LITERATURA.

A. Recense.

F. Kadeřávek - J. Klíma - J. Kounovský: „Deskriptivní geometrie." (Nákladem a tiskem Jednoty československých matematiků a fysiků. Díl I: Str. 420. Cena 98,—. Rok 1929. Díl II: Str. 425—983. Cena 128,—. Rok 1932. Oba díly vyšly jako svazek 16. a 17. Knihovny spisů matematických a fysikálních.)

Metody syntetické geometrie ovlivňovaly do nedávna matematické badání v geometrii, které vlastně sloužilo více méně jen k ověřování představ této disciplíny. Objevy Weierstrass-Bolzanovy, Peanovy a konečně i mnohé pravdy z teorie množství ukázaly jasně nepřesnost syntetického badání, takže názor přestal býti konečně tvůrčím principem a stal se jen pomůckou. To působilo zpětně i na syntetickou geometrii. Ježto matematickými prostředky bylo lze docíliti větší přesnosti s menší námahou, nebylo zapotřebí vedle matematického aparátu sestrojovati ke stejným účelům ještě syntetický aparát. Ryzí syntetická geometrie od dob Ponceletových nezostřila tou měrou svou přesnost, jak tomu bylo v ostatní matematice, ježto potřeba toho již nevyžadovala. Asi z toho důvodu se syntetičtí geometrové obrátili k jiné části této disciplíny, totiž k průmětnictví, kde skutečně od dob Mongeových dosáhli velikého rozmachu, překročujíce dokonce pole vlastní působnosti této větve syntetické geometrie (totiž praxe). Tento jednostranný rozvoj je zřejmý na každé knize, pojednávající o syntetické geometrii. Důkazy obecných vět (zvláště pokud běží o problémy z diferenciální geometrie, nebo z teorie množství) jsou zpravidla nepřesné, konstrukce naproti tomu vynikají důvtipem a zručností. To platí i o nahoře zmíněné knize. — Pokládal jsem za nutné toto předeslati, aby bylo zřejmo, že ony nepřesnosti nelze přičítati k tíži autorům, nýbrž více méně nevypracované metodě syntetické geometrie.

Oba díly obsahují XXVI kapitol. V prvé z nich jsou probírány základy projektivní geometrie útvarů jedno- až trojrozměrných, včetně aplikací na konstruktivní teorii kuželoseček. Specielně tato část obsahuje hojnost vtipně řešených úloh. — Některé základní pojmy jsou nepřesně, případně neúplně definovány. Tak třetí věta prvé kapitoly jest: „Obsahuje-li útvar ten ∞^1 prvků, říkáme, že je prvého řádu." Podle této definice (ve které ovšem by bylo nutno předem vysvětliti brachygrafický symbol ∞^1, který sám o sobě postrádá jakéhokoli smyslu) jest útvarem prvého řádu souhrn všech bodů ve čtverci, který je jedno-jednoznačným zobrazením úsečky, ale na druhé straně přímka jako nositelka komplexních bodů by při jiné interpretaci symbolu ∞^1 nemusela býti útvarem prvého řádu. Na str. 10 čteme tuto definici a tvrzení: „Dva útvary prvého řádu jmenujeme projektivními, jestliže *a*) každému prvku jednoho útvaru odpovídá (je sdružen) jediný prvek útvaru druhého, čili jsou-li v příbuznosti jedno-jednoznačné a *b*) čtveřiny prvků jednoho útvaru mají týž dvojpoměr, jako čtveřiny odpovídajících (sdružených) prvků druhého útvaru. Lze ukázati, že je-li splněna prvá podmínka, je již splněna i druhá." (Podtrženo mnou.) Pokud běží o definici projektivnosti, není tak úplná, jak jí autor později užívá. (Spojitost!) Poslední zdůrazněná (mnou) věta není správná. Omyl vznikl mylným domněním autora, že každá jedno-jednoznačná příbuznost je algebraická. (Na str. 643 v kap. XIX. druhého dílu je obdobné nedopatření ve větě: „V kapitole I. probrali jsme příbuznost jedno-jednoznačnou takových útvarů neboli projektivnost.") Na některých místech objasnění (znázornění) určité konstrukce zastupuje důkaz: „Mysleme si nyní, že bod p blíží se k bodu t, . . . až, splyne-li p s t, normála N_1 stane se soumeznou k N a jejich průsečík je středem kružnice . . .“ (Str. 50.) (Běží zde o sestrojení oskulační kružnice v bodě t kuželosečky.) Tato brachylogie nemůže býti důkazem, nýbrž jen názornou interpretací matematických operací a pak teprve (z důvodů pedagogických) je plně oprávněna. Dále (str. 57): „Základní útvary druhého řádu, jež obsahují ∞^2 prvků, jsou: *a*) Pole bodové, souhrn to všech bodů roviny. *b*) Pole paprskové jako souhrn všech přímek roviny.“ O této definici platí výtky obdobné výtkám výše uvedeným. (Ostatně na str. 426 (XIII.) užívá se slova řád v jiném smyslu.) Na téže str. definuje autor kolineaci vztahy: „1. bodu a neb přímce P pole π odpovídá (je sdružen) zase jediný bod a_1 nebo přímka P_1 v poli π_1, 2. prochází-li přímka P bodem a v poli π, prochází odpovídající přímka P_1 sdruženým bodem a_1 . . . Z definice je patrno, že odpovídající si řady a odpovídající svazky paprskové jsou projektivní.“ Nehledíme-li k tomu, že zde vůbec není zmínky o jedno-jednoznačné příbuznosti, je zřejmé, že není těžké sestrojiti takovou jedno-jednoznačnou příbuznost dvou rovin, která vyhovuje podmínkám 1., 2., ale u níž odpovídající si řady (svazky) nejsou projektivní. (Obdobné výtky platí i pro definice „kolineace“ dvou prostorů na straně 81—82.) Naproti tomu je zdůrazniti množství důmyslně řešených konstruktivních úloh vztahujících se k oběma grupám projektivním G_8 a G_{15}. Nepokládám však za správné rozlišování jednotlivých transformací z těchto grup (kolineární, affinní atd.), jakmile se postavíme na stanovisko ryze projektivní. V tom případě na příklad se neliší transformace z grupy afinní od transformace z grupy projektivní, ale rozdíl je teprve v grupě projektivních transformací a v grupě afinních transformací. Vzhledem k tomu, že později je hojně používáno subgrup z projektivní grupy korelací (polarita v kap. XIII., nulový systém v kap. XXIV., viz též str. 641, kap. XIX.), měla tato býti zde snad též probrána. — Druhá kapitola je věnována základům kinematické geometrie v rovině, včetně aplikací na ozubení. Přesným aparátem v této disciplině je teorie Lieových grup. Ježto však autor postupoval ryze synteticky, nemohl se vyhnouti nepřesným důkazům na některých místech (úvahy diferenciální). Význam této kapitoly spočívá však podle mého soudu v praktické aplikaci kinematiky a po této stránce nelze jí ničeho vytknouti. Rušivě působí střídavé označování téhož pojmu (polhodie) různými jmény (polodie, poloida). — Kapitoly III.—XII. obsahují průmětnictví. Kolmé promítání na jednu průmětnu; Kolmé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny; Teoretické řešení střech; Kolmou axonometrii; Šikmé promítání; Šikmou axonometrii; Středové promítání; Lineární perspektivu; Konstruktivní fotogrametrii*) a konečně Reliefní perspektivu. V těchto kapitolách je těžiště knihy. Již z výčtu nadpisů kapitol je zřejmo, jak mnoho látky bylo zde shrnuto. Jsem rád, že mohu konstatovati vzorně pečlivé propracování jednotlivých konstrukcí, jakož i celých partii, z nichž některé svou přísnou odborností stanou se jistě vítanou pomůckou v aplikovaných odvětvích průmětnictví. Autoři měli zde možnost plně využíti všech svých bohatých zkušeností konstruktivních i pedagogických. — Druhý díl počíná kap. XIII. o kvadrikách. Jsou zde probrány důležité metrické a projektivní vlastnosti kvadrik, jakož i jejich aplikace na rozmanité konstruktivní úlohy. (Obrysy, průniky, osvětlení atd.) Užitím rotačních ploch řešeny též některé složitější úlohy o kuželosečkách. (Zajímavá věta na str. 453 je však vyslovena obecněji, než je podán její důkaz.) V obecných úvahách autor nerozlišuje mezi kvadrikami se singulárními body a kvadrikami bez takových bodů, takže některé věty v této kapitole nejsou správné: „Plochy druhého stupně jsou též druhé třídy.“ (Str. 426.) Tento teorém je opraven následujícím z téže stránky: „Obecné plochy druhého stupně jsou plochami

