Exakte Größenordnung für das Randverhalten des Poissonschen Integrals von BMO-Funktionen und VMO-Funktionen

Holger Boche

Abstract: The behaviour of the Poisson integral for function of bounded mean oscillation (BMO) and functions of vanishing mean oscillation (VMO) is investigated in the paper. The exact asymptotic behaviour of the Poisson integral of BMO functions and VMO functions is given in the paper.

Key Words: bounded mean oscillation, vanashing mean oscillation, Poisson integral, boundary behaviour

Mathematics Subject Classification: 31A20, 42A50, 44A15

1. Einleitung und Ergebnisse

In der Arbeit wird das Verhalten des Poissonschen Integrals untersucht. Dazu werden als erstes einige Bezeichnungen eingeführt. Mit $L^p[-\pi,\pi)$, $1 \le p < \infty$ wird die Menge aller Lebesgue-meßbaren 2π-periodischen Funktionen mit

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^p \, dt < \infty$$

bezeichnet. $C^\infty[-\pi,\pi)$ sei die Menge aller unendlich oft differenzierbaren 2π-periodischen Funktionen. Das Poissonsche Integral einer Funktion $f \in L^1[-\pi,\pi)$ ist durch

$$u(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2} \, d\tau \tag{1}$$

definiert [4], [5], [8], [10]. Hierbei ist $0 \le r < 1$.
Für das Poissonintegral (1) gilt

$$\lim_{r\to 1} u(r,t) = f(t)$$

fast überall in $[-\pi, \pi)$ [4]. Insbesondere haben wir

$$\limsup_{r \to 1} |u(r,t)| < \infty$$

fast überall in $[-\pi, \pi)$.
Im weiteren bezeichnen wir mit $\mu(E)$ das Lebesguesche Maß der Lebesgue-meßbaren Menge E. Für eine Funktion $f \in L^1[-\pi, \pi)$ ist der Hardy-Littlewood Maximaloperator durch

$$(Mf)(t) = \sup_{\mu(I) \leq 2\pi} \frac{1}{\mu(I)} \int_I |f(t)|\, dt \tag{2}$$

Das Supremum in (2) ist über alle Intervalle I mit $t \in I$ zu bilden. Für den Hardy-Littlewood Maximaloperator gilt für alle $f \in L^1[-\pi, \pi]$ [4](Chapter I, Theorem 4.3.), [8], [9]

$$\mu\Big(\{t \in [-\pi, \pi) \,|\, (Mf)(t) > \lambda\} \Big) \leq \frac{C_1}{\lambda} \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|\, dt\ . \tag{3}$$

Hierbei ist $\lambda > 0$ beliebig und C_1 eine von f und λ unabhängige Konstante.
Für die Funktion $f \in L^1[-\pi, \pi)$ wird die Zahl

$$a_I(f) = \frac{1}{\mu(I)} \int_I f(t)\, dt \tag{4}$$

eingeführt. Wir betrachten nun die Menge aller $f \in L^1[-\pi, \pi)$, für die

$$\sup_{\mu(I) \leq 2\pi} \frac{1}{\mu(I)} \int_I |f(t) - a_I(f)|\, dt < \infty \tag{5}$$

gilt. Hierbei wird das Supremum in (5) über alle Intervalle $I \subset [-\pi, \pi)$ gebildet. Die Menge dieser Funktionen f wird mit BMO (bounded mean oscillation) bezeichnet [4], [8]. Für diese Menge führen wir die Semi-Norm

$$\|f\|_* = \sup_{\mu(I) \leq 2\pi} \frac{1}{\mu(I)} \int_I |f(t) - a_I(f)|\, dt \tag{6}$$

ein. Die Semi-Norm $\|f\|_*$ einer Funktion $f \in BMO$ ist genau dann gleich Null, wenn die Funktion f fast überall konstant ist. Betrachtet man nun den Quotientenraum der BMO-Funktionen modulo der Konstanten, so erhält man einen Banachraum [4](Chapter VI, Problem 2). Für $\delta > 0$ betrachten wir weiterhin die Menge aller $f \in BMO$, für die mit

