Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Bohuš Jurek

Zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 67 (1938), No. Suppl., D277--D279

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120802

Další důležitou věcí je přehled, zvláště na tabuli. Žádejme důsledně provádění numerických výpočtů v pravé třetině tabule. Žák nechť vyhledá, pokud je to možné, všecky logaritmy v úloze se vyskytující dřív než započne kterýkoli výpočet s některými z nich; nechť je píše zřetelně do sloupce umožňujícího snadné sčítání i odčítání položek třeba i značně v tomto sloupci vzdálených. Nevynechávejme psaní — 10 za logaritmy funkcí goniometrických (pozor na znaménko při odčítání; doplnění logaritmu odmocniny na zápornou charakteristiku dělitelnou odmocnitelem a pod.). Ani držení tabulek při práci u tabule není bezvýznamné.

Končíme-li tento přehled možností, jež střední škole poskytuje užívání Valouchových tabulek, připomeňme si výslovně, že i tu myslíme především na jejich přínos do výcviku formálního. Naučíme-li žáky řádně užívati tabulek, můžeme směle omeziti pamětné učení různých (speciálních) vzorců, konstant a pod. na minimum. Uvolní se tím čas i paměť pro výcvik věcí jiných, jež nemohou býti pojaty do pomůcek žádného druhu.

Zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici.

Dr. **Bohuš Jurek**, Zvolen.

Důležitým problémem při zpracování teoretických partií fysiky pro středoškolské učebnice je stanoviti, jak dalece můžeme slevit z vědecké přesnosti výkladu v zájmu jeho snadnější srozumitelnosti. Mým přesvědčením je, že nesmíme ve snaze po větší přístupnosti zajít až k nesprávným tvrzením. Proto nepokládám za vhodné odvozovati výraz pro zrychlení při rovnoměrném pohybu hmotného bodu po kružnici způsobem, uvedeným v 1. díle učebnice Devoreckého a Šmoka „Fysika pro vyšší třídy škol středních" (na str. 48. a 49. slov. vydání). Odvození je založeno na faktu, že postupná rychlost hmot. bodu je stále stejná (v), ale její směr se stále mění. Velikost této změny za čas Δt je určena vektorovým rozdílem rychlostí v dobách t, $t + \Delta t$. Je to tětiva oblouku, příslušného v kružnici o poloměru v úhlu $\omega\Delta t$. Podle zmíněné učebnice je třeba tuto tětivu nahraditi obloukem, poněvadž koncový bod vektoru v se pohybuje po tomto oblouku. Potom je

$$| \mathfrak{v} - \mathfrak{v}_0 | = v\omega\, \Delta t$$

a prostá hodnota průměrného zrychlení a' je konstantní, neboť

$$a' = \frac{v\omega\, \Delta t}{\Delta t} = \omega v.$$

Toto odvození nevyhovuje ve dvou bodech. Předně není jasno, proč by se měla tětiva v daném případě nahraditi obloukem; to je možné jen v případě malého úhlu. Ještě vážnější je druhá námitka. Takovéto nahrazení tětivy obloukem vede k nesprávnému výsledku, podle kterého je průměrné zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici stálé. A přece je patrné na prvý pohled, že pro $\Delta t = T$ (T oběžná doba) je $a' = 0$, pro $\Delta t = \frac{1}{2}T$ je $a' = \dfrac{4v}{T}$ a podobně. Použíti nesprávného tvrzení v důkaze znamená uvést myslící žáky ve zmatek. Proto je třeba celý obrat z důkazu odstranit.