*) V textu: „fotogrammetrie“.

druhého řádu.“ Bohužel není z předcházejících úvah zřejmé, co se myslí slovem „obecný“. (Slova „řád“ bylo v prvém díle užíváno v jiném smyslu.) Dále: „Plochy druhého stupně, které mají v nekonečnu obecnou reálnou kuželosečku, jmenujeme hyperboloidy, . . .“ (Str. 433.) Zde autor zapomněl na plochy se sing. body. Pojem duality (korelace) je zde odvozen z polarity (§ 213). Nutno však namítnouti, že dualita je pojem nadřazený polaritě. Polarita existuje proto, že existuje dualita a nikoliv obráceně. [Polarita v prostoru je subgrupa G_9 z projektivní grupy korelace (duality) G_{15}.) Tato kapitola vyčerpává snad úplně všechny důležité konstruktivní vlastnosti kvadrik. Řešení různých úloh jsou velmi důmyslná. — Kapitola XIV. věnována je prostorovým (a rovinným) křivkám a plochám rozvinutelným. Jsou zde probírány některé algebraické a metrické vlastnosti křivek s mnoha specielními příklady a s aplikacemi na šroubovici. Dále definice a vlastnosti rozvinutelných ploch a některé příklady takových ploch. Pokud běží o konstruktivní využití známých vět, je tato kapitola velmi podařená. Teoretická část však má mnohé nedostatky. Tak na př. na str. 490 jsou definice různých bodů, cituji z nich jedinou: „Obecným bodem křivky jest bod, v němž tečna křivky má dva soumezné body, s křivkou společné, a křivka v okolí tohoto bodu jest po téže straně tečny.“ Nehledíme-li ani k tomu, že se zde mluví *o bodě*, ve kterém jsou *dva body*, nutno zdůrazniti, že *právě tak* se chová křivka, má-li s tečnou „$2p$ soumezných bodů“ společných ($p = 2, 3, \ldots$). Ježto zde není uvedemo, co si máme mysleti pod pojmem „dva soumezné body“, nelze také rozlišovati mezi 2, 4, 6, . . . „soumeznými body“. (Rovněž počáteční definice křivky na str. 487: „Křivka je geometrické místo bodu, který se spojitě pohybuje podle jistého zákona, takže obecně v libovolné rovině leží jen několik bodů křivky od sebe oddělených“ není úplná, ježto pojmy „spojitý“ a „oddělený“ nejsou definovány. Na př. bylo by lze se domnívati podle této definice, že množství všech racionálních bodů na přímce je křivka, což jistě autor svou definicí nezamýšlel.) Str. 492: „Valí-li se oblouk křivky po přímce tak, že každý bod křivky se ztotožní při pohybu jen s jediným bodem a že nenastane smyk . . .“ To je věta vedoucí k definici rektifikace křivky. Protože však podle str. 490 tečna v inflexním bodě křivky má „tři soumezné body“ společné s křivkou, nelze provésti rektifikaci křivky s inflexním bodem podle hoření věty. — Křivost křivek je uvedena takto: „Křivost křivky posuzujeme podle toho, jak rychle se křivka v uvažovaném bodě odchyluje od své tečny v tom bodě, . . .“ (493). Poté následuje správná definice křivosti kružnice a): „Křivost křivky nahrazujeme stejně velkou křivostí kružnice křivosti . . .“ (jejíž konstrukce je v textu podána). Zde se pojem nedefinovaný (křivost křivky) nahrazuje pojmem definovaným (křivost kružnice), ačkoli lze i křivost křivky definovati. — „Má-li speciálně oskulační kružnice s danou křivkou čtyři soumezné body . . . , v tom případě neprotíná oskulační kružnice této křivky v bodě oskulace, nýbrž nachází se na jedné její straně (duté).“ (Str. 494.) To je zřejmě věta nesprávná. (Na téže str. je definice oskulace a hyperoskulace dvou útvarů užitím oskulačních kružnic. V matematice užíváme jiné definice). Podle definice (str. 502): „Rozvinutelná plocha jest plocha, kterou lze rozprostříti do jedné roviny bez záhybů, bez protažení a bez porušení souvislosti jejích částic, tedy bez přeložení, protažení a přetržení (přelomení)“ *není* ani válec resp. kužel ani část singulární kvadriky, sestávající z kladné prvé a kladné druhé průmětny, plochou rozvinutelnou, neboť v prvých dvou případech je k „rozprostření“ třeba přetržení, v třetím případě přelomení. Na téže straně je nejasná věta: „Základní vlastností rozvinutelné plochy jest právě okolnost, že soumezné tvořící její přímky se protínají.“ (Jaký by byl rozdíl mezi vrcholem kužele a obecným bodem hrany vratu rozvinutelné plochy?) (Na str. 641 v kap. XIX. je podána lepší, ač též nikoli zcela správná definice rozvinutelné plochy. Ostatně na str. 562

v kap. XV. je zmínka o rozvinutí ploch na sebe, kterou lze aplikovati i na tento zvláštní případ rozvinutí plochy na rovinu.) Na str. 531 se dochází k rozvinutelným plochám užitím svazku rovin, v němž „ke každé poloze roviny je jedna její soumezná poloha bezprostředně předcházející a jedna bezprostředně následující.“ Existence rozvinutelných ploch by podle toho odporovala větě, že kontinuum je „v sobě husté“ („insichdicht“). — Krátká kapitola o plochách (XIX.) jest věnována některým obecným vlastnostem algebraických ploch a syntetickému úvodu do diferenciální metrické geometrie ploch. Jsou též uvedeny význačné čáry na ploše. Na str. 560 je tvrzení, že rovina „soumezná“ a rovnoběžná s tečnou rovinou bodu p plochy protíná tuto „v kuželosečce nekonečně malé“. Podle terminologie na str. 488 („křivka s úběžným bodem bývá zvána též nekonečnou křivkou“) obdržíme svrchu zmíněnou konstrukcí v bodě parabolickém, nebo hyperbolickém *nekonečnou* křivku (kuželosečku), která je zároveň *nekonečně malá*. Poslední větu této kapitoly (oblouk geodetické čáry mezi dvěma body je kratší, než každý jiný oblouk na ploše těmito body, vedený v jejím okolí) nutno rozšířiti užitím pojmu „extrémní“, jak ukazuje případ na kouli.*) Některých vlastností křivek na ploše je důmyslně konstruktivně využito při osvětlování a průnicích. — V dalších kapitolách XVI.—XVII. probíráno jest opět průmětnictví. V kapitole XVI. jsou s tohoto hlediska studovány plochy rotační (řezy, průniky, osvětlování a specielní příklady), ve dvou následujících kapitolách jest podrobně vysvětleno osvětlování, včetně isofot a isofeng. Zde je zvláště vytknouti velmi stručné a velmi bystré odvození isofeng na ploše kulové a obecné kvadrice. — Kapitola XIX. věnována je zborceným plochám: Obecné vlastnosti algebraických ploch (úvahy o algebraických víceznačných příbuznostech), dotyčné a oskulační kvadriky, význačné přímky (torsální), body (kuspidální, fleknodální), křivky (strikční). Pak následují úvahy o plochách třetího a čtvrtého stupně s četnými, podrobně propracovanými konstruktivními příklady různých ploch a s rozdělením jejich podle Sturma. S některými větami nelze bezpodmínečně souhlasiti. Tak tvrzení (str. 640) „vzdálenost dvou soumezných tvořících přímek je nekonečně malou veličinou 3. stupně“ (u ploch rozvinutelných) a „vzdálenost (těchto přímek) je nekonečně malou veličinou 1. stupně“ (u ploch nerozvinutelných) není jasná, pokud nevíme, vzhledem k čemu se měří řád (podle autora „stupeň“) těchto veličin. (Ostatně je svrchu zmíněná vzdálenost nejméně řádu druhého vzhledem k přírůstku oblouku řídicí křivky.) Užívání symbolických rovnic $\infty^2 . \infty^2 = \infty^4$ (641) by bylo jistě možno potlačiti. Dvě věty „Kongruenci označujeme pak (m, n), při čemž čísla m, n obecně nejsou stejná“ (str. 641) a „Společné paprsky dvou komplexů stupňů s_1, s_2 tvoří kongruenci paprskovou $(s_1 . s_2, s_1 . s_2)$“ (str. 643) by potřebovaly vysvětlení, neboť svádějí k nesprávné domněnce, že nelze si každou (algebraickou) kongruenci představiti jako průnik dvou (algebraických) komplexů. O nedopatření na str. 643 mluvil jsem již dříve. Vůbec věty v tomto paragrafu odvozené platí jen pro algebraické víceznačné příbuznosti, což autor nepodotýká. Postup důkazu na str. 643 svádí laika k domněnce, že víceznačná příbuznost je nutně algebraická. Nelze také souhlasiti s větou „V úběžném bodě a_∞ přímky V dotýká se zborcené plochy rovina a . . . a ježto obsahuje úběžný bod soumezné tvořící přímky V', je s touto přímkou rovnoběžná.“ (Str. 648.) Zde se totiž užívá dvou brachylogií (soumezný, úběžný), což bez matematického zdůvodnění je nepřípustné (a i pak lze jich užíti jen jako znázornění, nikoli jako důkazu!). Větu na str. 656 (vedoucí k fleknodálním bodům) jest upraviti vzhledem k $n = 2$. — V kapitole XX. je probrána velmi důkladně látka, týkající se zobrazování šroubových ploch

