Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D29--D36

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120976

LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.*)

E. Cartan: Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective. (Cahiers scientifiques, 17.) Paříž 1937, Gauthier-Villars; str. VI+308. (Cena 85 fr. franků.)

Sedmnáctý svazek sbírky „Cahiers scientifiques" je věnován prostorům s projektivní konexí. E. Cartan, který je jedním ze zakladatelů jedné větve tohoto důležitého geometrického oboru (svou prací: Sur les variétés à connexion projective, Bull. soc. math. de France, 52 (1924), str. 205 až 241) uložil v tomto svazku obsah svých přednášek konaných na Faculté des Sciences v Paříži v r. 1934—1935. — První část knihy, která obsahuje 161 stran, je věnována úvodu do teorie prostorů s proj. konexí a obsahuje vlastně projektivní diferenciální geometrii obyčejného trojrozměrného prostoru S_3. (Proj. dif. geom. pohybu na přímce, proj. dif. geom. rovinných křivek a ploch jsou tu probírány metodami užívanými také v jiných učebnicích proj. dif. geom. Zvláště používá autor dif. rovnic, aby jimi určil útvary, jejichž vlastnosti invariantní vzhledem ke grupě proj. transformací potom vyšetřuje, a ovšem metody pohyblivého základního jehlanu (repère mobile), která charakterisuje jeho školu.) — Teorie variet s projektivní konexí, které je věnována druhá část knihy, je tu probírána v zásadách vyložených všeobecně a v hrubých rysech v jiné monografii autorově: La méthode du repère mobile, la théorie des groupes continus et les espaces généralisés (Exposés de géométrie, 5), Paříž 1935, Hermann. Jedinou použitou metodou je tu metoda pohyblivého základního jehlanu. Takovým způsobem přiblížil autor teorii zakřivených prostorů projektivních k teorii proj. dif. geom. nezakřiveného prostoru. Toto jednotné hledisko na obě teorie a tedy téměř jejich úplné sjednocení, je jednou z důležitých předností knihy.

Je škoda, že se autor, vynikající geometr, i v učebnicích, jakou je tato kniha, nechává vésti svou velikou intuicí geometrickou a mnohdy předkládá čtenáři jen výsledky svého badání a algoritmy, jichž podstatu čtenář nepochopí. A jsou to právě věci základní, na nichž je celá jeho teorie prostorů s proj. konexí vybudována, které průměrnému čtenáři nejsou jasně vyloženy a odvozeny.

Všimněme si některých důležitých podrobností z obsahu knihy:

První kapitola první části se zabývá takovými pohyby na přímce, které jsou projektivně ekvivalentní. (Dva pohyby dvou bodů na přímce pokládáme za projektivně ekvivalentní, jestliže v každém okamžiku jejich polohy si odpovídají projektivně, t. j. přísluší si v téže, pevné projektivnosti.) Takové pohyby ($x = F(t)$, x je proj. souř. bodu na přímce, t je čas) proj. ekvivalentní s daným ($x = f(t)$) vyhovují dif. rovnici 3. řádu. Potom autor přechází k pohyblivé soustavě souřadnicové na přímce; taková soustava je určena dvěma analytickými body. (V n-rozměrném obyčejném prostoru proj.

---

*) Z obsahu recensí odpovídají podepsaní pp. recensenti sami.

dvě skupiny čísel $(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1})$, $(\varrho x_1, \varrho x_2, \ldots, \varrho x_{n+1})$, kde $\varrho \neq 0$, definují dva různé anal. body.) V této soustavě souřadnic pevné body přímky mají souřadnice, které jsou řešením jisté rovnice Riccatiho, jejíž integrace je ekvivalentní s integrací zmíněné rovnice 3. řádu (nebo rovnice 2. řádu, kterou dává studium pohybu na přímce, užíváme-li metody Wilczynskiho). Několik stránek na konci kapitoly je věnováno projektivní geometrii komplexní přímky. (Souborně zabýval se autor proj. geom. komplexní v knize: Leçons sur la géométrie projective complexe, Paříž 1931; Gauthier-Villars.) Zvláště zajímavým způsobem — pomocí neeuklidovské geometrie hyperbolické — jsou vyšetřovány projektivní vlastnosti křivky (t. zv. „nitky“ — le fil, il filo), která je místem jednoparametrického systému $[z = x(t) + i\,y(t)]$ bodů komplexní přímky, uvažované jako dvojrozměrná varieta.

