Václav Vilímek

Minimalisace učiva v rovinné trigonometrii

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D184--D189

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120978

prscích možno vzíti hned svazek prostorový a příslušné vlastnosti jehlanu. Při nauce o mocnosti bodu ke kružnici jest třeba se zmíniti hned o analogických vlastnostech plochy kulové. Ze stereometrie by se probíralo zvlášť jen to, co se nedá dobře přičleniti k látce planimetrické.

VI. třída. Základem vyučování geometrie v této třídě má býti trigonometrie a její geodetické i jiné aplikace. Věty goniometrické jest pak odvozovati jen podle potřeb trigonometrie, a ne, jak je dosud zvykem, probírati goniometrii teoreticky se všemi vzorci, jež jsou žákům neživotné a nezáživné. Snad někteří žáci si je nacpou do hlavy, ale málokteří jich potom dovedou s rozumem použíti. Toho t. zv. praktického, co se dává nyní do úvodu, je málo. Vždyť hned po odvození sinu se dá odvoditi věta sinová a lze jí pak používati ve spoustě aplikací.

Větu tangentovou radím vynechat a úkoly, při nichž se jí používá, řešiti soustavou rovnic $\sin x : \sin y = m : n$ a $x + y = 2R - \alpha$. Nebyla by to ztráta času, ale zisk z lepšího porozumění věci.

Vynechal bych také řešení trojúhelníků ze složitějších údajů, ale za to bych zavedl úlohy ze základů kartografické projekce a z nauky o vlnění, t. j. bezvýznamnou, ryze teoretickou a neužitečnou látku bych nahradil látkou prakticky důležitou. Pokládám za výhodnější řešiti příklady prakticky důležité, které bude pravděpodobně značná část žáků v životě potřebovati, než příklady bezvýznamné, umělkované, s nimiž se nikdo z žáků snad již v životě nepotká.

Také ve sférické trigonometrii by bylo možno vynechati rovnice Delambreovy a Neperovy i vzorec L'Huillierův pro sférický nadbytek.

VII. třída. Při analytické geometrii doporučuji probírat elipsu a hyperbolu paralelně, a při tom elipsu se stálým poukazováním na kružnici, jako její zobecnění. Parabola by se pak probírala jako poslední z kuželoseček.

Minimalisace učiva v rovinné trigonometrii.

Václav Vilímek, Praha.

Jsou všeobecně známy příčiny, proč se žádá normalisování, resp. minimalisování učebné látky. Minimalisace má odstraniti subjektivní posuzování žákových vědomostí, má býti lékem, který znemožní rozdílnou klasifikaci různých učitelů, zárukou, že žactvo nebude přetěžováno, prostředkem pro zdůraznění žákovy individuality, objektivním hlediskem pro posouzení spolehlivosti a poctívosti učitelovy práce se strany dozorčích orgánů atd. Stanovení jakýchkoli norem musí býti nutně výsledkem zřetelů teleologických (t. j. musí přihlížeti k učebnému cíli), logických (hledisko látkové hledící k rozvržení a uspořádání učiva) a psychologických (t. j. majících na zřeteli žáka samého, jeho tělesný i duševní stav a vývoj.) Uvážíme-li, že vedle těchto momentů měly by míti na stanovení norem vliv i činitelé zcela vnější, jako je počet žáků ve třídě, celkové prostředí, zvláštnosti dobové i krajové a j., nahlédneme, že normalisace a minimalisace přináší při svém řešení mnoho těžkostí.

Nechceme-li upadnouti v šablonovitost a omeziti individualitu učitelovu i žákovu, můžeme stanoviti normy pouze rámcově.

Na potřebu nějakých pevných norem narazíme, chceme-li vyučovati individuální metodou pracovní. Pro tento účel je také sestaven rozsah učiva, jak jej uvádějí další řádky. Jde především o vymezení rozsahu učebné látky pro žáka dostatečného, tedy o stanovení minima. Níže uvedené roztřídění učiva středoškolské rovinné trigonometrie má proto látku minimální a učivo přesahující minimum.

Při vymezování rozsahu minima rozhodovaly tyto zřetele: a) použití trigonometrie v dalším studiu středoškolském (v matematice, fysice, deskr. geometrii), b) celkový souhrn poznatků, jež mívá koncem školního roku průměrný sextán, c) kostra vědomostí, které si žáci přinesou z goniometrie do třídy sedmé a osmé. Bylo tedy přihlédnuto — byť s hlediska subjektivního — ke všem činitelům, o nichž se mluví v prvém odstavci tohoto článku.