*) Na str. 562 ve větě „aby si odpovídaly . . . geodetické křivky“ je tisková (gramatická) chyba, která neruší smysl. Upozorňuji na ni, aby mohla býti odstraněna v eventuelním dalším vydání.

s hojnými příklady, vyskytujícími se též v praxi. — Kapitola XXI. podává úvod do stereotomie. Ježto podle vlastních slov autora (str. 797) „přihlížíme vždy (při řešení úloh stereotomických) k výmince aesthetické" rozhodují zde i jiné motivy, než ryze vědecké a tím se tato část aplikované discipliny vymyká kritice v matematickém časopise. — V následující kapitole (XXII.) jsou studovány některé druhy ploch se zvláštním zřetelem k jejich způsobu vytvoření: Plochy translační (plochy kuželosečko-kuželosečkové, kruho-kruhové, plochy vzniklé šroubovým pohybem šroubovice), hlavně pokud běží o jejich zobrazování, plochy obalové (hlavně Dupinova cyklida i s oběma způsoby vytvoření) a plochy kanálové. Odvození vlastností obalových ploch (par. 420) nemá hodnotu průkaznou, ale je velmi názorné. Věta (str. 865): „Tyto kružnice (totiž inversní k poledníkům a rovnoběžkám anuloidu) jsou čarami křivosti na Dupinově cyklidě, neboť jsou karakteristikami kulových ploch, obalených cyklidou" není jasná tomu, kdo nezná větu Joachimsthalovu. (V dalším je shora zmíněné tvrzení dokázáno ještě jednou na základě vlastností křivozn. čar.) V souvislosti s plochami translačními mělo snad býti vzpomenuto i ploch minimálních, o nichž je jen krátká zmínka na str. 563. (Kap. XV.) — Název „troubovitý" (pro plochy) se mně nezdá vhodným. — V kapitole XXIII. pojednáno jest o plochách grafických a topografických. Při té příležitosti uvedena jsou též různá zobrazení koule na rovinu. Bohužel je mně tato část aplikované deskriptivy příliš vzdálena, než abych ji mohl posouditi. — Kapitola XXIV. obsahuje úvod do kinematické geometrie v prostoru, pokud jde o pohyb jedno- a dvojparametrický. Kromě toho probrány jsou některé zvláštní případy pohybu (Mannheimův) a aplikace (ozubení), jakož i mechanická konstrukce elipsoidu. V souvislosti s pohybem jednoparametrickým probrána je teorie nulové soustavy (lineárního komplexu). Druhý druh pohybu vede pak k lineární kongruenci. Lineární komplex je zde probrán i se stanoviska fysikálního, není však odvozen jeho parametr. Souvislost lineárního komplexu a Plückerova konoidu je již probrána dříve. (Par. 342, kap. XIX.) Úvahy diferenciální jsou opět ryze syntetické.*) Předposlední kapitola uvádí čtenáře do základů průmětnictví čtyřrozměrného prostoru. Je zde v prvé řadě uveden a na několika příkladech ilustrován zobecněný princip Mongeův, poslední paragraf věnován stručné, ale výstižné zmínce o centrálních promítáních. — S úvahami o dimensích nemůže referent souhlasiti. (Par. 454.) Nedopatření vznikla asi užíváním symbolu ∞. [Věta: „Přímka a rovina nemají obecně společného bodu, jestliže mají jeden bod společný" (str. 932) obsahuje asi nějaké tiskové nedopatření, neboť ihned následuje nová věta: „Pak jsou v témže prostoru . . ."] Vzhledem k tomu, že v syntetické geometrii se zhusta užívá úběžných elementů, považoval bych za správné alespoň v tomto paragrafu zmíniti se o tom, že úběžný prostor (trojrozměrný) čtyřrozměrného prostoru je eliptický. Neboť věta: „Dvě roviny mají s Ω_∞ (= s úběžným prostorem) společné dvě přímky úběžné, jež mohou býti mimoběžné, nebo jsou v téže rovině . . ." (str. 932) svádí k otázce: „Které páry rovin mají s úběžným prostorem společné dvě r o v n o b ě ž n é přímky?" (Protože úběžný prostor je eliptický a nikoliv euklidovský, nemá tato otázka smyslu, pokud pod pojmem „rovnoběžek" nemyslíme snad Cliffordovy rovnoběžky.) — Poslední kapitola obsahuje praktické pokyny pro provádění přesných konstrukcí.

Oba svazky representují v oboru průmětnictví skutečně úctyhodnou práci, zdůrazněnou množstvím příkladů a úloh. Pokud však běží o vedení

---

*) Nedopatřením tiskárny objevila se na poslední straně této kapitoly věta o „(po)hodlné existenci, jež se jí nabízí jako krásná", jež zřejmě není v žádné souvislosti s mechanickou konstrukcí elipsoidu, na tomto místě probíranou.

důkazů matematických vět, případně o definice matematických pojmů, je nutno zdůrazniti, že syntetická geometrie nemůže poskytnouti žádoucí přesnosti a průkaznosti, jak jsem na několika příkladech zde měl příležitost ukázati. V zájmu vědy, která jest a musí zůstati neosobní a nesmí býti řízena touhou po „čistotě metody" na účet přesnosti, bylo by si přáti, aby syntetická geometrie spokojila se důkazy matematickými, pokud nebude nalezen stejně přesný syntetický aparát, jako jest aparát analytický. Že tento aparát syntetický nebyl dosud nalezen, nelze připisovati k tíži autorům kritisované knihy. *Hlavatý.*

Odpověď autorů na recensi p. prof. dra V. Hlavatého.