Druhá kapitola je věnována proj. dif. geometrii křivek v reálné rovině. Autor při tom vychází od dif. rov. 3. řádu, kterou je rovinná křivka až na proj. transformace dána, sestrojuje křivku z dif. rovnice pomocí jejích koeficientů a definuje projektivní oblouk. Po těchto, analyticky prováděných úvahách, autor se zabývá křivkami ryze geometricky a zevšeobecňuje útvary a vlastnosti známé z dif. geometrie metrické pro dif. geom. projektivní. Tak vhodným způsobem (v tomto smyslu) nahrazuje tečnu křivky oskulační kuželosečkou a určuje projektivní zobrazení („rozvinutí“) rovinné křivky na kuželosečku, které umožňuje zavésti dvojpoměr 4 bodů křivky a také projektivní parametr. (Používá k tomu v podstatě tohoto postupu: V obecném bodě A křivky c sestrojuje oskulační kuželosečku k, která má s c v A styk čtvrtého řádu. Potom sestrojuje určitou kuželosečku k', která má s k v bodě A styk 3. řádu a která je také (jak autor dokázal) oskul. kuželosečkou křivky c v jiném bodě A'. Projekcí z A zobrazí se k' na k projektivně a tedy bodu A' přísluší na k určitý bod.) V těchto odstavcích je velmi často používáno pojmu „nekonečně blízký bod“ (oskulační kuželosečka v bodě nekonečně blízkém k jinému), a čtenáři není předem jasné, jak by si konstrukce, kterých autor užívá, a které jsou základního významu, měl upraviti, aby mu v limitě vyšly ony, které jsou výsledkem autorovy velké prozíravosti. — Projektivní křivost křivky zavádí autor analyticky. — Znovu pak studuje rovinné křivky od úplných začátků metodou pohyblivého základního jehlanu (který je zde určen třemi analytickými body $A_0A_1A_2$, kde A_0 probíhá křivku); je to v podstatě vyšetřování proj. vlast. křivek za pomoci změny základního trojúhelníka souřadnic. Takovou změnu vyjadřujeme rovnicemi $\mathrm{d}A_\alpha = \omega_\alpha^\beta A_\beta$, $(\alpha, \beta = 0, 1, 2)$, které ihned interpretujeme jako Frenetovy vzorce pro křivku. V dalším se zabývá autor různými typy základního jehlanu a určením t. zv. přirozeného (invariantního) zákl. jehlanu, který závisí až na derivacích 6. řádu funkcí, které definují křivku.

Třetí kapitola je věnována plochám v trojrozměrném prostoru. Metodou pohyblivého zákl. jehlanu, v němž rovnice plochy je $z = xy - \frac{1}{3}(x^3 + y^3) + \ldots$, určuje obě normální formy (F_2, F_3) Fubiniho; volí potom přirozený zákl. jehlan plochy závislý na okolí 4. řádu bodu na ploše a ukazuje důležitější geometrické útvary, které se váží k tomuto okolí jako na př. přímky Wilczynskiho, kvadriku Lieovu a j. Metoda pohyblivého zákl. jehlanu dává autorovi přímo Frenetovy formule pro plochu a kompletní systém šesti dif. invariantů plochy. O projektivním rozvinutí jedné plochy na druhou a zvláště o obecném problému projektivní deformace obsahuje kniha jen menší zmínky.