$$M_\delta f = \sup_{\mu(I) \leq \delta} \frac{1}{\mu(I)} \int_I |f(t) - a_I(f)|\, dt \tag{7}$$

die Beziehung

$$\lim_{\delta\to 0} M_\delta f = 0 \tag{8}$$

gilt. Die Menge dieser Funktionen bezeichnen wir nach [4], [7], [8] mit VMO (vanishing mean oscillation) [7]. Der Raum VMO ist ein abgeschlossener separabler Unterraum von BMO. Er ist der Abschluß der Menge $C[-\pi,\pi]$ der stetigen 2π-periodischen Funktionen in der BMO-Norm [4], [7]. Die Räume BMO und VMO haben eine ganze Reihe von interessanten Eigenschaften [4], [5], [8], [9]. Für $1 \leq$ $\leq p < \infty$ existiert eine Konstante A_p mit

$$\sup_{\mu(I)\leq 2\pi} \left(\frac{1}{\mu(I)} \int\limits_I |f(t) - a_I(f)|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}} \leq A_p \cdot \|f\|_* \, . \tag{9}$$

Die Funktion $f \in BMO$ gehört damit zu jedem Raum $L^p[-\pi,\pi)$. Weiterhin gilt für alle Funktionen $f \in BMO$ und alle Intervalle I die John-Nirenberg-Ungleichung [4] (Chapter VI, Theorem 2.1.)

$$\mu\Big(\{ t \in I \,|\, |f(t) - a_I(f)| > \lambda \} \Big) \leq \mu(I) \exp\Big(-C_2 \cdot \frac{\lambda}{\|f\|_*} \Big) \, . \tag{10}$$

Hierbei ist $C_2 > 0$ eine von f und $\lambda > 0$ unabhängige Konstante. Weiterhin lassen sich die Räume BMO und VMO durch das Poissonsche Integral klassifizieren. Es existiert eine Konstante C_3, so daß für alle $f \in BMO$ die Beziehung

$$\left(\sup_{0\leq r<1} \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} |f(\tau) - u(r,t)|^2 \frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2} \, d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \leq C_3 \cdot \|f\|_* \tag{11}$$

gilt [4] (Chapter VI, Corollary 2.4.). Ist umgekehrt die linke Seite von (11) endlich, so gehört die Funktion f zum Raum BMO. Eine Funktion f gehört genau dann zum Raum VMO, wenn

$$\lim_{r\to 1} \|f(\cdot) - u(r,\cdot)\|_* = 0 \tag{12}$$

ist [4] (Chapter VI, Theorem 5.1.), [7]. Damit spiegelt sich das Randverhalten des Poissonschen Integrales in den Eigenschaften der BMO-Funktionen wider. In [1] wurde gezeigt, daß sich die VMO-Funktionen bezüglich des punktweisen Verhaltens nicht wesentlich von $L^1[-\pi,\pi)$-Funktionen unterschieden. Es wurde gezeigt, daß die Mengen vom Maß Null als Divergenzmengen auftreten können. Dieses Resultat ist der Inhalt des folgenden Satzes.

Satz 1. *Es sei $E \subset [-\pi,\pi)$ eine beliebige Menge mit $\mu(E) = 0$. Es kann eine Funktion $f_1 \in VMO$ konstruiert werden, für die*

$$\lim_{r\to 1} \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f_1(\tau) \frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2} \, d\tau = \infty \tag{13}$$

für alle $t \in E$ gilt.

Das Resultat (13) im Satz 1 gibt jedoch keinen Aufschluß über die maximale Größenordnung des Betrages $|u(r,t)|$ für BMO-Funktionen. Da für eine BMO-Funktion f stets $f \in L^p[-\pi,\pi)$, $p < \infty$, gilt, kann die Funktion $u(r,t)$ für $r \to 1$ nicht zu stark wachsen. Eine genaue Abschätzung über die maximal mögliche Größenordnung geben die folgenden beiden Sätze an.