Je jisté, že metody syntetické geometrie, hlavně, jedná-li se o diferenciální úvahy, nejsou mnohdy do všech podrobností tak přesné, jako úvahy matematické, ale, a to je třeba zdůrazniti, tříbí a podporují názor, který je jedním z hlavních účelů deskriptivní geometrie. Předností metod syntetických je, že jsou jednoduché a snadno utkvívají v mysli. Autoři též nerozpakovali se použíti výsledků matematických s poukázáním na příslušné práce, na př. pro vzdálenost dvou soumezných přímek na rozvinutelné, případně zborcené ploše (str. 640), nebo pro geodetickou křivku na zploštělém elipsoidu (str. 910) atd. Výtky recensentovy netýkají se deskriptivní geometrie, jež byla hlavním obsahem spisu, nýbrž některých definic po stránce matematické. Psáti spis, který by vyhověl přísnému měřítku vědy a současně byl praktický, je opravdu těžkým úkolem. V takovém spisu jistě jak teoretik, tak i praktik nenalezne vše, co by podle jeho jednostranného úsudku tam mělo býti. Mnohdy, aby rozsah spisu, dost obsažného, nerozrostl se na úkor vlastního účelu, musili býti autoři jak v definicích, tak i ve výkladu stručnými a přihlédati hlavně ke konstrukcím. Je to též uvedeno v předmluvě k prvnímu dílu. Tak hned stručná definice útvaru prvého řádu, jakož i použití metrické metody v úvodu do projektivní geometrie stalo se jen z toho důvodu, aby se co nejdříve došlo k řadě konstrukcí kuželoseček, jež později usnadňují velice použití zobrazovacích metod, hlavního to oboru deskriptivní geometrie. Úmyslně tu pominuty postuláty o uspořádání a spojitosti, jež jistě náležejí do projektivní geometrie, přednášené jako celek z jiných hledisek, než konstruktivních. Příbuznost jedno-jednoznačná, o níž je mluveno v odst. 3, je ovšem algebraická. Co se týče slova „*řád*", užívá se pravda v různém významu, na místě německých slov Stufe, Rang; je to nedostatek české terminologie, ale myslíme, že to nevede celkem k záměně pojmu, jedině, že někdo označuje stupeň křivky nebo plochy též „řádem", i když stupeň a třída jsou různá čísla. Věta o řádu ploch 2^0 na str. 426 může proto zcela odpadnouti. Jistě by tu neškodila normalisace! V odst. 28 opomenuto zdůrazniti obapolnou jedno-jednoznačnou příbuznost, ač to z dalších řádků ihned vyplývá. Definice kolineárních polí, zde použitá, je i ve spisech pojednávajících jen o projektivní geometrii (viz na př. nejnověji: Vojtěch, Geometrie projektivní, str. 224). Pojem grupy projektivních transformací a jejích subgrup zde nezaváděn, ježto opět byla tu kladena váha hlavně na konstrukce kuželoseček, případně na pozdější použití v konstruktivní fotogrammetrii. Grupa obecných korelací nebyla probírána, ježto její subgrupa polarita, byla vyložena později. Budiž tu zdůrazněno, že celý tento oddíl I. o základech projektivní geometrie je tu jen prostředkem k dalšímu a nikoliv samostatným celkem pro sebe. O kuželové ploše 2^0 je zmínka na konci odst. 215 a je probrána v odst. 26, ač mohla tu býti ještě více jako zvláštní případ uvažována. „*Obecnou*" plochou 2^0 myslí se ovšem plocha bez všech singularit. K tečně křivky se dospělo v odst. 241 jako k limitě sečny a tamtéž patrno, co se myslí soumeznými body. Matematika si tu může snad při křivce dané rovnicí vésti přesněji, ale matematika nám nemůže dáti tečny, středy křivosti a j. při *empirických* křivkách, jež prakticky, a zejména v deskriptivní geometrii, přicházejí. Byť snad neobstály uvedené definice pod mikroskopem matematika, prakticky vyhovují zcela. Na str. 560 při indikatrix je uvedeno, jak Dupin dospěl k indikatrix a použito názvu nekonečně malá kuželosečka. Myšleno tu hlavně na eliptický bod. (Stejně uvádí Müller, Darst. Geometrie I., str. 280.) Lze však zcela dobře vynechati „*nekonečně malá*", myslí-li p. recensent, že je to v odporu se str. 488. Že vzdálenost dvou soumezných přímek tvořících (str. 640) na rozvinutelné ploše je nekonečně malou třetího stupně a na zborcené ploše nek. malou prvého stupně, je citováno z knihy dra Hostinského: Diferenciální geometrie, str. 29 a 36, jak též je uvedeno v odkaze, kde též čtenář musí hledati odůvodnění. Případ $n = 2$ na str. 656 podle definice fleknodu si zodpoví jistě čtenář sám, ač předpokládá se tu $n > 2$, jinak by se totiž nemluvilo o oskulačním hyperboloidu. Odst. 424 obsahující větu, že kružnice jsou křivoznačnými čarami uvedených ploch, není třeba dokládati větou Joachimsthalovou, když dříve byla zdůrazněna vlastnost křivoznačných čar plochy, že plocha normál podle nich je rozvinutelnou. Řádek na str. 930 zavinila tiskárna. Stejně na str. 932 je tisková chyba. Má tam totiž býti: „společný, pak" místo „společný. Pak". Další konstrukce nevyžadovaly zavádění pojmu eliptického úběžného prostoru v P_4 a proto pro jednoduchost od toho bylo upuštěno. Souvislost lineárního komplexu se šroubovým pohybem uvedena v odst. 323 *b*), kde též uveden parametr v^0 tohoto, ovšem mohlo tam býti řečeno ještě, že je to též parametr lineárního komplexu.

Kadeřávek. Klíma. Kounovský.

Georges Sarton: Introduction to the History of Science, vol. II, Carnegie Instit., Williams & Wilkins Comp., Baltimore, 1931, 2 svazky. XXXVII + XVI + 1251 str., cena 12 doll.

O prvním díle referoval jsem v tomto časopise, roč. LVII, str. 161—163 i odkazuji laskavého čtenáře na tento svůj referát. Bylo-li třeba se pokloniti před bohatstvím materiálu, sneseného v díle I., před pílí, objektivitou a idealismem autorovým v díle tom, co říci o díle II., kde tyto vlastnosti jsou ještě vystupňovány. Celý plán díla je týž jako tam, jenže každá kniha je věnována jen polovině století a každý svazek obsahuje dvě knihy, první zahrnuje století XII., druhý XIII. Jen jedné věci se bojím. Stačí síly jednotlivcovy, byť i znásobeny pomocí přispěvatelů do „Isis", k tomu, aby toto grandiosní dílo dovedly ke konci? Bohatství druhého dílu je ještě větší a pro naše badatele cennější než dílu prvního potud, že ještě více než první díl objevují nám neznámou pevninu, kulturu a vědu východní, židovskou, východoasijskou, indickou a hlavně islamskou. Zde je to skutečně nepřebernou studnicí. Autor pobyl úmyslně několik měsíců v islamském orientě, aby svou literární znalost islamské kultury proměnil ve znalost živou, z autopsie. Rozepisovati se o detailech není možno při tomto úžasném bohatství látky. Lze jen vysloviti přání, abychom se brzy dočkali dílů dalších.

Q. Vetter.

Philipp Frank: Das Kausalgesetz und seine Grenzen. 1932. (Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung, Vídeň, str. XV, 308.)

Jak z nadpisu knihy je patrno, zabývá se zde vynikající teoretický fysik věcí, která nyní, v době tak zvané krise fysiky velmi zaměstnává odborníky fysikální i filosofy a proto jest na místě, aby o této knize bylo psáno v tomto časopisu.

I. Frank nezabývá se svým problémem pouze s hlediska fysiky samé, nýbrž také se stanoviska biologie, ba i sociologie a částečně i historie, takže jde tedy o problém obecně filosofický. V tomto směru kniha neuspokojuje. Autorovým úvahám z obecné filosofie nutno vytknouti nepřesnost slovního výrazu. Frank netají se již v předmluvě svým odporem proti školské filosofii a míní ji nahraditi svojí filosofií „zdravého lidského rozumu". Nelze pochybovati, že vynikající učenec jako on, vládne tak velikou inteligencí, že jeho filosofické myšlenky mohou býti správné, nebo aspoň pozoruhodné. Ale jakmile nám je chce sděliti, pak nestačí pouhý „zdravý lidský rozum“. Frank přehlíží tisíciletou práci filosofie, dopracovati se ve svém oboru termínů vědeckých, t. j. jednoznačných, a sděluje nám své myšlenky zhusta slovy hovorové řeči, jež jsou mnohoznačná, ba neurčitá. Zajisté je mu známa ohromná výhoda matematiky, že její symboly následkem definic jsou jednoznačné, a nedopustil by se určitě té chyby, aby na př. v uzavřené matematické úvaze volil týž symbol pro různé matematické pojmy. Naproti tomu ve svých všeobecně filosofických partiích užívá bezstarostně téhož slova pro různé pojmy, nebo zaměňuje vespolek slova, jež jsou sice v běžné řeči synonyma, ale ve filosofické řeči mají ustáleně odlišný význam. Uvedeme toho alespoň dva doklady.