V první kapitole druhé části, věnované jádru knihy, prostorům s projektivní konexí, vychází od pojmu proj. konexe definované na ploše v S_3 k definici obecné n-rozměrné variety s proj. konexí. Nechť v topolog. n-rozměrné varietě V_n každému bodu A přísluší lin. prostor n-rozměrný S_n obsahující A a obsahující dále zákl. jehlan $A_0 = A, A_1, \ldots, A_n$ a dále $n(n + 2)$ forem Pfaffových $\omega_\beta^\alpha = \Pi_{\beta i}^\alpha \, du^i$, ($\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, n$; $i = 1, 2, \ldots, n$; $\omega_0^0 = 0$), pomocí nichž jsou si přiřazeny projektivně zákl. jehlany v bodech A, $A + dA$ variety V_n takto: Bodu A_α zákl. jehlanu v A odpovídá bod $A_\alpha + \omega_\alpha^\beta A_\beta$ zákl. jehlanu v $A + dA$. Potom varietu V_n jmenujeme n-rozměrnou varietou s proj. konexí. Jestliže bod A probíhá křivku Γ na V_n, potom integrací rovnice $dA_\alpha = \omega_\alpha^\beta A_\beta$ podél Γ dostaneme v S_n, který je přidružen k libovolnému bodu křivky, „rozvinutí" zákl. jehlanů, přiřazených bodům křivky Γ a spec., jako místo bodu A_0 dostaneme v S_n křivku, kterou autor jmenuje „rozvinutou" křivkou Γ do prostoru S_n. Diferenciální vlastnosti křivky Γ ve V_n jsou identické s proj. vlastnostmi „rozvinuté" křivky Γ do proj. prostoru S_n příslušného libovolnému bodu křivky Γ. Na konci první kapitoly sestrojuje autor přirozený základní jehlan variety jen pomocí konexe a souřadnicového křivočarého systému na V_n.

V druhé kapitole užívá pojmu cyklu k zavedení tensoru křivosti a torse. Anulování tohoto tensoru je charakteristickou vlastností obyčejného projektivního prostoru.

Třetí kapitola je věnována tensorové algebře a analyse v proj. geometrii. Autor zde podává velmi názornou definici tensoru v obyčejném n-rozměrném proj. prostoru S_n: (Útvar, objekt (un être), který je definován analyticky v S_n pomocí r (r je lib. konečné, celé číslo) složek $X_1, X_2, \ldots, X_r$, které jsou funkcionálně závislé na zvoleném kartézském systému souřadnic, jmenujeme tensorem, jestliže při každé lin. transformaci kartézských souřadnic, která reprodukuje počátek této soustavy, složky $X_1, \ldots, X_r$ se transformují lineárně; při tom koeficienty této transformace jsou závislé jen na lin. transformaci systému souřadnic.)

Po jednoduché tensorové algebře zavádí autor pojem „kovariantní derivace" souhlasně s postupem obecně uvedeným ve své práci: L'extension du calcul tensoriel aux géométries non-affines. Annals of Math. **38**, 1937, str. 1—13 (resp. již r. 1935 v práci: Le calcul tensoriel projectif, Mat. sborník (Moskva), **42**, str. 131—147.) Kovariantní derivací Cartanovou nedostaneme obecně z tensoru nový tensor. (Z takové kovar. derivace tensoru a s pomocí tensoru původního sestrojuje autor t. zv. „prodloužený" tensor.) Hlubší důvody toho a přirovnání s proj. kovar. derivací resp. proj. diferenciálem tensoru zavedenými jinými autory (v. Dantzig, T. Y. Thomas, O. Veblen a j.) vyložil teprve letos V. Hlavatý v práci: Contributo alla teoria delle connessioni, R. Accademia d'Italia (Fondazione A. Volta), Řím 1939, str. 1—28. — Jako aplikaci autor uvádí na konci této kapitoly invariantní (přirozenou) konstrukci variety s proj. konexí z daných složek tensoru křivosti a torse pro uvažovaný bod a z jeho kovar. derivací v tomto bodě. (Složky jsou vzaty v lib. kartézském systému souřadnic s počátkem v uvažovaném bodě.)

Další aplikace tensorového počtu nalezne čtenář v následující, čtvrté kapitole, v níž jsou uvedeny zobecněné identity Bianchiho.

V páté kapitole se zabývá autor konstrukcí dvojrozměrné variety s proj. konexí, jejíž geodetiky jsou dány dif. rovnicí 2. řádu. Za tím účelem zavádí různé proj. konexe normální a zobrazuje geodeticky plochu na rovinu. (Dokazuje: Nutná a postačující podmínka, aby bylo možno plochu geodeticky zobraziti na rovinu je, aby se rovnala nule křivost normální konexe určené geodetikami plochy. Tato věta je ekvivalentní se známou větou Beltramiho.)

