načež nám $f(x) = 0$ podá pro η hodnotu

$$\eta = \sqrt[p]{-\frac{p!\,f(v)}{f^{(p)}(v)}}, \tag{9^b}$$

kterou třeba do řady (9^a) dosaditi, aby určená jí veličina x byla řešením rovnice $f(x) = 0$. Všem p různým hodnotám výrazu (9^b) odpovídá tak p kořenů této rovnice. (Dokončení.)

Elementární prostorový důkaz věty Brianchonovy a Pascalovy.

Dr. Q. Vetter.

V učebnici Vojtěchově (V. R. str. 51.) dokazuje se věta Pascalova pro kružnici pomocí věty Menelaovy a věta Brianchonova (V. R. str. 69) pomocí polarity z věty Pascalovy. Obě tyto věty lze dokázati jednoduchou prostorovou úvahou.*)

V nákresně (obr.), kterou považujeme za průmětnu, budiž dána kružnice a na ní 6 bodů A, B, C, D, E a F. Body těmi vedeme tečny a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 a f_1. Průsečík G_1 tečen a_1 a b_1 považujeme za průmět bodu G nad průmětnou ve vzdálenosti $g = \overline{G_1A} = \overline{G_1B}$ se nacházejícího, což označíme $G_{1(g)}$ (dle učebnice Pithardt-Seifertovy IV. R. str. 35., Rg. V. str. 12.). Podobně sestrojíme nad body I_1 a L_1 a pod body H_1, K_1 a M_1 body I, L, H, K a M ve vzdálenostech rovných tečnám z půdorysů vedeným. Úsečky $\overline{GA}$ a $\overline{MA}$, jež se promítají do přímky a_1, svírají s průmětnou úhel 45^0 a leží proto v jediné přímce a. Podobně lze také o ostatních spojnicích $\overline{GBH}$, $\overline{HCI}$, $\overline{IDK}$, $\overline{KEL}$ a $\overline{LFM}$ dokázati, že leží v přímkách b, c, d, e a f.

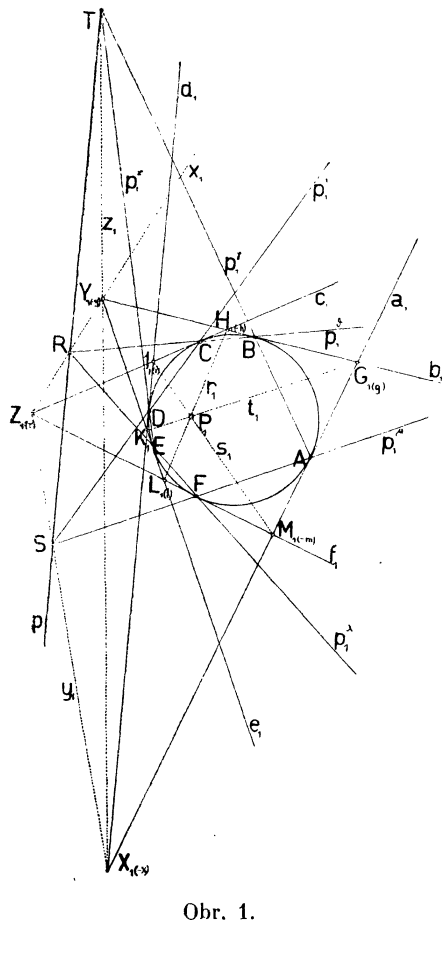
Přímky a a d jsou různoběžné, neboť průsečík

$$X_1 \equiv (a_1, d_1)$$

jest od dotyčných bodů A a D vzdálen o tutéž délku x a tedy

*) Dvorní rada prof. K. Pelz podal ve své: „Deskriptivní geometrii" (lith. přednášky) díl II. str. 44 a nn. důkazy těchto vět pomocí rotačního jednoplochého hyperboloidu. Důkazy ty, které již r. 1874, jak mi laskavě sdělil p. šk. rada Osovský, přednášel prof. K. Küpper, lze s malými změnami přiblížiti našemu učivu středoškolskému, což jest účelem tohoto článku.

také body přímek a a d, promítajících se do X_1, splývají v bodě X. Můžeme proto přímkami a a d proložiti rovinu ξ. Stejně lze proložiti rovinu η různoběžkami b a e a rovinu ζ různoběžkami c a f.