Satz 2. *Es existiert eine Konstante C_4, so daß für alle Funktionen $f \in BMO$ die Beziehung*

$$\frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} \cdot \left(\sup_{0 \le R \le r; t \in [-\pi,\pi]} |u(R,t)| \right) \le C_4 \cdot \|f\|_* \tag{14}$$

gilt. Für alle Funktionen $f \in VMO$ haben wir

$$\lim_{r \to 1} \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} \cdot \left(\sup_{0 \le R \le r; t \in [-\pi,\pi]} |u(R,t)| \right) = 0 \ . \tag{15}$$

Der Satz 2 gibt eine obere Schranke für die maximale Größenordnung des Betrages an. Der Satz 3 zeigt nun, daß diese Abschätzung nicht verbessert werden kann.

Satz 3. *Es sei m eine beliebige positive Funktion mit $\lim_{r \to 1} m(r) = 0$. Es existiert eine Funktion $f_* \in VMO$ derart, daß für das Poissonsche Integral u_* der Funktion f_* die Beziehung*

$$\limsup_{r \to 1} \frac{u_*(r,0)}{m(r) \cdot \ln \frac{1+r}{1-r}} = \infty \tag{16}$$

gilt.

Die Beweise der Sätze 2 und 3 werden im nächsten Abschnitt gegeben.

2. Beweis der Sätze

Als erstes wird der Satz 2 bewiesen. Dazu werden einige weitere Bezeichnungen eingeführt. Als nächstes wird die abgeschnittene Hilbert-Transformation eingeführt. Hierbei ist für eine Zahl $0 < \varepsilon \le \pi$ die abgeschnittene Hilbert-Transformation H_ε durch

$$(H_\varepsilon f)(t) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\varepsilon \le |\tau| \le \pi} \frac{f(t+\tau)}{\tan \frac{\tau}{2}} \, d\tau$$

erklärt [5], [8], [9]. Die Funktion $\tilde{f}$ ist durch den fast überall existierenden Grenzwert

$$\tilde{f}(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} (H_\varepsilon f)(t) = V.P. \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(t+\tau)}{\tan \frac{\tau}{2}} \, d\tau \tag{17}$$

definiert [5], [8], [9]. Die Abbildung $\tilde{f} = Hf$ ist ein stetiger linearer Operator vom Raum BMO in den Raum BMO und vom Raum VMO in den Raum VMO [4], [8], [9]. Mit der Funktion

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

gilt für die Hilbert-Transformierte $\tilde{f}$ die Darstellung

$$\tilde{f}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin nt - b_n \cos nt) \ .$$

Weiterhin hat man für alle Funktionen $f_1, f_2 \in L^2[\pi, \pi)$ stets die Darstellung

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (Hf_1)(t) \cdot f_2(t)\, dt = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_1(t) \cdot (Hf_2)(t)\, dt \ . \tag{18}$$

Für jede Funktion $f \in$ VMO existieren stets zwei stetige und 2π-periodische Funktionen f_1, f_2 derart, daß $f = f_1 + \tilde{f}_2$ gilt. Dieses Resultat wird im Beweis von Satz 2 genutzt. Es zeigt, daß die Hilbert-Transformierte einer stetigen und 2π-periodische Funktion zum Raum VMO gehört. Weiterhin kann dieses Resultat im allgemeinen nicht verbessert werden. In [3] wurde das Konvergenzverhalten der abgeschnittenen Hilbert-Transformation $H_\varepsilon f$ untersucht. Nach Kolmogoroff konvergiert die Familie $H_\varepsilon f$ für alle Funktionen $f \in L^1[-\pi, \pi)$ für fast alle $t \in [-\pi, \pi)$ gegen die Hilbert-Transformierte $\tilde{f}$. Damit gilt ebenfalls für fast alle $t \in [-\pi, \pi)$

$$\limsup_{\varepsilon \to 0} |(H_\varepsilon f)(t)| < \infty \ .$$

Für stetige Funktionen wurde in [3] der folgende Satz bewiesen.

