# Literatura

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 68 (1939), No. Suppl., D111--D116

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/120752`

# LITERATURA.

## A. Recense vědeckých publikací.

**Stan. Saks:** Theory of the Integral. Druhé, revidované vydání. Monografje matematyczne sv. 7. Warszawa, 1937. VIII, 347 str. 175,— K.

Výborná Saksova kniha Théorie de l'intégrale z r. 1933, o níž referoval E. Čech v Časopise **65** (1935—36), str. D 84, dočkala se zaslouženého úspěchu, takže byla brzo rozebrána. Proto přistoupil autor k druhému, tentokráte anglickému vydání, jež však vykazuje proti prvnímu několik podstatných změn, o nichž se blíže zmíním.

Již v klasické teorii integrálu lze rozeznávati dvojí stanovisko: A) teorie určitého integrálu (jenž se jeví jakožto limita konečných součtů), B) teorie neurčitého integrálu (t. j. integrál jakožto funkce primitivní čili funkce s předepsanou derivací). Kdežto v 1. vyd. převládalo stanovisko B), počíná se 2. vyd. spíše zdůrazněním stanoviska A), a to v této obecné podobě (Kap. I): Dána je libovolná množina $P$ a jistý systém $\mathfrak{X}$ podmnožin množiny $P$, jenž má tyto vlastnosti: a) $P$ patří do $\mathfrak{X}$; b) patří-li množina $X$ do $\mathfrak{X}$, patří tam i množina $P - X$; c) patří-li množiny $X_1, X_2, \ldots$ do $\mathfrak{X}$, patří tam i množina $X_1 + X_2 + \ldots$ Každé množině $X$ systému $\mathfrak{X}$ budiž přiřazeno číslo $\mu(X)$ $(0 \leqq \mu(X) \leqq \infty)$, pro něž platí: je-li $X_1, X_2, \ldots$ posloupnost disjunktních (t. j. $X_i X_k = \emptyset$ pro $i \neq k$) množin systému $\mathfrak{X}$, je $\mu(X_1 + X_2 + \ldots) = \mu(X_1) + \mu(X_2) + \ldots$ Množiny systému $\mathfrak{X}$ nazvu měřitelnými; číslo $\mu(X)$ nazvu měrou množiny $X$. Je-li $f(x)$ reálná funkce, definovaná na měřitelné množině $E$, a jestliže pro každé reálné číslo $c$ množina oněch $x$ množiny $E$, pro něž $f(x) > c$, je měřitelná, budu říkati, že $f(x)$ je měřitelná na $E$.

Budiž nyní $f(x)$ nezáporná měřitelná funkce na $E$; rozdělme množinu $E$ libovolným způsobem na konečný počet disjunktních měřitelných množin $E_1, \ldots, E_n$ a sestrojme součet

$$\sum_{k=1}^{n} v_k\, \mu(E_k) \quad (v_k = \text{dolní hranice funkce } f(x) \text{ na množině } E_k). \tag{1}$$

Horní hranici součtů (1) (jejichž analogie k t. zv. dolním součtům při Riemannově definici je zřejmá) nazveme integrálem

$$\int_E f\, \mathrm{d}\mu \tag{2}$$

(ovšem $0 \leqq \int_E f\, \mathrm{d}\mu \leqq \infty$). Není-li stále $f(x) \geqq 0$, definujeme integrál (2) snadno jako rozdíl integrálů z „kladné" a „záporné" části funkce $f(x)$ (pokud se ovšem tento rozdíl nejeví ve tvaru $\infty - \infty$). Pro (velmi obecný) integrál takto definovaný platí již řada důležitých vět, na př.: jsou-li $f_1, f_2, \ldots$ nezáporné měřitelné funkce na $E$, je

$$\int_E (f_1 + f_2 + \ldots)\, \mathrm{d}\mu = \int_E f_1\, \mathrm{d}\mu + \int_E f_2\, \mathrm{d}\mu + \ldots$$

a jiné věty pro integraci nekonečných řad.

