstraniti *M. Born* **). Ukázal, že platí podobná relace i v nové mechanice, obmezíme-li se jen na body nekonečně blízké; relace ta vyjadřuje, že vzdálenost takových bodů, měříme-li ji určitým způsobem, jest neproměnná. I lze takto dosavadní obecné podmínky pro tuhost těles ve formě integrální nahraditi podmínkami ve formě differenciální. Nehodlám se o vývodech Bornových dále šířiti, abych nepřekročil mezí tomuto článku vytknutých***).

(Pokračování.)

---

*) Domněnkou, že u každého tělesa na zemi vzniká malá kontrakce pohybem země kolem slunce, vysvětlovali jak známo *Lorentz* a *Fitzgerald* pokus Michelson-Morleyův.

**) „Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips", Annalen der Physik, svazek 30. (1909).

***) Viz též *Fr. Noether*: „Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie", Annalen der Physik, sv. 31. (1910).