Výraz prožitek (Erlebnis), jehož Frank užívá od počátku, a o němž se něco více dovídáme v kap. I., odst. 3., je slovo významu velmi širokého. Vedle bezprostředních prožitků (unmittelbar Erlebtes), což je vlastně prožitek v pravém slova smyslu, uznává Frank patrně ještě prožitky druhého druhu (mohli bychom tedy říci mittelbar), totiž ty, jež máme z nějaké výpovědi na základě konvenční asociace řeči. Rozdělení toto je správné a pro úvahu o teorii přírodních věd zásadně důležité. Bohužel užívá však autor v dalších úvahách prostě slova Erlebnis bez řečeného rozlišení, a to i tam, kde na něm záleží. Tak na př. pro otázku, jím hojně diskutovanou (I., 2; IX., 1; VII., 18), je-li možno jednoznačně přiřaditi prožitky k symbolům (jakými jsou souřadnice, hmotný bod, Schrödingerova vlna a j.), což Frank zamítá, nebo pro jeho určení, že obecně formulovaná věta může býti jen tehdy větou skutečnostní (Wirklichkeitssatz), „snese-li“ dosazení konkretních prožitků (I., 10). Stejně je tomu tak při výroku, že matematické schema je nejprecisnější shrnutí prožitků (Zusammenfassung der Erlebnisse). Tu všude, a také jinde nevíme, resp. nevíme bezpečně, o který druh prožitků jde. Jiným příkladem neurčitosti terminologie jest kap. I., 3, (ostatně totéž v I., 10), kde Frank rozděluje soudy, jež bývá zvykem označovati jako apriorní analytické (říká jim tautologické) a aposteriorní syntetické. Rozdíl vidí v tom: „. . . unsere Erlebnisse oder die wirkliche Welt könnte auch so beschaffen sein, das dieser Tisch nicht blau, aber nicht so, das zweimal zwei nicht vier wäre . . . Das erste Erlebnis ist vorstellbar, das zweite nicht.“ To ovšem není přesné. Místo slova vorstellbar má státi slovo *denkbar* — pro analytické soudy nezbytně. Vždyť existují věty, jejichž obsah si nelze představiti, ale zcela dobře mysliti. Pro Franka by byla tedy taková neeuklidovská geometrie „sinnlos“. Přísného rozdílu mezi představováním a myšlením by měl právě Frank šetřiti, ježto vychází od prožitků, kde jde o představování a vztahuje je k větám, jež jsou zajisté myšlené. Na těchto dvou příkladech je patrno, že při obecných úvahách autorových nemůžeme býti nikdy bezpečni, co tím neb oním slovem myslí, i kdybychom se toho mohli z kontextu dohadovati. Je těžko ovšem potom jeho rozbory a vývody, jež chtějí býti velmi jemné a precisní, vůbec kritisovati. Ale obecné úvahy filosofické nejsou v okruhu přímého zájmu pro náš časopis, proto přestáváme jen na těchto upozorněních.

II. Tam, kde Frank nepřekročuje oboru fysikálního, užívá ovšem již termínů určitějších, takže lze jeho názory kritisovati. A v tomto fysikálním oboru podrobíme zkoumání jeho základní pojem kausality.*)

Především má Frank dvě pojetí kausality, jichž užívá v knize střídavě, a to jedno, jež bychom mohli nazvati užší, jedno pak širší. Tato dvě pojetí nejsou ekvivalentní. Obě jejich formulace nejsou formulacemi kausální relace, nýbrž jedna z nich, jak ukážeme, je formulací mechanistického

*) V názorech na kausalitu opírám se o článek univ. prof. dra Zicha: „K problému fysikální kausality“, uveřejněný v České Mysli r. XXIX, č. 1.

determinismu, druhá pak speciální, pro fysikální interpretaci upravenou relací funkční. Všimneme si nejprve formulace druhé. Na str. 30, 31 prohlašuje Frank známou Laplaceovu formuli (z Úvodu k jeho Počtu pravděpodobnosti), že z příslušných dat jednoho okamžitého stavu lze určiti všechny stavy minulé i budoucí, za nejostřejší a nejurčitější formulaci kausálního zákona. Zatím tato Laplaceova formulace jest vskutku nejostřejší formulací *postulátu o pravidelnosti* přírodních dějů a tím nejostřejší formulace *mechanického determinismu*, ovšem na základě klasické mechaniky. Laplace mluví stejně o minulosti jako o budoucnosti. Frankovi, jak se zdá, velmi záleží zvláště na budoucnosti, považuje předvídání budoucnosti za podstatný znak pro kausalitu, jak on ji chápe, kdežto zatím předvídání budoucnosti je následný znak determinismu a s vlastní kausalitou v užším slova smyslu nemusí býti ani spojován.

Zajímavější je však pro fysika druhé Frankovo pojetí kausality, jež je formulováno v kap. V., 5, 6. Frank ukazuje nejprve na dvou příkladech, jak je možno dáti funkcionální relaci tvar, jak on říká, kausálního zákona. Tuší správně, že kausální relace involvuje mimo jiné dva momenty charakteristické, a to moment časového sledu (ale, musíme dodati, jednosměrného) a moment „působnosti" (srv. citovaný článek). Proto uvádí stavovou rovnici pro plyny $p \cdot v = R \cdot T$ na tvar kausálního zákona takto: $dv/dt = f(P - R \cdot T/v)$. V této formulaci obsahuje již relace čas a zdánlivě i moment působení. V uvedené rovnici je časová změna objemu funkcí pravé strany. Avšak nemylme se: teprve fysikální interpretací kausální dostáváme moment působení do rovnice, jak se můžeme snadno přesvědčiti. Matematicky vzato dostaneme pro týž fysikální děj relaci stejně vyhovující, napíšeme-li $\dfrac{dp}{dt} = g\left(V - \dfrac{RT}{p}\right)$. Tato rovnice má také fysikální interpretaci, ovšem, jakožto kausální, jinou. Moment působnosti tedy vkládáme do rovnic teoretické fysiky teprve, když si je fysikálně interpretujeme, ale z rovnic samotných jej nevyčteme. Za druhé nezachycuje tato forma fysikálního zákona *jednosměrnost* časovou, pro kausální relaci nutnou, protože čas se v ní může měniti v obou směrech libovolně. Takovýto speciální tvar funkční relace, který je jakýmsi překladem relace kausální do matematiky, bychom mohli nazvati relací *kvasikausální* (srv. citovaný článek). Je charakterisován výlučnou nezávislostí proměnné t, času. Ale nahrazování relace kausální touto relací v teoretické fysice musíme prováděti s vědomím, že po provedení kalkulu při fysikální interpretaci nejsou oba směry časové stejně oprávněny. Jaký význam má poslední okolnost na důsledky fysikální teorie dokládá Frankova úvaha o entropii, na str. 218, 219. Soudí tu, že obojí časový směr dějů jest ekvivalentní, a uzavírá, že sice stav o menší entropii jest málo pravděpodobný (kdežto stav o větší entropii značně pravděpodobný), přesto však zcela dobře možný, a má takovou a takovou pravděpodobnost v čase, tedy takovou a takovou frekvenci výskytu. Nezapomeňme, že od *empirického* zjišťování, kde časový směr *není lhostejný*, nýbrž jen jeden, jsme se dostali k symbolům, kde je již *rovnocennost obou časových směrů*, jak jsme ukázali na funkcionální relaci kvasikausální. Tvrzení, jež vznikne bez ohledu na tuto okolnost, by mohlo při zpětné interpretaci na empirii býti právě touto empirií vyvráceno.