Pojem „míry" a „měřitelnosti", nutný k zavedení pojmu integrálu, je v dalších kapitolách postupně specialisován, čímž dospíváme k specielnějším teoriím míry a integrálu, jež lze ovšem zase více prohloubiti. Tak v kap. II pojednává Saks o Carathéodoryově teorii míry v obecných metrických prostorech, v kap. III pak další specialisací dospívá k Lebesgue-Stieltjesovu a konečně k Lebesguovu integrálu v euklidovském prostoru $n$-rozměrném.

Již u obecného integrálu, definovaného v kap. I, lze provésti do jisté míry přechod ke stanovisku B): je-li integrál (2) konečný pro $E = P$, je konečný i pro každou měřitelnou množinu $E \subset P$. Definujme pro každou měřitelnou množinu $X$ číslo $F(X)$ rovnicí

$$F(X) = \int_X f \, \mathrm{d}\mu. \tag{3}$$

Tím se nám jeví integrál jako funkce množiny $X$, jež má tyto vlastnosti:

1. „aditivnost": Je-li $X_1, X_2, \ldots$ disjunktní posloupnost měřitelných množin, je

$$F(X_1 + X_2 + \ldots) = F(X_1) + F(X_2) + \ldots$$

2. „absolutní spojitost": Je-li $\mu X = 0$, je $F(X) = 0$. Naopak, každá funkce množiny $F(X)$, jež má vlastnosti 1 a 2, dá se psáti ve tvaru (3) jako integrál jisté vhodně zvolené funkce $f(x)$, aspoň tehdy, je-li $\mu(P)$ konečné číslo (nebo, obecněji, je-li $P$ součtem posloupnosti množin, z nichž každá má konečnou míru). K tomu, aby se teorie „neurčitého integrálu" $F(X)$ jevila plně zobecněním klasické teorie, je ovšem třeba definovati a studovati „derivaci" funkce $F(X)$, dané rovnicí (3). To provádí Saks ve IV. kapitole, avšak jen pro Lebesguův integrál; při obecnějších integrálech selhává totiž Vitaliova věta, jež je základní pomůckou této teorie.

Tyto čtyři kapitoly druhého vydání, odpovídající asi prvním pěti kapitolám a prvnímu Dodatku prvního vydání, obsahují proti 1. vydání nejzásadnější změny. Další kapitoly V—IX odpovídají kapitolám VI—XI prvního vydání (viz citovanou Čechovu recensi); neobsahují sice podstatných změn v celkovém rozvrhu, jejich obsah je však značně obohacen (a jejich forma leckde zjednodušena) tím, že autor pečlivě přihlížel k pokrokům, dosaženým od r. 1933. Následují dva dodatky od S. Banacha; první z nich je identický s 2. dodatkem 1. vydání, druhý obsahuje novou cestu k řešení problémů I. kapitoly. Následuje bohatý seznam literatury (přes 300 prací, mezi nimiž jedině pohřešuji práce autora samotného) a ukazatel pojmů, termínů a symbolů. Znamenité vlastnosti knihy, které zdůraznil ve své recensi Čech, zůstávají nedotčeny i ve 2. vydání. Naopak, novým zpracováním stal se obsah knihy mnohem bohatším, ač její rozsah jen málo vzrostl. Též obecnější stanovisko v prvních kapitolách bude většině čtenářů jistě vítáno; jenom začátečníkovi budou se možná první kapitoly zdáti o něco těžší než v 1. vydání, ježto se k Lebesguovu integrálu nedospívá přímo, nýbrž až ve III. kap. postupným specialisováním (a ovšem i prohlubováním) úvah z kap. I.

Nedopatření a tiskových chyb je v knize velmi málo a čtenář si je většinou snadno opraví; některé však, které by mohly činiti větší potíže, uvádím. Na str. 31 odstraň z „(13.2) Theorem" předpoklad „of finite measure" a vlož jej do „(14.3) Lemma" na str. 33. Na str. 81 je nevhodně řečeno, že 8.7 plyne „at once" z 8.1; především je nutno v 8.1 ($i_1$) místo „measure ($V$) zero" čísti „measure ($W$) zero", kde $W$ je absolutní variace funkce $V$ a obdobně v ($i_2$); potom se dá sice 8.7 odvoditi z 8.1, ale odvození vyžaduje některých pomocných úvah. Str. 103, (14.5): pro $V(x)$ stačí (a to je důležité pro (14.10)) spojitost a konečná variace (místo monotonie). Str. 106, ř. 3: čti upper místo lower. Str. 126, ř. 10 zdola: čti 13.2 and 13.3 místo 13.3. Str. 135 dole: připoj $PE \neq 0$. Str. 253, poslední 4 řádky nejsou správné.