Šestá kapitola je věnována studiu plochy vnořené do trojrozměrného prostoru s proj. konexí; rozšiřuje známé výsledky obyčejné proj. dif. geometrie, kde je plocha vnořena do obyčejného prostoru projektivního. Definují se zde na př. asymptotické křivky, tečny Darbouxovy, plochy totálně geod. a j.

Sedmá kapitola je v dif. geometrii něčím novým. Autor přechází od studia difer. vlastností prostoru k studiu vlastností globálních. Definuje za tím účelem t. zv. grupu holonomie v prostoru s proj. konexí V_n (t. j. grupu proj. transformací v obyčejném proj. prostoru S_n, který přiřazujeme prvnímu v bodě A, a které jsou určeny konečnými cykly vycházejícími z bodu A tím, že převádějí libovolný zákl. jehlan R v uvažovaném bodě A sestrojený v základní jehlan $\bar{R}$ bodu $\bar{A}$, který odpovídá bodu A (jako druhému koncovému bodu cyklu) v „rozvinutí" cyklu do proj. prostoru S_n). Za pomoci této grupy holonomie přirovnává k sobě prostory s proj. konexí, s afinní konexí, prostory Riemannovy a prostory Weylovy; vhodnými dalšími požadavky na grupu holonomie dostává z prostoru s proj. konexí zmíněné ostatní prostory. (Autor se zabýval touto grupou již r. 1925 v práci: Les groupes d'holonomie des espaces généralisés. Acta math. 48 (1925), str. 1—42.)

Kniha končí obvyklým seznamem důležitých prací z probíraného oboru. *F. Vyčichlo.*

Stan. Saks a **Ant. Zygmund:** Funkcje analityczne. Monografje matematyczne, Tom X, Seria polska, Warszawa, 1938, VI, 431 str., K 95,—.

Nejtěžším úkolem při sestavování učebnice teorie analytických funkcí je asi podati definici těchto funkcí a odvoditi řadu základních vět. Další stavba této teorie (až na existenční problémy) plyne pak již celkem hladce. K tomu účelu slouží zpravidla jedna ze dvou metod. První, t. zv. Weierstrassova, vychází z funkčního elementu, kterým je potenční řada v jistém konvergenčním kruhu, a analytická f. definuje se pak jako souhrn funkčních elementů, ke kterým lze dospěti z daného funkčního elementu t. zv. analytickým pokračováním. Výhodou této metody je, že se poměrně rychle (bez hlubších geom. úvah) dospívá k definici analytické funkce a k řadě cenných výsledků pro regulární funkce v kruhovém oboru. Nevýhodou je, že při rozšiřování platnosti vět na regulární funkce v libovolných oblastech musíme užívati nepříjemných řetězců a pak hlavně to, že při důkazu důležité věty Cauchyovy stejně se neobejdeme bez geometrických úvah.

Autoři této knihy rozhodli se vybudovati základy metodou druhou, t. zv. geometrickou. Tento směr má jednu didaktickou nevýhodu. K přesnému jeho vypracování je třeba zavésti řadu množinových a topologických pojmů a při trochu obecnější formulaci základních vět užívati poměrně dosti hlubokých topologických výsledků. Aby odstranili tuto nevýhodu, zúžují autoři formulaci základních vět (hlavně vět Cauchyových) na míru nezbytně nutnou pro další vývody a aplikace. Pak se totiž ukazuje, že k důkazu tak zúžených vět vystačíme s poměrně malou zásobou topologických vět. Tuto okolnost pokládám za velkou přednost této učebnice.

Naznačím nyní stručně obsah knihy a postup, kterého autoři použili k odvození základních vět. V úvodu jsou probírány základní pojmy z teorie bodových množin (pokud jsou v dalším potřebné) a to v obecných topologických prostorech. Toto obecné pojetí prostoru je potřebné hlavně při definici Riemannových ploch. Podrobněji se autoři zabývají dvourozměrným euklidovským prostorem, tedy rovinou a to hlavně s hlediska teorie souvislých množin a oblastí.