Učebné minimum:

I. Období: *Goniometrické funkce ostrého úhlu;* sinus, kosinus, tangens a kotangens. Grafické znázornění čtyř základních goniometrických funkcí pro úhly 0° — *R. Tabulky hodnot goniometrických funkcí* a jejich lineární interpolace. *Logaritmy goniometrických funkcí;* tabulky a jejich lineární interpolace.

Řešení trojúhelníka pravoúhlého (pro základní elementy: strany, úhly, výšku, poloměr opsané kružnice, těžnici, jdoucí pravým úhlem, obsah).

Řešení trojúhelníka rovnoramenného (pro elementy: strany, úhly, výšku spuštěnou na základnu, obsah).

Řešení kosočtverce (jsou-li dány 1.: strana a úhel, 2.: úhlopříčky, 3.: obsah a některý z uvedených elementů).

Řešení rovnoramenného lichoběžníka (jsou-li dány 1.: dvě strany a úhel, 2.: obsah a dva z těchto elementů).

II. Období: *Pojem goniometrické funkce obecného úhlu* (pro čtyři základní funkce). Grafické znázornění čtyř základních funkcí goniometrických. Používání tabulek pro úhly tupé a vypuklé.

Funkce součtu a rozdílu úhlů. Funkce úhlu dvojnásobného a polovičního. Řešení pravidelného mnohoúhelníka (pro elementy: 1. poloměr opsané kružnice, 2. stranu, 3. obsah mnohoúhelníka). Výpočet obsahu kruhové úseče. Součet a rozdíl goniometrických funkcí (pouze pro sinus a kosinus). Elementární úlohy stereometrické (jehlany a kužele kolmé: úlohy s danými úhly při podstavě).

Nejjednodušší goniometrické rovnice: 1. $af(nx + \alpha) + b = 0$, kde $f(x)$ je goniometrická funkce, 2. rovnice, v nichž vystupují pouze funkce reciproké, 3. rovnice typů

$$a \sin^2 x + b \cos x = c,$$
$$a \cos^2 x + b \sin x = c.$$

(Řešení se vyjadřuje pouze v mezích $0° — 4R$.)

III. Období: *Věta sinová a kosinová.* Řešení obecného trojúhelníka — konstruktivní i trigonometrické (úlohy, kde trojúhelník je dán: 1. dvěma stranami a úhlem, 2. stranou a dvěma úhly, 3. třemi stranami, 4. obsahem a dvěma ze stran nebo úhlů).

Řešení obecného čtyřúhelníka a mnohoúhelníka (jen zcela elementární úlohy zvláště o rovnoběžníku a lichoběžníku).

Úlohy ze stereometrie (kosé kužele a jehlany).

IV. Období: *Základní úlohy praktické geometrie.* Cvičení se sextantem a teodolitem a zpracování výsledků měření.

Látka nad učebné minimum:

I. Období: Funkce sekans a kosekans pro ostrý úhel.

Výpočet hodnot goniometrických funkcí pro speciální případy ostrého úhlu.

Složitější případy řešení pravoúhlého a rovnoramenného trojúhelníka, kosočtverce a lichoběžníka.

II. Období: Funkce sekans a kosekans pro libovolný úhel.

Složitější úlohy z řešení pravidelného mnohoúhelníka.
Složitější úlohy stereometrické.

Goniometrické rovnice složitější, řešené různými metodami a kritika metod.

III. Období: Věta tangentová.

Složitější případy řešení trojúhelníka obecného.
Rovnice Cagnoliovy.

Složitější případy řešení obecného trojúhelníka, čtyřúhelníka a mnohoúhelníka.

Výpočet úhlů ze stran.
Složitější úlohy stereometrické.