Správný příklad: $f(x) = 0$ pro $x \leqq 0$, $f(x) = \frac{d}{dx}(\sin {}^1/x)$ pro $x > 0$; $U(x) = -V(x) = -2$ pro $x \leqq 0$, $U(x) = V(x) = \sin {}^1/x$ pro $x > 0$. Str. 327, ř. 8: vynech slova „and is non negative". Nejzávažnější omyl je na str. 183, kde nerovnost na ř. 6 zdola je chybná, takže důkaz věty (8.3) není správný. *V. Jarník.*

Ing. **Frant. Erhart:** Kritická a zvuková rychlost media. Její význam ve vědách technických. Praha 1938. 4° 50 str., 34 obr. 23,— K.

Autor zpracoval přehledně řadu technických problémů, pro které má význam kritická a zvuková rychlost prostředí (vzduchu nebo vody). Monografie je rozdělena na pět statí. V první z nich podává autor svou vlastní definici kritické rychlosti plynu, odvozuje některé početní vztahy a nato vycházeje ze své definice, činí pokus o názorný důkaz rovnosti kritické a zvukové rychlosti, který je však formální a týká se jen šíření rovinné vlny zvukové. Druhou, třetí a čtvrtou stať věnuje autor aerodynamice; ukazuje význam kritické rychlosti pro některé otázky letectví (obtékání kontur, koeficient odporu křídla ve stlačitelném mediu, vznik čelné vlny atd.) a vnější balistiky (stanoví na př. rychlost, při níž je koeficient odporu střely maximální). V poslední stati zabývá se autor praktickou technickou otázkou nestacionárního rázu ve vodních a plynových (parních) potrubích. Zvláštní pozornost věnuje případu totálního rázu, přetlaku jím způsobenému, odrazu a řešení ochrany vodovodního potrubí, turbin a čerpadel.

Přednost spisu, určeného především technikům, je v tom, že výklad je založen na praktickém případu Lavalovy dýzy, což usnadňuje plné pochopení abstraktních pojmů čistě fysikálních, jichž se autor nezřídka dotýká. Autor zasloužil se jím o žádoucí spolupráci exaktních a technických věd a to ve dvojím směru: ukazuje technikům význam teorie pro praksi a současně fysiky upozorňuje na důležité a zajímavé otázky technické. *Z. Horák.*

**Léon Brillouin:** Les tenseurs en mécanique et en élasticité. Cours de physique théorique. III + 370 str. Paris 1938. Cena brož. Kč 120,—. Týž: La structure des corps solides dans la physique moderne. Actualité scient. et industr., No 549. Stran 53. Paris 1937. Cena Kč 15,—.

První kniha vznikla z přednášek konaných autorem na Collège de France a tvoří první část velké učebnice teoretické fysiky, kterou Brillouin hodlá vydati. Při výkladu autor předpokládá znalost experimentální fysiky v míře, která odpovídá asi obsahu učebnic Bruhatových, na něž se přímo odvolává. O těchto učebnicích bylo už v Časopise také referováno.

Obecný výklad o tensorech a pseudotensorech je založen na úvahách afinní geometrie, které vyplňují kap. I. až V. Potom zavádí autor v kap. VI. a VII. metriku Riemannova prostoru. Kap. VIII. obsahuje aplikace tensorového počtu na klasickou mechaniku. Při tom se autor déle zdržuje u způsobů, jimiž lze mechanické problémy převésti na vyšetřování geodetických čar, a to zvláště v prostoru-času. Autor tím chce jednak ukázati hranice platnosti klasické mechaniky, jednak připraviti čtenáře na relativistické pojetí mechaniky. Další kapitola je věnována aplikacím na vlnovou mechaniku.

V oddíle týkajícím se elasticity autor probírá nejprve důkladně klasické problémy (kap. X.). Mnoho pozornosti je věnováno otázkám šíření elastických vln a tlaku záření. Tato kap. XI. je důležitá jmenovitě dnes při oživení akustických výzkumů a zvláště pro úvahy o otázkách ultraakustiky.