Satz 4. *Es sei $E \subset [-\pi, \pi)$ eine beliebige Menge mit $\mu(E) = 0$. Es existiert eine stetige und 2π-periodische Funktion f_2 derart, daß*

$$\lim_{\varepsilon \to 0} (H_\varepsilon f_2)(t) = \infty$$

für alle $t \in E$ gilt.

Mit $L^\infty[-\pi, \pi)$ wird die Menge der 2π-periodischen Lebesgue-meßbaren Funktionen f bezeichnet, für die

$$|f(t)| \leq M \tag{19}$$

für fast alle $t \in [-\pi, \pi)$ gilt. Hierbei ist die Konstante M nur von der Funktion f abhängig. Die kleinste Zahl M, für welche die Beziehung (19) gilt, wird als $L^\infty[-\pi, \pi)$-Norm $\|f\|_{L^\infty[-\pi,\pi)}$ der Funktion f bezeichnet.

Beweis. (Satz2) Es sei $f \in BMO$ beliebig. Es existieren zwei Funktionen f_1, $f_2 \in$ $\in L^\infty[-\pi,\pi)$ mit $f = f_1 + Hf_2$ und $\|f_l\|_{L^\infty[-\pi,\pi)} \le C_5\|f\|_*$ für $l = 1,2$. Hierbei ist die Konstante C_5 nicht von der Funktion f abhängig. Mit

$$\begin{aligned} u(r,t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\tau)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau = \\ &= u_1(r,t) + u_2(r,t) \end{aligned}$$

haben wir

$$\begin{aligned} |u_1(r,t)| &\le \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |f_1(\tau)|\frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau \le \\ &\le \|f_1\|_{L^\infty[-\pi,\pi)} \ . \end{aligned}$$

Für den Ausdruck u_2 erhalten wir

$$\begin{aligned} u_2(r,t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} (Hf_2)(\tau)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau = \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f_2(\tau)\frac{r\sin(t-\tau)}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau + u_2(0,0) \ . \end{aligned}$$

Damit gilt aber weiterhin

$$\begin{aligned} |u_2(r,t)| &\le \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |f_2(\tau)|\cdot\frac{r|\sin(t-\tau)|}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau + |u_2(0,0)| \le \\ &\le \|f_2\|_{L^\infty[-\pi,\pi)}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{r|\sin(t-\tau)|}{1-2r\cos(t-\tau)+r^2}\,d\tau \le \\ &\le C_5\cdot\|f\|_*\cdot\left(1+\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{r\sin\tau}{1-2r\cos\tau+r^2}\,d\tau\right) \le \\ &\le C_5\cdot\|f\|_*\cdot\left(1+\frac{1}{2\pi}\int_{(1-r)^2}^{(1+r)^2}\frac{1}{u}\,du\right) = \\ &= C_5\cdot\|f\|_*\cdot\left(1+\frac{1}{\pi}\ln\frac{1+r}{1-r}\right) \ . \end{aligned}$$

Hierbei wurde ebenfalls die Beziehung

$$u_2(0,0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(Hf_2)(\tau)\,d\tau = 0$$

berücksichtigt.

Damit konnte die Beziehung (14) bewiesen werden.