IV. Období: Projekty ve skupinách.

Uvedené roztřídění učiva nechce býti cílem, ale pouze pomůckou při vyučování individuální metodou pracovní. Jak vyučovati touto metodou? Bylo by nejjednodušší vyučovati žactvo v grupách, vytvořených podle kvality a rychlosti žákovské práce. Znamenalo by to zjednodušení administrativy pro učitele a také snížení námahy, již individuální metoda od učitele vyžaduje. Tyto výhody jsou však provázeny nebezpečím, že by se tvořily ve třídě organisované kasty, což by nepřispělo kladně k výchově mravní. Každý žák proto nechť sám tvoří samostatnou pracovní jednotku, při čemž učitel nebude činiti námitek proti tomu, aby žáci s týmž úkolem se volně při práci sdružovali a pracovali společně.

Detailní zpracování shora uvedeného povšechného rámce učiva provedeme nejsnáze sebráním a sestavením potřebných příkladů a úloh. Při tom funkce příkladu budiž chápána v duchu Zollově nejen jako pomůcka k procvičení látky, nýbrž i jako vhodný prostředek k pochopení učiva nového. Zvláště slabší žáky jest vésti k tomu, aby řešili konkrétní úlohy, lišící se třeba jen numericky, aby tak jednak si snadněji osvojili funkční myšlení, jednak aby induktivně spíše pochopili to, co by jim bylo těžké chápati ve formě abstraktní dedukce. Úlohy, jimiž si žáci osvojují učebnou látku jsou čtverého druhu: 1. úlohy výkladové, které zastupují učitelův výklad, 2. úlohy cvičné, na nichž žáci se učí aplikovati získané poznatky, 3. úlohy doplňkové určené pro slabší žáky k dokonalejšímu pochopení poznatků, 4. úlohy rozšiřovací z látky nad minimum pro žáky lepší. Jako sbírka cvičných, doplňovacích a rozšiřovacích úloh mohou sloužiti příklady, jež uvádějí učebnice ke cvičení. Je nutno však je rozděliti podle stupňů obtížnosti, po případě doplniti dalšími úlohami, které uvedená metoda vyučovací vyžaduje. Úlohy výkladové je bezpodmínečně třeba k jejich účelu sestaviti, a to tak, aby naváděly žáka k samostatnému vyhledávání potřebného poučení.

Osnovy učebného minima i látky nad minimum jsou žákům známy, rozvrh práce i s úlohami a odkazy na učebnice dostanou žáci rozmnožený. Předepsané úlohy si potom řeší tempem přiměřeným svým schopnostem. Tím ovšem vznikne ve třídě rozptyl nejen co do látky, nýbrž i co do času; kdežto látkový rozdíl (každý pracuje jinou úlohu) jest z pedagogických důvodů podporovati, musí osnovy, zejména s počátku, kompensovati dispersi časovou (určitou partii zpracovává každý žák v jiné době) z příčin nejen metodických, ale i administrativních.

Žák, který si neosvojí předepsanou látku na úlohách cvičných, pracuje úlohy doplňkové, jejichž úroveň je v mezích minima.

Žák, jenž prokáže, že dobře pochopil učivo, dostane úlohy rozšiřovací až do maxima daného učebnicí. Jsou však i žáci, kteří daleko vynikají nad průměr a chtějí poznati více: těm se povolí studium s časovou dispersí (případně se jim přidělí úkol nad maximum). Při práci se používá všech dostupných pomůcek, které si přinesou žáci, nebo které jim půjčí učitel: učebnice, rozmanité sbírky úloh, přehledy učiva a pod.

Osnovy jsou sestaveny za předpokladu dvou týdenních hodin geometrie v prvém pololetí a jedné hodiny v druhém. Vyučování by bylo organisováno asi takto: Po úvodním opakování na počátku září, kde se zdůrazní elementární operace s obecnými čísly a z geometrie poznatky o trojúhelníku a partie o stejnolehlosti a podobnosti, provedou žáci za domácí cvičení prvé výkladové úlohy. Předmětem těchto úloh by bylo vyšetřování poměru dvou stran v podobných pravoúhlých trojúhelnících. Na základě těchto úloh se provede ve škole vyvození pojmu goniometrické funkce ostrého úhlu. Z vyrýsovaných trojúhelníků potom žáci vypočítávají na základě přímého měření délek hodnoty funkcí pro určité úhly a zapisují je do tabulek. Podle daného návodu provedou konstrukci sinusoidy, kosinusoidy, tangentoidy a kotangentoidy pro úhly $0° — R$ a srovnávají grafy s tabulkou, kterou dříve sestavili. Slabší žáci mohou úlohy opakovati v obměnách, ostatní pracují rozšiřovací úlohy nad minimum. Vzniklá disperse se kompensuje kapitolou: Tabulky goniometrických funkcí, kterou počínají všichni společně. Připraví se opět výkladovou úlohou, provedenou žáky za domácí cvičení, načež ve škole následuje výklad lepšího žáka nebo učitele. Hodnoty tabulkové si žáci srovnají s tabulkami vlastními a grafy. Takových to konsolidačních kapitol je v učebné látce několik (v osnovách jsou vyznačeny kursivou); mají za úkol regulovati rychlost práce jednotlivých žáků a usměrňovati třídní kolektiv. Jsou voleny se zřením k povaze látky i k žákům (z toho důvodu je jich nejvíce v prvém čtvrtletí).