Poslední kapitola XII. je věnována kvantové teorii pevných látek. Autor, který se touto teorií úspěšně obíral, shrnuje a prohlubuje dosavadní poznatky a doplňuje je jmenovitě v otázkách tepelné roztažnosti a stavové rovnice pevných látek. Ve fysikální literatuře je tato kapitola asi první tak ucelený a jasný přehled a výklad důležité a obtížné teorie stavby pevných látek. Jí zároveň Brillouinova kniha daleko přesahuje meze dané titulem a nabývá značné obecné důležitosti.

Druhý spis Brillouinův je stručný přehled dosavadního vývoje teorie pevných látek a problémů, které zbývá řešiti. Výklad není ani přísně soustavný ani nejde do hloubky. Ale knížka má přes to velký význam pro podnětnost a naléhavost, se kterou autor poukazuje na otázky, jejichž řešení teoretikové očekávají od experimentální fysiky.

*Ladislav Zachoval.*

**W. H. Watson:** On Understanding Physics. Cambridge 1938. Stran 146.

Whitehead-Russellovo dílo Principia mathematica dalo a stále dává podněty k novým otázkám týkajících se základů různých vědeckých oborů. Nejdříve se jednalo o základy matematiky: šlo o její logický rozbor a v původním Whitehead-Russellově systému se vyskytovaly jen logické prvky. Výklad v Principiích obsahuje hlavně techniku myšlení, ale nikoli důvody proč právě máme mysliti tímto a ne jiným způsobem. O takové odůvodnění a prohloubení Principií se pokusil L. Wittgenstein v pojednání Tractatus Logico-Philosophicus.

Užitek, který Principia a Tractatus mají pro matematiku, podněcuje badatele v ostatních vědních oborech, aby si podobným způsobem zjednali jasno v základních otázkách svých disciplin. V přítomné době jde především o rozbor základů biologie, národního hospodářství a fysiky. Ale na neštěstí se tu vyskytují daleko větší obtíže než jaké musely býti přemáhány v Principiích. V těchto vědních oborech jde totiž o empirickou indukci' při které nutno uvažovati jak logické elementy tak také elementy psychologické (jimiž jsou elementární smyslové zážitky pozorovatelů). Problém položený v Principiích se tedy rozšiřuje o další složku, neboť, na př. pro fysiku, jest nyní úkolem nejen provésti logický rozbor hotových již fysikálních teorií, ale kromě toho chceme také provésti logický rozbor operací, které experimentální fysik provádí v laboratoři, kdykoliv pozoruje nějaký fysikální jev.

Důležitost tohoto rozboru jest odůvodněna teoretickými a experimentálními nesnázemi kvantové fysiky. Scházejí se při něm logikové s fysiky a ukazuje se, že obě strany při tom musí měniti — a to často radikálně — svá tradiční hlediska. V přednáškách a rozpravách, které od roku 1929 má Wittgenstein na universitě v Cambridge (Anglie), usiluje se tento rozbor zdolati určitou logikou fysiky. Watson, který tyto přednášky poslouchal, neváhá na jejich podkladě podati vlastní zpracování tohoto obtížného problému.

Vychází z názoru, že má-li filosofie míti nějaký užitek pro vědecké obory, pak nutně se musí zabývati jediné logickými otázkami. To není podceňování velkých metafysiků minulosti, nýbrž nutný pokrok ve filosofii asi takový, jaký chemie učinila, když se vyvíjela z alchymie. Protože každá myšlenka jest vyjádřena nějakým symbolem (čímž nejčastěji bývají slova, ale jsou to také obrazy, na př. matematické značky, nebo různá hmotná zařízení), jde o to prozkoumati mechanismus, podle kterého se tyto symboly vzájemně skládají. Tento mechanismus obecně nazýváme (určitou) řečí. Proto v poslední instanci celý náš výzkum se soustřeďuje na otázku jak používati (určitou) řeč, to zn. stanoviti podmínky, za kterých určitá řeč jest správně použita a v kterých případech se při tom dopouštíme chyb. Řešení této otázky jest daleko složitější záležitostí než jsou matematické teorie, neboť ty v podstatě jsou jen zcela úzkými a speciálními druhy řečí.