Kausální relace s vytčenými momenty jest prostě způsobem našeho chápání, kterému se ani nejmodernější fysika nemůže vyhnouti, i když by chtěla (na př. moment „působnosti" při výkladu Comptonova zjevu; světelný kvant „působí" změnu rychlosti elektronu). Nemá tedy smyslu otázka, platí-li nebo neplatí-li kausální zákon ve fysice přesně (otázka Frankem mnoho diskutovaná, III., 8; VII., 3; IX., 15, 16 a j.). Prostě *platí*: je to kategorie logická, jíž racionalisujeme iracionální dění přírodní. Přesnost nebo nepřesnost spadá na vrub jednak povahy fysikálních fikcí, jimiž teoretická fysika pracuje (třeba ta neb ona hypotesa o struktuře hmoty), jednak na vrub nevyhnutelných „nepřesností", jež provázejí každé fysikální měření. Tak na př. vykládá Frank velmi originálně o „mezerách" v zákonech fysikálních v III, 12, 13. Ukazuje tam, že takové mezery jsou na singulárních místech diferenciálních rovnic teoretické fysiky. Pak uzavírá, že každého zákona matematicky formulovaného je možno užíti pouze, je-li splněn tento požadavek: kolektiv teoretických hodnot Z_i, jenž můžeme přiřaditi pozorovanému stavu Z v čase t_0, nesmí míti v čast t_1 příliš velký rozptyl, aby bylo možno zase přiřaditi stavu U (pozorovatelnému) kolektiv teoretických hodnot U_i. Názorně ukazuje Frank příklad, kde tento požadavek splněn není, při kuličce, dopadající na hřeben „střechy". Pak je možno maličkými impulsy způsobiti, že další dráha kuličky může býti velmi rozdílná. Tento případ ovšem pracuje s limitou, jež, jak známo, je matkou četných sofismat, ale ani tu není naše kausální pojetí otřeseno. To je patrno, i když se obrátíme k vyšetření statistickému. Předpokládáme, že „mikroskopické" změny ve směru dráhy kuličky jsou „způsobeny" molekulami plynovými a čímkoli ještě jiným, a že při velkém počtu pokusů bude „působení" „napravo" i „nalevo" asi tak stejně početné.

III. Pokud se Frank omezí zcela na obor teoretické fysiky, pak jeho myšlenky zasluhují velké pozornosti, ovšem s výhradami, jež jsme v předešlém rozboru učinili. Pokusíme se obecně vysledovati alespoň nejzákladnější směrnice spisu. Frank se uchyluje ve fysice spíše ke stanovisku popisnému (toto stanovisko vysloveně po prvé zastupoval Galilei) než spekulativnímu, a proto mu záleží tak mnoho na živém styku teorie a empirického zkoumání. Důsledkem tohoto stanoviska je velmi ostrá kritická práce, již podnikl Frank, sledovav klasickou fysiku od počátku, přes její rozvoj a konečně přes její krisi do nových pojetí kvantové a vlnové mechaniky. Všude srovnává dosah platnosti teorie a současně hranice možnosti experimentální, aby ukázal, kde výsledky teoretických spekulací jsou nekontrolovatelné, „běží na prázdno", abychom užili výroku Misesova. Hlavním účelem jeho kritické práce je správné hodnocení metody vlnové a kvantové mechaniky. Frank vede čtenáře až k přesvědčení, že tato moderní fysika (mohli bychom dodati: přes to, že užívá značně abstraktnějších operací po stránce matematické) přece si klade problémy daleko „skromnější", nežli tomu bylo v Laplaceovském programu přísného determinismu každého jednotlivého děje. Druhá, neméně správná, ale již vedlejší tendence spisu má polemický charakter a obrací se proti jakémukoliv zneužívání fysikálních teorií pro filosofické teorie o indeterminismu, svobodě vůle, morálce a j. Doložíme nyní to, co bylo obecně řečeno, několika příklady. Frankovo popisné stanovisko projevuje se v jeho kritickém postoji k větám příliš obecně formulovaným (původcem tohoto kritického nazírání je Poincaré, jak také Frank podotýká). Ukazuje na nich, že se mohou státi snadno tautologickými výroky, jež ve skutečnosti nic neříkají. Po této stránce analysuje třeba princip setrvačnosti (I., 12), nebo Planckovu formulaci zákona o zachování energie (I., 17), kde vězí obtíž při aplikaci na empirii v konstatování identity dvou stavů: počátečního a konečného v kruhovém procesu. Myšlenka o obtíži, konstatovati identitu dvou stavů, provází Franka i při jiných jeho úvahách, na př. o determinaci přírodních dějů (zejména v II., 19; IX., 9, 10). Frank ukazuje, že má smysl o ní mluviti pouze tehdy, když je možno zabezpečiti návrat téhož stavu tím, že měříme pouze značně omezený počet veličin. Jinak totiž by se dal týž stav A_0 konstatovati teprve až po novém probíhání posloupnosti stavů A_1, A_2, . . ., jež naň dříve navazovaly, a nebylo by tedy možno naprosto předpověděti, že stav A_i nastane v čase t_i. Potom by výrok, že vždy po stavu A_0 následuje posloupnost stavů A_1, A_2, . . ., „běžel naprázdno". Pochopíme teď, proč Frankovi tolik záleží na kritickém zhodnocení klasické fysiky, protože v Laplaceovském programu je mnoho výroků (ba dokonce postulát), jež, jak ukázala zejména moderní mikrofysika, „běží naprázdno". Tak ve II. 7, 8 ukazuje k tomu, že Laplaceův požadavek platnosti přísné determinace v mikrosvětě (molekuly) sice pro klasickou fysiku zůstal, nebyl však nikdy využitkován. Bylo pouze postulátem, že je zásadně možno sledovati a určiti pohyby jednotlivé molekuly pohybovými rovnicemi. Mechanika kontinua (hydrodynamika) pracovala, jak ukazuje Frank v II. 9, 10, 11, vlastně statistickou metodou bez zužitkování onoho postulátu. Ve II. 15, 19, kde promlouvá o proveditelnosti Laplaceova programu v elektřině a magnetismu, dovozuje Frank, že nelze splniti již Laplaceův požadavek, z dokonalé znalosti nynějšího stavu určiti stav budoucí, nýbrž je nutno, vedle podrobné znalosti nynějšího stavu znáti ještě „historii" prostoru, v němž se děj odehrává, protože elmg. rozruch se šíří od jednoho náboje k druhému konečnou rychlostí. Klasická fysika pole má proto také již obtížnější determinaci než klasická mechanika, protože pouze první derivace veličin stavu jsou určeny v daném okamžiku. Vedle obtíže tedy, jež byla v mechanice, pomocí jakých funkcí by se tyto derivace měly počítati, přistupuje tu ještě neurčitost veličin stavu, kdežto v mechanice byly těmito veličinami stavu polohy a rychlosti hmotných bodů. Ve III. 4, 5 poukazuje Frank na to, že zásadní ohrožení Laplaceova požadavku i pro mikroděje bylo způsobeno tím, co jej mělo zachrániti. Byla to Boltzmannova statistická mechanika, v níž se však ukázalo, že nelze odvoditi zákony pro makroděje (jakožto zákony o průměrných hodnotách) výhradně užitím principů klasické fysiky. Bylo tedy nutno přibrati hypotesy nové, při nichž je dokonce otázka, zdali jsou s klasickými principy slučitelné. Tato konstatování připravila názor (III. 7), že zákonitost pro mikroděje ve smyslu klasické fysiky je takovým výrokem, který „běží naprázdno". Tím je připravena půda pro základní metodologické směrnice moderní fysiky kvantové a vlnové. Program těchto moderních pojetí fysikálních formuluje Frank neobyčejně jasně a výstižně (zejména v III. 8 a VII. 15) tak, že výroky jejich se zásadně týkají pouze průměrných hodnot a není tedy v jejich programu nic z přísné determinace jednotlivého mikroděje, jako bylo u Newton-Laplaceovské mechaniky. V VII. 15 říká, že ovšem takovýto program není nikterak příjemný a špatně se snáší („citově"), vzhledem k pyšnému programu Laplaceovu, ale že se nesmí při tom zapomínati, že vlnová a kvantová mechanika nechtějí se starati o životopis třeba toho a toho jednotlivého elektronu, jak by to byla chtěla klasická mechanika. Touto formulací programu moderní fysiky ulamuje Frank hrot všem spekulacím o indeterminismu v přírodním ději anorganickém, jež vychází ze špatného pojetí metody moderní fysiky. Tyto spekulace staví na falešném předpokladu, že fysika sama patrně nemůže zásadně určiti na př. skok elektronu na to a to energetické niveau, protože to není v jejím programu. S těmito názory polemisuje Frank velmi správně na mnoha místech, zejména v IV. 6, VII. 21, 22. V kap. VII. 5 staví proti sobě dvě hypotesy. První nazývá hypotesou deterministickou; ta vyjadřuje v podstatě možnost tak značného zjemnění experimentálních prostředků, že by bylo možno jíti v experimentální praksi tak daleko, jak by bylo zapotřebí (pro mikroděje!). Proti ní staví hypotesu opačnou, jež vyjadřuje přesvědčení, že rozptylové hodnoty při měření neklesnou nikdy pod určitou mez, jejíž hodnotu však vždy dovede fysika konkretně udati. Hodnota ta potom závisí obecně na universálních konstantách, jako h (konstanta Planckova), c (rychlost světla) atd. Pracovní hodnotu obou těchto hypotes sleduje pak Frank dále v kap. VII. Pro hypotesu druhou hraje značnou úlohu Heisenbergova „Unschärferelation", jejíž význam pro mikroděje vykládá Frank velice názorně, takřka experimentálně, a to na kolektivním pokusu, kde počáteční polohy částeček v čase t_0 mají rozptyl ΔP_0, rychlosti pak Δv. Potom Heisenbergova relace dovoluje předpověděti rozptyl ΔP_1 pro čas t_1. Co je neobyčejně cenné na těchto Frankových úvahách, je právě interpretace fysikální, zejména uvědomíme-li si, že právě na př. tato Heisenbergova relace má svůj formální vznik v nekomutativnosti součinu dvou matic. Poté Frank zase takovouto interpretační metodou zkoumá vlnovou mechaniku v pojetí Bornově. V tomto pojetí je počet částeček (na př. světelných kvant) v objemové jednotce úměrný čtverci amplitudy příslušné vlny. Frank v VII. 12 zdůrazňuje, aby se tento vztah bral jako pouhé přiřazení, tedy bez nějakého dalšího (mechanického) výkladu o působení vlny na částečku. Potom se zabývá VII. 13, 14 problémem určitelnosti polohy „bodu" pomocí světelných vln (anebo, což je totéž, myšlenkovou konstrukcí libovolně malého světelného bodu) a ukazuje, že pro vlnovou délku λ je nejistota určení řádově alespoň velikosti λ, t. j. jednobarevné světlo není schopno zaručiti větší přesnost určení. Libovolně velké přesnosti možno docíliti teprve překládáním různobarevných vln, vhodně volených. Touto velmi zajímavou analogií optickou osvětluje Frank ještě jednou význam Heisenbergovy relace pro vlnovou mechaniku, jež v tomto pojetí se jeví býti něčím fysikálně naprosto přirozeným. Myšlenkové bohatství v těchto partiích knihy je tak veliké, že není možno jinak, než na ně poukázati; jest to kniha, kterou by měl čísti každý fysik.