Vyučovací hodina se ovšem při používání tohoto způsobu bude lišiti poněkud od svého tradičního vzoru. Její obraz by byl asi takovýto: Žáci pracují každý na svém úkolu, při práci používají všech dostupných jim pomůcek, po případě se obracejí s dotazy na učitele. Učitel prochází od jednoho žáka k druhému, pomáhá, radí a rozhovorem zjišťuje, jak zejména slabší žáci rozumějí svým úkolům. Některé vyučovací hodiny nebo jejich části jsou věnovány individuálním zkouškám klasifikačním, jejichž úkolem je, aby žáci ukázali, jak si osvojili rozsáhlejší partie učiva, jak jsou pohotoví při aplikaci svých vědomostí a v neposlední řadě, aby o stavu vědomostí svého spolužáka byla informována celá třída. Při individuální zkoušce klasifikační se současně provádějí orientační zkoušky s ostatními žáky. Systematicky se používá testů. Účel jejich není pouze klasifikační, mají podati též diagnosu, proč a v čem je žák slabý. Podle nich upraví učitel žákovi studium. Vždy se dávají testy před započetím nové kapitoly, a to buď celé třídě nebo skupině žáků. Témata testů je třeba dáti žákům napsána a organisovati je tak, aby ostatní žáci nebyli vyrušováni. Písemné zkoušky školní (dvě za pololetí) podržují svou dosavadní funkci.

Opakování bude míti jako dosud dvojí účel: jednak udržovati na dostatečné výši početní praksi žáků, jednak uchovati v jejich paměti hlavní metody, jichž se používá v trigonometrii. V prvém směru nebude třeba zvláštních opatření, poněvadž úkony docházejí své aplikace v celé látce; v druhém směru bude dosaženo cíle v rozhovorech jednotlivých žáků nebo skupin s učitelem, při zkouškách klasifikačních, orientačních a testových.

Vedle přímé zkoušky, kdy si žák uvědomuje, že je zkoušen, bude o klasifikaci rozhodovati i povaha jeho práce, jeho rozhovor s učitelem, jeho postřeh při samostatné práci v sešitě a j. Bude to znamenati zlepšení situace zejména pro žáky bázlivé a trémisty.

Pro klasifikaci budou rozhodující tyto momenty: a) rozsah a důkladnost žákovy práce, b) výsledky klasifikačních zkoušek, c) účast při orientačních zkouškách, d) stav vědomostí (a schopnost jich používati) zjištěných učitelem při rozhovorech během práce, e) výsledky školních písemných zkoušek, f) testy. Žák, který pracoval v mezích minima, bude klasifikován jako dobrý nebo dostatečný; dvou nejlepších stupňů mohou dosáhnouti jen ti žáci, kteří pracovali nad minimum.

Stanovení minima usnadňuje zde učiteli značně klasifikaci zejména tím, že mu dává do ruky objektivní měřítko, jak odděliti žáka nedostatečného; ale i žáky prospívající pomáhá mu rozděliti alespoň na dvě skupiny. Při tom však nepotlačuje možnost jeho subjektivního posouzení.

Dojde-li jednou k provedení rámcové standardisace učiva, bylo by si přáti, aby bylo profesorským sborům nebo sborům odborníků ponecháno právo vypracovati příslušné detailní rozvrhy podle prostředí určitého ústavu nebo oblasti.

Pokud jde o individuální metodu vpředu stručně popsanou, bylo jí použito při vyučování v 6. třídě reálného gymnasia. O zkušenostech při tom získaných bude zde podána zpráva v některém z příštích čísel.