V kap. I. jsou studovány obecné komplexní funkce komplexní proměnné (tedy dvou reálných proměnných). Jsou zde zavedeny důležité pojmy: skoro stejnoměrně (sk. st.) spojité funkce v otevřeném množství G (t. j. stejnoměrně spojité v každém uzavřeném množství $A \subset G$) a podobně pojmy sk. st. omezené posloupnosti funkcí, sk. st. konvergentní posloupnosti funkcí a pak velmi důležitý pojem a základní vlastnosti normální rodiny funkcí (v otevř. mn. G) (t. j. systému, z jehož každé posloupnosti lze vybrati posloupnost částečnou sk. st. konvergentní v širším smyslu). Po vyšetření nutné a postač. podmínky pro existenci derivace funkce $f(z) = U(x, y) + i V(x, y)$ v bodě $z_0 = x_0 + iy_0$ (což je existence úplného diferenciálu funkcí $U(x, y)$ a $V(x, y)$ a splnění podmínky Cauchy-Riemannovy v bodě (x_0, y_0)), přecházejí autoři k zavedení elementárních funkcí $\exp x = e^x$, $\sin x$, $\cos x$, ... důležitých i pro obecné úvahy (jsou definovány potenčními řadami). Je-li $f(z)$ libovolná spoj. f. na souvislém množství A, pak větví logaritmu funkce $f(z)$ na A nazýváme každou konečnou spojitou funkci $L(z)$ na A, pro niž $\exp L(z) = f(z)$ na A. Ukazuje se, že existuje-li jedna taková větev, existuje jich nekonečně mnoho a každé dvě liší se na A o konstantu rovnou $2k\pi i$ (k celé). Tento pojem a příslušné věty mají základní význam pro formulaci a důkaz Cauchyovy residuové věty. Na konci kapitoly zavádějí autoři známým způsobem pojem křivkového integrálu a to jen pro křivky t. zv. regulární $z = z(t)$ (t probíhá interval $\langle a, b \rangle$) (t. zn. int. $\langle a, b \rangle$ dá se rozděliti na konečný počet části. interv. $\langle a, t_1 \rangle$, $\langle t_1, t_2 \rangle, \ldots, \langle t_{n-1}, b \rangle$ ($a < t_1 < t_2 < \ldots < t_{n-1} < b$) tak, že funkce $z(t)$ má v každém z těch intervalů spoj. derivaci, v levém koncovém bodě jen zprava a v pravém jen zleva).

V kap. II. je předně podána definice funkce (jednoznačné) regulární na otevř. mn. G. Jsou to funkce, mající v každém bodě $z \in G$ derivaci (nepředpokládá se spoj. té derivace). Velmi jednoduše je pak dokázána věta Cauchyova pro pravoúhelník (dokonce pro jejich systém): Leží-li uzavřený obdélník (dvojrozměrný interval) $ABCD$ v otevřeném množství G, v němž $f(z)$ je regulární, pak $\int f(z)\,dz = 0$, integrujeme-li po dráze $ABCDA$.

Rovněž velmi jednoduše se odvodí Cauchyův vzorec $f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \int \frac{f(z)}{z - z_0}\,dz$ za těchže předpokladů; z_0 je při tom libovolný bod uvnitř obdélníka $ABCD$. Užívá se při tom jen vzorce $\int \frac{dz}{z - z_0} = 2\pi i$, který se verifikuje snadno přímým výpočtem. Již z této (nejjednodušší) formulace Cauchyových vět (pro systém pravoúhelníků) plyne celá řada důležitých výsledků: existence a spojitost všech derivací každé funkce regulární, věta Liouvillova, věta Weierstrassova o posloupnosti funkcí regulárních a věta Stieltjes-Osgoodova, že každá rodina funkcí regulárních v oblasti G a tam sk. st. omezená je normální v G. Kapitola je zakončena větou Morerovou (obrácení věty Cauchyovy).

Kap. III. zabývá se v podstatě Laurentovými a potenčními řadami a funkcemi jimi definovanými. Je zde důkaz tvrzení (důkaz je proveden pomocí spec. věty Cauchyovy), že každá funkce regulární v jistém okolí bodu z_0, vyjma v bodě z_0 samotném, dá se v nějakém okolí toho bodu rozvinouti v Laurentův rozvoj. Tím se přejde k definici bodů singulárních a k jejich roztřídění. Kapitola končí známým integrálním vyjádřením pro rozdíl mezi počtem nulových bodů a pólů funkce meromorfní v daném pravoúhelníku (t. j. funkce mající tam za singularity nejvýše póly), větou Rouchéovou, Hurwitzovou, rozšířenou větou Stieltjes-Osgoodovou o normálních rodinách, řadou vět týkajících se funkcí inversních k dané funkci meromorfní a větou Weierstassovou (Vorbereitungssatz).