Obr. 1.

Průsečnice t rovin ξ a η prochází průsečíky G přímek a a b a K přímek d a e, průsečnice r rovin η a ζ průsečíky H přímek b a c a L přímek e a f a průsečnice s rovin ζ a ξ průsečíky I přímek c a d a M přímek f a a. Poněvadž pak průsečnice tří rovin se protínají v jediném bodě, musí přímky r

s a t procházeti bodem P a jejich průměty bodem P_1. Tím jest pro kružnici dokázána věta Brianchonova, jež zní:

„V šestiúhelníku kružnici opsaném procházejí spojnice protějších vrcholů jediným bodem.“

Přímky a, b, c, d, e a f lze také jinak seskupiti. Proložíme jimi roviny $\gamma \equiv (a, b)$, $\vartheta \equiv (b, c)$, $\iota \equiv (c, d)$, $\varkappa \equiv (d, e)$, $\lambda \equiv (e, f)$ a $\mu \equiv (f, a)$. Průsečnice z rovin γ a $\varkappa$ prochází průsečíky X přímek a a d a Y přímek b a e, průsečnice $x \equiv (\vartheta, \lambda)$ průsečíky $Y \equiv (b, e)$ a Z přímek c a f a průsečnice $y \equiv (\iota, \mu)$ průsečíky $Z \equiv (c, f)$ a $X \equiv (a, d)$. Tyto tři průsečnice tvoří tedy trojúhelník XYZ a stopy jejich T, R a S musí ležeti na stopě p roviny tohoto trojúhelníka. Ve stopách těch protínají se stopy rovin, jež se v průsečnicích z, x a y protínají, totiž $T \equiv (p^{\gamma}_1, p_1{}^{\varkappa})$, $R \equiv (p_1{}^{\vartheta}, p_1{}^{\lambda})$ a $S \equiv (p_1{}^{\iota}, p_1{}^{\mu})$, kdež jsou stopy rovin dány spojnicemi stop přímek roviny určujícími: $p_1{}^{\gamma} \equiv \overline{AB}$, $p_1{}^{\vartheta} \equiv \overline{BC}$, $p^{\iota}_2 \equiv \overline{CD}$, $p_1{}^{\varkappa} \equiv \overline{DE}$, $p_1{}^{\lambda} \equiv \overline{EF}$ a $p_1{}^{\mu} \equiv \overline{FA}$. Tím jest dokázána věta Pascalova pro kružnici:

„V šestiúhelníku do kružnice vepsaném protínají se protější strany v bodech přímky.“

Poněvadž můžeme každou kuželosečku považovati za centrální průmět kružnice (Pithardt-Seifert, VI. a VII. R. str. 37., VI. Rg. str. 58.) a poněvadž se průsečíky přímek a spojnice bodů opět promítají v průsečíky a spojnice příslušných průmětů, platí obě věty pro každou kuželosečku:

V šestiúhelníku kuželosečce opsaném procházejí spojnice protějších vrcholů jediným bodem. (Věta Brianchonova.)

V šestiúhelníku kuželosečce vepsaném protínají se protější strany na jedné přímce. (Věta Pascalova.)

Rozmanitosti mathematické.

Podává studujícím školní rada **Václav Hübner** na Král. Vinohradech.

I.

Budiž dán úhel $oac = \alpha$; spojnici $\overline{oc}$ zvolme za osu x-ovou a rameno $ao \perp oc$ za osu y-ovou. Sestrojme svazek paprsků ostředu a a na každý paprsek nanesme od průsečíku jeho s osou x úsečky stálé délky $a = 2\overline{ac}$.