Odvození vzorce pro zrychlení rovnoměrného pohybu po kružnici lze provésti zcela přesně. Když jsem probíral vyjadřování úhlů v radiánech, upozornil jsem žáky na to, že úhly vyjádřené v radiánech se tím méně procentuelně liší od příslušných hodnot funkce sinus, čím je úhel menší. Tento fakt lze vyjádřiti vztahem

$$\lim_{\alpha = +0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1.$$

Prostou hodnotu vektorového rozdílu mezi rychlostmi za dobu Δt si označíme ϱ. Potom

$$\varrho = 2v \sin \omega \tfrac{1}{2}\Delta t$$

a průměrné zrychlení je

$$a' = 2v \frac{\sin \frac{1}{2}\omega\, \Delta t}{\Delta t}.$$

Nyní je třeba dostat dobu Δt nějakým způsobem z argumentu funkce sinus. To provedeme násobením a současným dělením a' číslem $\frac{1}{2}\omega$. Dostáváme

$$a' = v\omega \frac{\sin \frac{1}{2}\omega\, \Delta t}{\frac{1}{2}\omega\, \Delta t}.$$

Když $\Delta t \to 0$, pak také $\frac{1}{2}\omega\, \Delta t \to 0$. Označíme si $\frac{1}{2}\omega\, \Delta t = \xi$ a můžeme pak psáti

$$a' = v\omega \frac{\sin \xi}{\xi},$$

$$a = \lim_{\xi \to 0} v\omega \frac{\sin \xi}{\xi} = v\omega = r\omega^2.$$

Komu by se zdál tento výpočet složitým, může upozorniti na to, že tětiva ϱ se tím méně procentuelně liší od délky oblouku, čím je úhel $\omega\Delta t$ menší a tedy i doba Δt kratší. Pro krátkou dobu Δt je

$$a' = \frac{\varrho}{\Delta t} \doteq \frac{v\omega\, \Delta t}{\Delta t} \doteq v\omega \doteq r\omega^2.$$

D 278

Blíží-li se Δt k nule, blíží se průměrné zrychlení okamžitému a znaménko přibližné rovnosti můžeme nahraditi znaménkem rovnosti

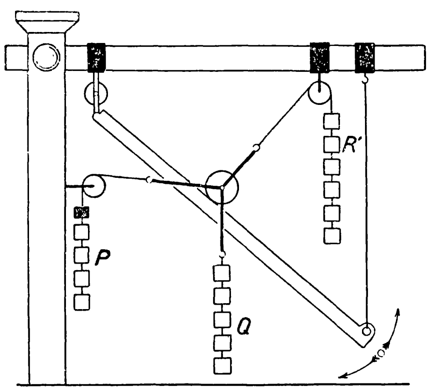
$$a = r\omega^2.$$

Tím odstraníme z důkazu nesprávná tvrzení.

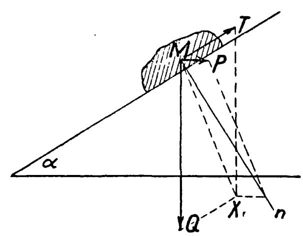
Podmínka rovnováhy na šikmé rovině.

Václav Skalický, Pardubice.

Rovnováha na šikmé[1]) rovině bývá projednávána jen pro ty případy, v nichž síla působí rovnoběžně s délkou nebo základnou roviny. Oba jsou však jen specialisace případu obecného, neboť síla břemeno udržující může působiti i jiným směrem, po případě, může působiti i více sil různými směry. Projednati podmínku rovnováhy zcela obecně je velmi vhodným cvičením zákonů statiky sil, a může býti provedeno aspoň v praktiku.



Obr. 1.



Obr. 2.

Pro zjednodušení nedbejme nejprve tření. Předpokládejme, že na šikmé rovině síla P, jež působí určitým směrem, udržuje v rovnováze břemeno váhy Q. Obě síly působí na šikmou rovinu tlakem, jehož reakce jest kolmá k šikmé rovině a má směr R' (viz obr. 1). Ježto síly P, Q, R' jsou v rovnováze, jest výslednicí sil P a Q síla opačného směru než R', ale téže velikosti: Užijeme-li obvyklého značení vektorů, pak z rovnosti

[1]) Pokládám název „šikmá“ za vhodnější i ve fysice. V matematice by se nám asi žák málo zavděčil, užíval-li by názvu „nakloněná“ ve významu „šikmá“.