Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Pleskot
Poznámka ku konstrukci normál kuželoseček

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 49 (1920), No. 2-3, 186--188

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121358

Utvořme takové rovnice pro všechny části čtyrstěnu a sečtěme:

$$\tfrac{1}{4} t_4^2 (a'^2 + b'^2 + c'^2) = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \Delta_1'^2 + \Delta_2'^2 + \Delta_3'^2 - - 2 \Delta_3 \Delta_3' \cos \gamma - 2 \Delta_1 \Delta_1' \cos \alpha - 2 \Delta_2 \Delta'_2 \cos \beta + \Sigma \frac{(b^2 - a^2 + x^2 - y^2)^2}{16} \qquad 23.$$

kde v součtu jest provésti cyklickou substituci.

Je-li t_4 těžnicí, pak

$$\Delta_1' = \Delta_2' = \Delta_3' = \tfrac{1}{3} \Delta_4, \quad z^2 = \left(\frac{a'^2 + b'^2}{2} - \frac{c'^2}{4}\right) \frac{4}{9}$$

atd., tedy $x^2 - y^2 = \frac{1}{3} (b'^2 - a'^2)$, sčítanec v součtu je $\frac{1}{144} (3 b^2 - 3 a^2 + b'^2 - a'^2)$. Pak $\frac{1}{4} t_4^2 (a'^2 + b'^2 + c'^2) = = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 - \frac{1}{3} \Delta_4^2 + \frac{1}{144} \Sigma (3 b^2 - 3 a^2 + b'^2 - a'^2)^2$.

Jsou-li všecky stěny stejné, ukázáno, že i hrany protější jsou si rovny, a je:

$$\tfrac{1}{4} t_4^2 (a^2 + b^2 + c^2) = \tfrac{8}{3} \Delta^2 + \tfrac{1}{9} \sum_{a_1 b_1 c} (b^2 - a^2)^2$$

Verifikace formule pro příčku se obdrží, jsou-li $\Delta_1', \Delta_2', \Delta_3'$ průměty stěn $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ na Δ_4, t. j. $t_4 = v_4$. Pak je $v_4^2 = b^2 - y^2 = = c^2 - x^2 = a^2 - x^2$, výraz v součtu mizí, a rovnice se redukuje na identitu, v níž souhlasné členy na pravo i na levo jsou si rovny.

Výpočet úhlů $\varkappa, \mu, \nu$ a ploch $\Delta_1'', \Delta_2'', \Delta_3''$ se pak provede teprve pomocí t, neboť tyto stěny jsou pak určeny třemi stranami svými.

Poznámka ku konstrukci normál kuželoseček.

Dr. Ant. **Pleskot** v Plzni.

V ročníku 44. t. č. uvedl jsem důkaz této věty o kuželosečkách: Jsou-li na kuželosečce dány dva pevné body A a B a třetí pohyblivý bod C, tu symetrály úseček $A\,C$ a $B\,C$ protínají osy kuželosečky ku př. osu Y v bodech A_1 a B_1 a tu platí, že úsečka $A_1 B_1$ má konstantní hodnotu.

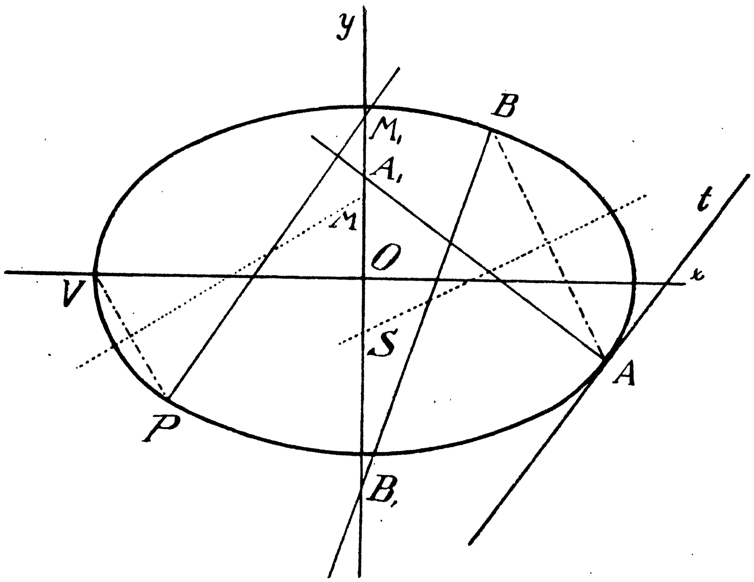
Této věty použijeme ku konstrukci normál kuželoseček. Volme pohyblivý bod C na kuželosečce tak, že stotožňuje se s bodem A.