Rozdíl mezi otázkami logickými a obvyklými fysikálními problémy jest tento: Fysikální problém řešíme matematickými a experimentálními metodami a je-li problém položen, víme tím také, jakého druhu můžeme očekávati odpověď. Avšak jak otázku položiti, jak ji sestrojiti, to jest problém, který se týká logické syntaxe řeči, kterou používáme. Ukáže-li se, že jsme se zmýlili v odpovědi na fysikální problém, pak jest nutné vrátiti se k dané otázce a jinak ji formulovati. Důležitost logické syntaxe jest tedy v tom, že fysik jasně a úplně ovládá pojmy a věty, pomocí kterých popisuje fysikální jevy.

Fysik používá řeč, aby vyjádřil svět určitých jevů. Jeho řeč jest směsí jednak jím speciálně zavedených znaků a pak slov a vět běžné řeči. Vyjádření světa fysikálních jevů pomocí řeči tvoří t. zv. problém representace (ve fysice) a ten se rozpadá ve dvě části: 1. v otázku volby určité metody representace a 2. v otázku výkladu (interpretace) použitého vyjádření.

Přihlédněme nejdříve k prvé části tohoto problému' Ve fysice volba metody representace se řídí zcela podle cílů, které sledujeme, čímž ovšem nechceme říci, že by všechny metody měly stejnou úroveň. Proto na př. otázka, zda jsou správné Newtonovy či Einsteinovy mechanické rovnice, jest beze smyslu, neudáme-li přesně cíl svého výzkumu. V kvantové fysice jest na př. překvapující, že stav elektronu popisujeme touto dvojí metodou: jednou řekneme „elektron jest (elementární) částice", čímž používáme Heisenbergovu kvantovou mechaniku, kdežto po druhé pravíme „elektron jest vlna", ve smyslu Schrödingerovy vlnové mechaniky. Obtíže v kvantové fysice vznikají tím, že gramatiku jedné řeči, to jest logickou syntax Heisenbergovy teorie, přenášíme na řeč druhou, t. j. na Schrödingerovu teorii, která podle své podstaty musí míti zcela jinou logickou syntaxi. Věta „elektron jest vlna" není totiž správná, protože slovo „*jest*" bylo zde chybně použito. Řekneme-li v prvé teorii „elektron jest věc (totiž: partikule)", pak přepis této věty do druhé teorie se nemůže díti pomocí téhož slova „jest", protože vlna není věc, nýbrž vlnový pohyb jest procesem, takže jde o translaci elektronu a nikoliv o elektron samotný. Ve Schrödingerově teorii má věta správně zníti: „Pravidla pro výpočet translace elektronu jsou totožná s pravidly translace svazku vln (v určitém souřadném systému)."

Pokud jde o interpretaci použitých symbolů, nutno při tom rozeznávati opět dvojí jejich druh. Některá seskupení těchto symbolů se týkají přímo našich smyslových zážitků, tedy: naší zkušenosti. A tu nás zkušenost poučuje, že některé metody representace jsou výhodnější než jiné. Jiná seskupení symbolů jsou pouhým vyjádřením logických pravidel. Tak na př. Heisenbergův princip neurčitosti jest sice napsán pomocí symbolů, které jsou přiřazeny k zážitkům, ale ve své interpretaci jest to pouhé pravidlo jak operovati s elementy určité řeči (jest to pravidlo o spojovatelnosti určitých vět).

(Zásadně interpretace fysikálních metod může býti jakákoliv, jen když nevede k vnitřním sporům. Může to býti dokonce interpretace mystická a stojí za zmínku na tomto místě našeho posudku připomenouti, jak B. Bavink ve své knize „Die Naturwissenschaft auf dem Wege zur Religion" (IV. Aufl., 1937, hlavně pp. 32,-44, 52) provedl přemet z kvantové fysiky k spiritualismu. Až do stránky 32 zcela správně (a to velmi výstižně) vykládá současný stav kvantové fysiky. Když však dospěje k Schrödingerově rovnici, prohlásí, že z ní plyne pro fysikální obraz tento závěr: skoro vše jest jen matematická forma a to jest jediné, co můžeme považovati za podstatně nejjednodušší a při změnách trvající. Každá forma volá však po svém vyplnění a nic nám nebrání, abychom ji vyplnili duchovými prvky, čímž i fysikální substance se stává ryze spirituální povahy. Patrno, že Bavink nedbal zde pravidel logické syntaxe a nesprávně použil slova „forma". Jest přece rozdíl mezi „matematickou formou" a „fysikální formou", ve které se fysikální substance projevuje; obě tato rčení se řídí podle různých syntaxí a není přípustné dávati jim stejnou interpretaci, což Bavink učinil.)