Teprve v kapitole IV. najde čtenář důkaz obecněji formulované věty Cauchyovy: Budiž C libovolná uzavřená regulární křivka ležící v jednoduše souvislé oblasti G neobsahující bod ∞ a $f(z)$ funkce regulární na G. Pak $\int_C f(z)\,dz = 0$. Věta tato je zde bezprostředním důsledkem věty Rungeovy (každá reg. f. na jednod. souvislé oblasti G neobsahující ∞, je limitou sk. st. konvergentní posloupnosti polynomů) a okolnosti, že Cauchyova věta platí pro libovolný polynom $P(z)$ (neboť k němu existuje funkce primitivní). Je zajímavo, že spec. věty Cauchyovy (pro pravoúhelník) se nepoužívá při důkazu této okolnosti (že $\int P(z)\,dz = 0$), nýbrž je skryta v důkazu věty Rungeovy, který je poněkud obtížnější, nevyžaduje však rovněž žádných zvláštních topologických úvah. Teprve důsledkem této zobecněné věty Cauchyovy je základní věta: Každá reg. f. v jednod. souvislé oblasti (neobs. ∞) má tam funkci primitivní. Dále je zaveden důležitý pojem indexu bodu z_0 vzhledem k reg. uzavřené křivce C ($z = z(t)$, t probíhá int. $\langle a, b\rangle$, $z(a) = z(b)$), která tím bodem neprochází. Snadno se ukáže existence větve $\log z(t)$ v $\langle a, b\rangle$. Ježto $z(a) = z(b)$, je $\log z(b) - \log z(a) = 2k\pi i$, kde k je číslo celé, které zřejmě nezávisí na tom, kterou větev $\log z(t)$ jsme si vybrali. Číslo k nazýváme indexem $i_C(z_0)$ bodu z_0 vzhledem ke křivce C. Věta o residuích dá se pak snadno vysloviti a dokázati v tomto znění: Je-li C uzavřená reg. křivka ležící v jednoduše souvislé oblasti G (neobs. ∞) a $f(z)$ f. reg. v G v širším smyslu (t. zn., že se dá rozvinouti v okolí každého bodu $z_0 \in G$ v Laurentovu řadu) nemající na C bodů singulárních, pak $\frac{1}{2\pi i}\int_C f(z)\,dz = \sum_{z \in G} r(z) \,.\, i_C(z)$, kde $r(z)$ je residuum bodu z (v G existuje jen konečný počet bodů z, pro něž $r(z) \,.\, i_C(z) \neq 0$). Okolnost, že pro Jordanovy křivky C je $i_C(z) = 0$ pro vnější body z, pro vnitřní body pak $i_C(z) = \text{konst} = \pm 1$, je v knize dokázána jen v případě, že C se redukuje na polygon. Je však naznačena metoda, jak je možno v jednoduchých případech v praxi se vyskytujících hodnotu indexu stanoviti.

Kap. V. pojednává o konformním zobrazení a obsahuje důkaz existenční věty Riemannovy.

V kap. VI. je podána definice funkcí analytických způsobem úplně obdobným definici Weierstrassově jen s tím rozdílem, že za analytický element je pokládána každá funkce definovaná a meromorfní v nějakém kruhu. Dále je pojednáno o funkcích algebraických a podána definice Riemannovy plochy. Problém uniformisace zde ovšem řešen není, protože vyžaduje hlubších topologických úvah.

Další kapitoly mají charakter více speciální. Tak kapitola VII. pojednává o funkcích celistvých a meromorfních v celé otevřené rovině. Kromě Weierstrassovy věty o rozkladu celistvých f. v nekonečný součin a Mittag-Lefflerovy věty obsahuje tato kapitola také hlubší úvahy a to na př. důkaz věty Hadamardovy pro celistvé funkce konečné třídy a důkaz věty Picardovy a vět příbuzných (též Montelovu větu o rodinách normálních) (neužívá se při tom funkcí modulových).