RNDr. *O. V. Zich.*

Giovanni Semerano: Il Polarografo, sua teoria e applicazioni. Padova 1932. Libreria editrice A. Draghi. Cena Lir 16. Stran 207, vyobr. 31.

Je jistě zajímavo, že první monografie o polarografické metodě prof. J. Heyrovského vychází v cizině z péra padovského fysikálního chemika, ač dosud ani u nás monografie o tomto oboru nevyšla. G. Semerano je tedy prvý, který zpracoval bohatou literaturu, jíž čeští elektrochemikové obohatili mezinárodní vědu v posledním desetiletí.

Spis se týká veškerých zjevů prostudovaných J. Heyrovským a jeho školou českou i japonskou při elektrolyse se rtuťovou kapkovou katodou, jak tomu nasvědčuje úplná bibliografie udaná na konci knihy, čítající nyní již přes 100 publikací.

Autor probírá zprvu teorii elektrolytických křivek (napětí a intensity) tak, jak je vypracovali Heyrovský, Shikata, Herasymenko a Šlendyk, zejména pokud se týče polohy a posunů redukčních potenciálů, výšek „vln" polarografických a maxim na těchto vlnách.

Pak vykládá speciální případy elektroredukce na rtuťové kapkové katodě, jež přinesly nové poznatky pro teoretickou a praktickou elektrochemii. Hlavně tu obšírně probírá přepětí vodíku, železa a rtuti (práce Heyrovského, Herasymenky a Kemuly, Polsko), dále redukci organických látek podle výzkumů Shikaty a Schwaera a stanovení konstant komplexních iontů.

Značná pozornost jest věnována zjevům adsorpčním a s nimi spojeným redukcím aniontů, zjevům elektrokapilárním, do nichž vnáší metoda polarografická zcela nové světlo a v níž dosáhla největšího pokroku.

Konec spisu jest věnován vylíčení praktického použití rtuťové kapkové katody pro účely mikro-analytické v chemii všeobecné, fysiologické, cukrovarnické, petrolejářské, barvířské, kvasné atd. Zde uvádí G. Semerano ony velmi rozmanité, zajímavé, přesně reprodukovatelné nuance křivek, jež obdržíme při elektrolyse roztoků nejrůznějších produktů chemických, průmyslových i přírodních.

Jak je z obsahu knihy patrno, zahrnuje též referáty prací školy Heyrovského provedených se rtuťovou kapkovou katodou bez pomoci polarografu. Název „il polarografo", ač užší, je patrně volen na základě výhod, které poskytuje polarograf ve značné většině prací.

Tento spis v cizině vyšlý, týkající se výhradně výsledků české vědy, jest hmatatelným důkazem, jakého postavení si naše věda v cizině dobývá.

V. Dolejšek.

Cl. Schaefer: Einführung in die theoretische Physik. III. Band, 1. Teil. Elektrodynamik u. Optik. VIII, 918 str. Berlin u. Leipzig 1932. Váz. za 340 Kč.

Po několikaleté přestávce vyšla další část známé Schaeferovy učebnice teoretické fysiky, obsahující klasickou elektrodynamiku a optiku. Silný svazek, čítající 918 stran, má všechny rysy svých předchůdců; především důkladnost a obšírnost výkladu, který sice místy zabíhá spíše do hloubky než do šířky, jest však všude jasný a snadno srozumitelný. Ve výběru látky a v jejím uspořádání přidržuje se autor tradičního postupu. Začíná elektrostatikou, pak přechází k magnetostatice a ke stacionárnímu elektrickému proudu; v této kapitole (třetí) jsou vyloženy zákony Ohmův a Jouleův, pak termoelektřina a zákony magnetického pole vzbuzeného stacionárním proudem. Čtvrtá kapitola obsahuje zákony dějů nestacionárních; jsou v ní obvyklým způsobem odvozeny Maxwellovy rovnice pro tělesa v klidu, podmínky platné v rozhraní dvou těles, věta o energii elektromagnetického pole a věta Poyntingova, konečně výrazy pro Faradayova-Maxwellova napětí v elektromagnetickém poli. V další kapitole zabývá se autor kvasistacionárními proudy; řeší v ní hlavně některé jednoduché úlohy týkající se střídavých proudů (proudový kruh se samoindukcí, s kapacitou, oscilace kondensátorových kruhů, oscilace spřažených kruhů, ale jen pro případ, že oba kruhy jsou identické), v další části této kapitoly je provedena transformace Maxwellových rovnic na válcové souřadnice a stanoven skinefekt v nekonečně dlouhém válci. Sedmá kapitola je věnována elektromagnetickým vlnám ve vodičích a isolátorech; obsahuje podrobnou teorii Hertzových pokusů, stručné odvození a řešení telegrafické rovnice a jednoduchou teorii Lecherova systému.