V rámci těchto obecných úvah vyjadřuje pak Watson různé otázky, z nichž na př. otázku kausality vykládá zcela ve smyslu Humově. Jak známo, podstatný znak (kromě dalších vedlejších znaků) pro kausální spjetí jevů $A$ a $B$ jest jejich nutné spojení. Z okolnosti, že dvě věci $A$ a $B$ spolu souvisejí (na př. dotýkají se) ještě neplyne, že jedna jest ve spojení s druhou. Toto spojení není umožněno mechanicky jako kolečka ve stroji, nýbrž jest námi provedeno v myšlenkách pomocí matematických rovnic. Tento Humův názor po prvé ve fysice provedl Maxwell ve své teorii elektromagnetického pole. Co nazýváme kausalitou není nucení přírody jíti v určitém směru, nýbrž jest to jen správné používání symbolů, pomocí kterých si jevy přírodní vyjadřujeme. Zdali nějaké spojení jest nutné, o tom rozhodneme podle toho, je-li odpověď na určitou otázku správná či nikoliv a k tomu není třeba experimentu. Co ale bez experimentu nelze rozhodnouti jest, zda tato odpověď se hodí k vyjádření (representaci) přírodních jevů či nikoli. Spojení mezi symboly nebo myšlenkami může býti jen logické povahy. Logická nutnost se proto týká jen správného používání symbolů a jest dosažena, víme-li, jaký vyjde výsledek našich úvah (resp. výpočtů) provedených podle určité metody. Kausalita jest tedy shodná v podstatě se správnou aplikací používaných metod. Pojem příčiny a účinku závisí potom na schematu (representaci), v jakém se snažíme jevy přírodní vyložit. Přechodem k jinému schematu se mohou tyto pojmy změnit anebo úplně ztratit svůj smysl.

Za negativní výsledek uvedených obecných názorů nutno na př. považovati nemožnost nějakého apriorního důkazu fysikálních zákonů, jak se o to pokoušel Kant. Pak by z toho plynul závěr, že kvantová fysika ve svých principech má blíže k Humovi než ke Kantovi.

Watsonovy názory se shodují se stanoviskem logického empirismu a proto jsem je v tomto rozboru poněkud doplnil. Doufám, že jsem tím neskreslil autorovo hledisko, ale naopak poukázal na jeho dobré a obecně přijatelné jádro. O některých podřadnějších otázkách mohl by platiti samozřejmě i jiný výklad, ale to by již přesahovalo rámec mého posudku.

*Otomar Pankraz.*

## C. Publikace českých matematiků a fysiků.

**O. Borůvka:** Studies on multiplicative systems II. Spisy přír. fak. Brno, **265** (1938), 24.

**V. Elznic:** Protínání zpětné počitacím strojem. Vojenské technické zprávy, **15** (1938), 270—271.

**V. Hlavatý:** Hypersurfaces in a projective curved space. Annals of Mathematics, **39** (1938), 725—761.

**Z. Horák:** Rotační technický viskosimetr. Strojnický obzor **19** (1939), 1—5.

**B. Hostinský:** Sur une équation fonctionnelle de la théorie des probabilités III. Spisy přír. fak. Brno, **261** (1938), 26.

**V. Knichal:** Sur les superpositions des automorphies continues d'un intervalle fermé. Fundamenta Mathem. **31** (1938), 79—83.

**F. Khol:** Eine Methode zur Messung der elastischen Konstanten und der Phasengeschwindigkeiten transversaler und longitudinaler Wellen. Zeitschrift für Physik, **111** (1939), 450—453.

**V. Kořínek:** La formule de Rahts pour la probabilité de mort, sa démonstration et sa validité. 24e session de l'Institut international de statistique, Praha 1938, 6.