Pak symetrála úsečky $A\,C$ stotožňuje se s normálou v bodě A a protne osu kuželosečky ku př. osu Y v bodě $A,$ a symetrála úsečky $B\,C \equiv A\,B$ protne tutéž osu v bodě S.

Splyne-li však pohyblivý bod C s bodem B, pak symetrála úsečky $B\,C$ přejde v normálu v bodě B a protne, osu Y v bodě $B,$ a symetrála úsečky $A\,C \equiv A\,B$ protne osu opět v bodě S. I jest dle věty hořejší:

$$S\,A, = B, S;$$

bod S jest tedy středem úsečky $A,\,B,$.



Máme tedy větu:

Jestliže ve dvou bodech A a B kuželosečky vedeš normály až protnou osu kuželosečky v bodech $A,$ a $B,$, pak symetrála úsečky $A\,B$ prochází středem úsečky $A,\,B,$.

Je li tedy kuželosečka dána ku př. osou co se týče směru, tečnou t s bodem dotyčným A a je-li v dalším jejím bodě B vésti normálu, tu sestrojíme v bodě A kolmici na tečnu t a určíme její průsečík $A,$ s osou.

Symetrála úsečky $A\,B$ protne osu v bodě S.

Stanovíme-li na ose kuželosečky bod $B_{,}$ tak, že

$$A_{,} S = S B_{,}$$

pak spojnice $B B_{,}$ jest normálem v bodě B.

Je-li kuželosečka dána osami i dle velikosti a je-li v jejím bodě P vésti normálu, pak dospějeme k této jednoduché konstrukci.

Stanovíme symetrálu spojnice bodu P a vrchole V kuželosečky na reálné ose. Symetrála ta protne druhou osu ku př. Y v bodě M. Určíme-li na ose Y bod $M_{,}$ tak, že

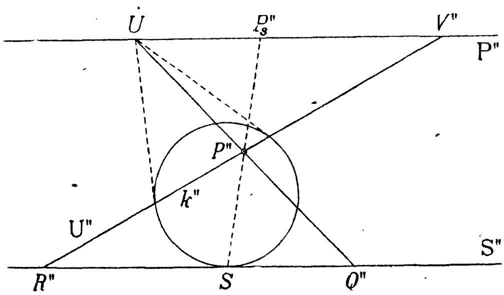
$$O M = M M_{,},$$

při čemž O střed kuželosečky značí, pak $P M_{,}$ jest normálou v bodě P.

Zákony stereografického promítání.

Sdílí Dr. Jos. **Kounovský.**

Stereografické promítání jest středové promítání plochy kulové, je-li střed promítání na ploše a průmětna rovnoběžna s tečnou rovinou plochy v tomto středu. Účelem stručné naší úvahy jest jednoduché odvození základních zákonů tohoto promítání, jež jsou: *Zachování kružnic a úhlů.*



Za tím účelem sestrojme pravoúhlý průmět (nárys) celého vztahu. V obrazci zvolena kulová plocha hlavní kružnicí v nárysně a na ní střed stereografického promítání S, rovina tečná S kulové plochy v něm jest nárysně promítací. Libovolná kružnice k plochy budiž v rovině nárysně promítací U, což neruší obecnost důkazu. Za průmětnu P stereografického průmětu zvolme rovinu procházející vrcholem U rotační plochy kuželové, opsané ploše kulové podél kružnice k, P || S, vrchol U jest v nárysně.