Kap. VIII. zabývá se funkcemi eliptickými a modulovými, kap. IX. pak funkcí $\Gamma(s)$ a $\zeta(s)$ v rozsahu obvyklém v podobných učebnicích.

Čtení této knihy nevyžaduje žádných zvláštních znalostí. Teoreticky předpokládá od čtenáře pouze znalost aritmetiky komplexních čísel a několika základních vět o posloupnostech čísel reálných. Vyžaduje však jistého cviku v abstraktním myšlení. Kniha je však psána úplně přesně i v těch částech, které v podobných učebnicích jsou vyloženy jen pomocí názorových představ.

Kniha má ještě jednu výhodu. Obsahuje množství cvičení k lepšímu osvojení a prohloubení látky. Tato cvičení podstatně rozšiřují obsah látky i pokud se týče obecné teorie. Těžší cvičení jsou opatřena stručným návodem. Všem přátelům přesných matematických učebnic mohu proto tuto knihu co nejvřeleji doporučiti.

Vl. Knichal.

Ludwig Bergmann: Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik. VDI - Verlag, Berlin, 1939, Stran XII + 358, 225 obrázků. 2. vydání.

První vydání Bergmannovy knihy vyšlo roku 1937 a mělo 230 stran — za dvě léta vychází nové vydání, které má 358 stran, a při tom výklady z prvého vydání jsou do druhého vydání převzaty téměř beze změny. To nejlépe ukazuje na rozmach ultraakustiky v posledních letech.

Jako v prvním vydání snaží se Bergmann i v druhém vydání své knihy, aby podal soupis všeho, čeho bylo dosaženo v oboru ultraakustiky. Kniha je určena i těm, kteří se zajímají o ultrazvuk se stanoviska fysikálního, i těm, kteří se zajímají především o jeho technické použití. V popředí je všude stránka experimentální a kniha je doplněna podrobným soupisem původní literatury obsahujícím přes 700 prací.

První část knihy jedná o buzení, zjišťování a měření ultrazvuku. V první kapitole jsou popsány generátory mechanické, t. j. Galtonova píšťalka, Hartmanův generátor a Holtzmanův generátor. Několik slov je věnováno termickým generátorům ultrazvuku. Důkladně jsou popsány generátory magnetostrikční. Nejvíce místa je věnováno popisu piezoelektrických generátorů. Autor při tom podává stručný přehled nejdůležitějších vět o piezoelektrickém zjevu a o rozdělení pole kolem kmitajícího krystalu a mnoho technických podrobností a pokynů vyzkoušených a osvědčených v laboratorní praksi.

Druhá kapitola popisuje metody, jimiž lze ultrazvukové pole zjistiti a měřiti: metody používající plavuně nebo v kapalinách koksového prachu, úprava Dvořákovy metody, zviditelnění kapkami kapalin nebo kouřem, různé metody měření tlaku akustického záření a zařízení k relativnímu měření intensity ultrazvukových vln.

Pak jsou popsány metody používající změny odporu tenkého drátu v akustickém poli oteplováním nebo ochlazováním, dále použití termočlánků a citlivých plamenů k zjišťování ultrazvuku. Další oddíl je věnován popisu metod, které jsou založeny na použití přímého piezoelektrického zjevu. Nejpodrobněji jsou popsány metody optické: zákalová, ohyb světla na ultrasonických vlnách a na něm založené podružné metody, metoda sekundárních interferencí, zobrazení rozbíhavými paprsky v úpravě Bergmannově a Goehlichově. Pak je popsán ohyb světla na několika ultrazvukových křížících se vlnách.

Druhá část knihy je věnována užití ultrazvuku. První kapitola této části je věnována měření rychlosti a absorpce ultrazvuku v plynech a v kapalinách. Jsou tu popsány používané metody založené na zjevech, o nichž už byla zmínka, velmi podrobně a s mnoha podrobnostmi a podrobně uvedeny výsledky a jejich rozbor. Tato kapitola obsahuje vedle toho přehled teorie disperse a absorpce ultrazvuku v plynech. Další kapitola se obírá měřením rychlosti ultrazvuku v tuhých tělesech a měřením elastických konstant tuhých látek ultraakustickými metodami a je věnována převážně metodám, které vypracoval Bergmann se svými spolupracovníky a které jsou založeny na ohybu světla na křížících se vlnách v tělesech.

