Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Vladimír Švejcar

Poznámka k vzorci hypsometrickému

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 12 (1883), No. 2, 99--101

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121340`

jeho třetí mocností to jest 125000000000; tím obdržíme podíl 4660, nedbáme-li desetiných zlomků. Arithmetický průměr mezi třikráte 5000 a mezi 4660 jest 4915.

Dělitel 4915 má třetí mocnosť 118732760875 a tou dělivše dané číslo nalezneme podíl 4907, nedbajíce než celých. Arithmetický střed mezi třikráte 4915 a mezi 4907 jest 4913 a ten se může odchylovati od hledané mocniny jen o méně než o 8. Dělivše dané číslo třetí mocninou čísla 4913 obdržíme přesně podíl 4913, jest tedy toto číslo hledanou čtvrtou odmocninou.

Co poslední příklad uveďme s autorem stanovení sedmé odmocniny čísla 78365023689 a sice až na jednu stotisícinu.

Oddělivše máme

7836 | 5023689.

Hledaná odmocnina jest tedy číslo dvouciferní a jelikož 7836 jest mezi 3^7 a 4^7, vezmeme třeba 40 za prvního dělitele. Tu nalezneme dělivše vždy podíl zase 40^tí^, že jest šestý podíl 16; arithmetický střed mezi šestkrát 40 a 16 jest 36.

Dělitel 36 dá při šesté divisi podíl 36,0003948 a arithmetický průměr mezi šesteronásobným dělitelem a podílem jest 36,0000564.

Vezmeme-li 36,00005 za dělitele, nalezneme šestý podíl, jenž se od tohoto dělitele liší o méně než o 0,00001, jest tedy 36,00005 hledaná sedmá odmocnina přesně stanovena až na jednu stotisícinu. (Pokračování.)

Poznámka k vzorci hypsometrickému.

Podává

Vl. Švejcar.

Jednou z vad hypsometrického vzorce jest, že předpokládá touž teplotu pro celý vzduchový sloupec, jehož výšku měří, kdežto se teplota mění nepřetržitě. Ku zcela přesnému vzorci musili bychom znáti zákon, jakým se teplota vzduchu do výše mění, poněvadž ale ten znám není, musíme se spokojiti s nějakým zákonem předpokládaným. Předpokládejme tedy, že teploty ubývá s výškou úměrně, což dle pozorování dobře se skutečností souhlasí, a že absolutní teplota T vrstvy vzduchu ve výši y jest vyjádřena vzorcem:

$$T = a - by,$$

kdež a a b jsou stálé.

Nazveme-li tlak p a hutnotu vzduchu ve výši y δ jest

$$dp = -\delta dy. \qquad \text{(I)}$$

Hutnotu δ vypočteme ze zákona Mariotte-Gay-Lussacova, který jest

$$\frac{pv}{T} = \frac{p_0 v_0}{T_0},$$

aneb zavedeme-li místo měrných objemů hutnoty

$$\frac{p}{\delta T} = \frac{p_0}{\delta_0 T_0}$$

a z toho

$$\delta = \frac{\delta_0 T_0}{p_0} \cdot \frac{p}{T}.$$

T_0 jest převratná hodnota koëfficientu roztažitelnosti plynů teplem, tedy

$$T_0 = \frac{1}{\alpha} = 273.$$

Zavedením hodnoty δ do vzorce (I) změní se tento v

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\delta_0 T_0}{p_0} \frac{dy}{a - by}.$$

Je-li tlak p_1 ve výši y_1 a tlak p_2 ve výši y_2 a integrujeme-li v mezích těchto, obdržíme

$$l\frac{p_1}{p_2} = \frac{\delta_0 T_0}{bp_0} l \frac{a - by_1}{a - by_2} = \frac{\delta_0 T_0}{bp_0} l \frac{T_1}{T_2}. \qquad \text{(II)}$$

Neboť je-li T_1 absolutní temperatura ve výši y_1 a T_2 ve výši y_2, jest patrně

$$T_1 = a - by_1$$
$$T_2 = a - by_2,$$

z kterýchžto rovnic jde

$$b = \frac{T_1 - T_2}{y_2 - y_1} = \frac{T_1 - T_2}{V},$$

kdež V jest měřený rozdíl výšek obou stanovišť. Zavedením této hodnoty do vzorce (II) obdržíme po malé redukci

$$V = \frac{p_0}{\delta_0 T_0} \cdot \frac{T_1 - T_2}{lT_1 - lT_2} \cdot l\frac{p_1}{p_2}. \qquad \text{(III)}$$

Pro velmi malý rozdíl teplot obou stanovišť, dá se z tohoto odvoditi vzorec užívaný k měření.

Pišme

$$T_1 - T_2 = \tau,$$

$$T_1 = T_2\left(1 + \frac{\tau}{T_2}\right),$$

$$lT_1 - lT_2 = l\left(1 + \frac{\tau}{T_2}\right) = \frac{\tau}{T_2} - \tfrac{1}{2}\frac{\tau^2}{T_2^2} + \dots$$

Z toho pak

$$\frac{T_1 - T_2}{lT_1 - lT_2} = \frac{\tau}{\frac{\tau}{T_2} - \frac{1}{2}\frac{\tau^2}{T_2^2} + \dots} = \frac{T_2}{1 - \frac{1}{2}\frac{\tau}{T_2} + \dots}$$

aneb přibližně

$$\frac{T_1 - T_2}{lT_1 - lT_2} = T_2\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{\tau}{T_2}\right).$$

Vrátíme-li se k významu veličiny τ a majíce na zřeteli, že

$$T_1 = \frac{1}{\alpha} + t_1 \quad \text{a} \quad T_2 = \frac{1}{\alpha} + t_2,$$

kdež t_1 a t_2 jsou teploty obou stanovišť pozorované teploměrem, obdržíme:

$$\frac{T_1 - T_2}{lT_1 - lT_2} = \frac{\frac{2}{\alpha} + t_1 + t_2}{2} = \frac{1}{\alpha} + \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Vložme nalezenou tuto hodnotu do vzorce (III) a pišme místo

$$T_0 = \frac{1}{\alpha}$$

a obdržíme

$$V = \frac{p_0}{\delta_0}\left(1 + \alpha\frac{t_1 + t_2}{2}\right) l \frac{p_1}{p_2},$$

což jest vzorec obyčejně užívaný, který předpokládá, že sloupec vzduchu má střední teplotu obou stanovišť.

Ostatně by se měla velmi přesná měření výšek díti na dvou stanovištích ne příliš od sebe vzdálených současně a sice v noci, kdy vzduch je obyčejně klidný, změna teploty výškou pravidelnější nežli ve dne, kdy často vyšší vrstvy jsou slunečními paprsky více zahřáty nežli spodní.