Další tři kapitoly se zabývají elektromagnetickou teorií světla; v první z nich vykládá autor optiku průhledných isotropních látek (odraz, lom, polarisaci, úplný odraz, světelný tlak), v druhé optiku kovů, v poslední optiku průhledných krystalů. Optice jsou věnovány i dvě kapitoly následující, z nichž první obsahuje výklad nejdůležitějších zjevů interferenčních (Fresnelův pokus, stojaté vlny optické, interference ve vrstvách planparalelních a klínových, interferenční spektroskopie, přirozené světlo), v druhé jsou vyloženy některé věty z geometrické optiky (věta Fermatova, eikonal, analogie s mechanikou hmotného bodu), mimo to podává v ní autor výklad ohybových zjevů, založený na Fresnelově a Kirchhoffově formulaci Huygensova principu; přímo z Maxwellových rovnic je v knize řešen jen ohyb rovinné vlny na kruhovém válci nekonečně dlouhém. V dvanácté kapitole přechází autor k teorii elektronové a k teorii disperse a absorpce světla. Vykládá základní věty elektronové teorie, podává Lorentzovo odvození Maxwellových rovnic pro tělesa v klidu, při čemž však přestává na látkách nemagnetických, pak přechází ke klasické (nekvantové) teorii disperse a absorpce, která je v knize vyložena podrobně a pěkně. Mimo to obsahuje tato kapitola stručnou teorii inversního zjevu Zeemanova, magnetického stáčení polarisační roviny a magnetického dvojlomu, konečně krátký výklad teorie absorpce a disperse v kovech.

V předposlední kapitole (třinácté) je vyložena teorie tepelného záření. Je v ní odvozen Kirchhoffův zákon, zákon Stefanův-Boltzmannův, Wienův a pak zákon Rayleighův-Jeansův pro rozdělení energie ve spektru černého tělesa; od něho přechází autor k zákonu Planckovu jednoduše tím, že výraz, který dává pro střední energii kmitavého pohybu, připadající na jeden stupeň volnosti, teorie klasická, nahrazuje výrazem plynoucím z teorie kvant. K tomu je připojen stručný výklad a o záření jiných těles a o záření entropie.

Poslední kapitola knihy obsahuje základy teorie relativnosti, zvláště speciální. I tu se přidržuje autor obvyklého postupu, obecnou teorii relativnosti vykládá jen zběžně; mimo jiné podává i první Einsteinovo odvození výrazů pro posuv spektrálních čar a pro ohyb světelných paprsků v gravitačním poli, ačkoliv touto cestou dostáváme hodnoty dvakrát menší než ty, které plynou z úplné teorie.

Celkem lze říci, že autorovou snahou bylo napsati spolehlivou učebnici, což se mu úplně podařilo. Nešlo mu o novost podání nebo seskupení látky; na mnohých místech drží se osvědčených vzorů, tak na př. při výkladu teorie tepelného záření Planckovy knihy „Einführung in die Theorie der Wärme". Ke studiu lze Schaeferovu knihu dobře doporučiti. *Záviška.*

B. Přehled původních publikací českých matematiků a fysiků.

E. Čech: Sur la théorie de la dimension. C. R., t. 193 (1931), str. 976—977.

E. Čech: Dimense dokonale normálních prostorů. Rozpravy II. tř. české akademie, roč. 42 (1932), č. 13, 22 str.

E. Čech: Une nouvelle classe de continus. Fund. Math., t. 18 (1932), str. 85—87.

E. Čech: Théorie générale de l'homologie dans un espace quelconque. Fund. Math., t. 19 (1932), str. 149—183.

E. Čech: La notion de variété et les théorèmes de dualité. Verh. des intern. Math.-Kongr. Zürich 1932, 2. Bd., str. 194.

E. Čech: Höherdimensionale Homotopiegruppen. Tamtéž, str. 203.

V. Petržílka: Turmalinresonatoren bei kurzen und ultrakurzen Wellen. Ann. d. Phys. 15 (5), 72, 1932.

Autor ukazuje na obtíže při užití světélkujících resonátorů pro krátké vlny a vypracoval proto zvláštní spojení turmalinových resonátorů, s kterými možno dosáhnouti v oboru krátkých i ultrakrátkých vln téže přesnosti jako u resonátorů světélkujících.

V. Petržílka: Längs- und Biegungsschwingungen von Turmalinplatten. Ann. d. Phys. 15 (5), 881, 1932.

Autor ukazuje, že u turmalinových destiček mohou existovati dva druhy kmitů: v rovině resp. ohýbáním destičky. Oba druhy těchto kmitů v souhlase s teorií Loveovou resp. Kirchhoffovou experimentálně dokázal.

V. Posejpal: Rayon atomique du carbone dans le diamant. (Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, t. 196, p. 337, séance du 30. janvier 1933.)

Braggové našli roentgenometricky pro minimální vzdálenost středů dvou sousedních atomů v diamantu hodnotu 1,54 . 10^{-8} cm. Debye a Scherrer později našli obdobně pro tuto vzdálenost v grafitu číslo 1,45. Tuto vzdálenost můžeme klásti rovnu dvojnásobnému poloměru R atomu uhlíkového v diamantu, a můžeme ji také určiti z rovnic, které autor odvodil ve své přednášce o průchodu paprsků fotonických skrze atomy. (Journal de Physique et le Radium, (7), 3, 1932, p. 390.) Podle povahy použitých experimentálních dat dostává autor dvě serie hodnot pro $2R$, první 1,44, 1,50, 1,54, druhou 1,44, 1,48, 1,58, které dobře souhlasí navzájem i s hodnotami určenými roentgenometricky. Tento dobrý souhlas by nebyl možný, kdyby autorovy rovnice nebyly správné. Všecky dotyčné rovnice však stojí a padají s větou autorem vyslovenou, že „fotony vnikají do nitra atomů jen k hladinám energie eV rovné jejich kvantu $h\nu$, kdež se, za nepřítomnosti elektronů, koherentně rozptylují." Je tedy nutně tato věta správná.

V. Trkal: O difusi γ-paprsků radia C. Rozpravy II. tř. č. Akademie věd a umění, roč. 52, čís. 17. 1932. Str. 31.

V. Trkal: Sur la diffusion des rayons γ (Ra C). Bulletin intern. de l'Académie des Sc. de Bohème XXXIII^e. Année 1932.

V této práci, jež je doplňkem k předešlé práci autorově, registrované v tomto ročníku Časopisu str. 197, ukazuje autor, že hodnoty Neukirchenovy z r. 1921, o něž se prof. Posejpal ve své práci opíral, jsou nesprávné, neboť jak N. teorie, tak také jeho určení hodnoty difusního koeficientu záření γ jakož i jeho interpretace výsledků jsou nesprávné. Autor odvozuje pro pravý absorpční koeficient difuse záření γ správný vzorec platný pro experimentální uspořádání N. a ukazuje, jaké by byly číselné výsledky N., kdyby si byl počínal správně. Ostatně odvození i výsledky výše zmíněné práce prof. Posejpala zůstávají nesprávné i v případě, že z ní vyloučíme Neukirchenova data.

J. Zahradníček: Resonanzmethode für die Messung der Gravitationskonstante mittels der Drehwage. Phys. Zs. 34, 126, 1933.

Autor udává resonanční metodu k měření gravitační konstanty užitím točivých vážek, které popisuje. Vedle toho udává také výsledky svých měření.

F. Záviška: Poznámky ke studiu světového éteru. Rozpravy II. tř. Čes. akad. XLI, č. 5, 1932. Remarques relatives à l'étude de l'éther. Bull. intern. de l'Acad. des Sc. de Bohême, 1931.

Kritika prací prof. V. Posejpala o éteru (Rozpravy II. tř. Čes. akad. XXXVII, č. 7 a 39, 1928. Věstník VI. sjezdu čsl. přírodozp., lékařů a inž. III. Část přírodov., str. 11, 1929. Bull. intern. de l'Acad. des Sc. de Bohême, XXIX a XXX). Autor ukazuje mimo jiné, že Posejpalova představa neutronu (nehmotné spojení elektronu a protonu, při němž obě tyto částice podrží svůj tvar, velikost i náboj) je nemožná, stejně i některé důsledky z ní činěné. Rovněž odvození koeficientu strhování světla je nesprávné.