Poslední kapitola je věnována aplikacím technickým a je v ní popsán ultrazvukový stroboskop, použití ultrazvuku v televisi, ve spojovací technice, ke zkoušení materiálu, v koloidní chemii, při odplyňování kapalin, v metalurgii a konečně je zmínka o termických účincích ultrazvuku a o jeho použití v biologii.

Bergmannova kniha je soupis metod a výsledků a dosahuje v tom značné úplnosti. Je ovšem těžko pochopitelné, že v ní není zmínky o pracích Balamuthových, Roseových a Durandových v odstavci o měření elastických konstant tuhých látek, ačkoliv tito fysikové vypracovali velmi přesnou metodu a dosáhli zajímavých výsledků. Chybí také zmínka o pracích z I. fysikálního ústavu Karlovy university (Kohl, Šimon) přesto, že na př. práce Šimonova je v cizině dobře známa a ceněna, jak se pisatel této zprávy mohl přesvědčit. Mezi chudou literaturou o Hartmannově generátoru není uvedena zajímavá práce J. B. Slavíka. To jsou trapné nedostatky Bergmannovy knihy.

Až na tato opomenutí je Bergmannova kniha velmi bohatá obsahem a jasně psaná. Může být ovšem užitečná jen těm, kteří už v ultraakustice pracují a hledají jen přehled a celkové zhodnocení dosavadní práce. Ke studiu ultraakustiky je nevhodná, neboť je to právě jen soupis, byť jasný a dobře rozčleněný.

Ladislav Zachoval.

C. Publikace českých matematiků a fysiků.

Ph. Bock: Einige Integrale aus der Theorie der hypergeometrischen und verwandter Funktionen. Compositio Mathematica, 7 (1939), 123—134.

Ph. Bock: La distribution de la temperature dans un coin rectangulaire. Le Journal de Physique et le Radium, VII/10 (1939), 241—244.

Z. Horák: Jednoduché zařízení ke zvýšení přesnosti Despretzovy metody měření tepelné vodivosti kovů. Strojnický obzor 19 (1939), 7 str.

Z. Horák: Srovnávací metoda měření tepelné vodivosti kovových tyčí. Strojnický obzor, 19 (1939), 8 str.

E. Klier: Teoretické odůvodnění parního kužele parních turbin. Strojnický obzor 18 (1938), 4 str.

V. Lenz: Výpočet hodnoty starobního důchodu. Pojistný obzor, č. 208 (1939), 8 str.

V. Nechvíle: Sur un cas spécial de réfraction cylindrique et de diffraction sur les faces d'un objectif photographique. Revue d'optique, 17 (1938), 193—198.

O. Pankraz: O axiomech počtu pravděpodobnosti. Rozpravy Jednoty pro vědy pojistné (1939), č. 19.

B. Ptáček: Horní mez absolutní teploty. Chemický obzor (1939), č. 7, 1 str.

F. Rádl: Über die Teilbarkeitsbedingungen bei den gewöhnlichen Differentialpolynomen. Math. Zeitschrift, 45 (1939), 429—446.

A. Semerád: Snahy o zvýšení přesnosti vědeckých nivelací. Zprávy veř. služby techn., 21 (1939), 16 str.

J. Tàlacko: Příspěvek k matematické teorii růstu populace. Rozpravy Jednoty pro vědy pojistné (1939), č. 19, 71 str.

D. Publikace redakci zaslané.

R. Faukner: Moderní fysika. 1939. 8° 440 str. 400 obr. br. 50 K, váz. 60 K. Nákl. vl.

A. Semerád: V. mezinárodní kongres fotogrametrický. Zprávy veř. služby techn., 21 (1939), 16 str.

Technický průvodce, seš. 18. Letecký průvodce. II. Letecká mechanika, I. část. Napsali O. Brůha, V. Felber a V. Smolař. 1939. 16° XI, 456 str. 282 obr. Nákl. Čes. Mat. Techn.