Zum Beweis von (15) sei $f \in VMO$ eine beliebige Funktion. Weiterhin sei $\varepsilon > > 0$ beliebig. Es existiert eine Funtion $g \in C^{\infty}[-\pi, \pi)$ mit $\|f - g\|_* < \frac{\varepsilon}{2C_4}$. Dazu wird die Tatsache genutzt, daß der Raum VMO die Abschließung der Menge der stetigen 2π-periodischen Funktionen $C[-\pi, \pi)$ bezüglich der BMO Semi-Norm ist [4] (Chapter VI, Theorem 5.1.). Damit existiert eine Funktion $\phi \in C[-\pi, \pi)$, so daß $\|f - \phi\|_* < \frac{\varepsilon}{4C_4}$ gilt. Weiterhin gilt für alle Funktionen $\psi \in C[-\pi, \pi)$ stets $\|\psi\|_* \leq \leq \|\psi\|_{L^\infty[-\pi,\pi)}$ gilt. Nun wird die gesuchte Funktion $g \in C^{\infty}[-\pi, \pi)$ so gewählt, daß $\|\phi - g\|_{L^\infty[-\pi,\pi)} < \frac{\varepsilon}{4C_4}$ gilt. Damit erhält man

$$\|f - g\|_* \leq \|f - \phi\|_* + \|\phi - g\|_* < \frac{\varepsilon}{4C_4} + \|\phi - g\|_{L^\infty[-\pi,\pi)} < \frac{\varepsilon}{2C_4} \; .$$

Mit

$$u_g(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\tau) \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos(t - \tau) + r^2}\, d\tau \tag{20}$$

erhält man

$$\begin{aligned} \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u(r,t)| &\leq \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u(r,t) - u_g(r,t)| + \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u_g(r,t)| \leq \\ &\leq C_4 \cdot \|f - g\|_* + \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u_g(r,t)| \leq \\ &\leq \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u_g(r,t)| \; . \end{aligned} \tag{21}$$

Mit $|u_g(r,t)| \leq \|g\|_{L^\infty[-\pi,\pi)}$ existiert eine Zahl $r_0 = r_0(\varepsilon)$, so daß für alle r mit $r_0 \leq r < 1$ ebenfalls $\frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} \|g\|_{L^\infty[-\pi,\pi)} < \frac{\varepsilon}{2}$ gilt. Folglich hat man für alle r mit $r_0 \leq r < 1$ ebenfalls

$$\frac{1}{\ln \frac{1+r}{1-r}} |u(r,t)| < \varepsilon \; . \tag{22}$$

Damit wurde die Beziehung (15) bewiesen. □

Beweis. (Satz 3)

Es sei $f \in C[-\pi, \pi)$ beliebig. Wir betrachten die Funktion

$$v(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \frac{r \sin(t - \tau)}{1 - 2r\cos(t - \tau) + r^2}\, d\tau \; . \tag{23}$$

Durch

$$\Psi_r f = v(r, 0) \tag{24}$$

ist eine Familie linearer stetiger Funktionale definiert. Für die Norm der Funktionale ergibt sich

$$\|\Psi_r\| = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{r|\sin\tau|}{1 - 2r\cos\tau + r^2}\, d\tau = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + r}{1 - r} \; . \tag{25}$$

Damit haben wir

$$\lim_{r\to 1} \frac{\|\Psi_r\|}{m(r)\ln\frac{1+r}{1-r}} = \infty \ . \tag{26}$$

Nach dem Satz von Banach-Steinhaus existiert eine Funktion f_2 mit

$$\limsup_{r\to 1} \frac{|\Psi_r f_2|}{m(r)\ln\frac{1+r}{1-r}} = \infty \ . \tag{27}$$

Die Funktion $f_* = Hf_2$ gehört zum Raum VMO. Weiterhin hat man $u_*(r,t) = = v_2(r,t)$. Damit wurde der Satz 3 bewiesen. □

Bemerkungen

Die Hilbert-Transformation besitzt für die Anwendungen eine große Bedeutung. Im Beweis des Satzes 2 wurde die Tatsache genutzt, daß sich jede BMO-Funktion als Summe einer $L^\infty[-\pi,\pi)$-Funktion und der Hilbert-Transformierten einer $L^\infty[-\pi,\pi)$-Funktion darstellen läßt. Dieses Resultat zeigt, daß auch vom mathematischen Standpunkt aus gesehen eine Analyse des Verhaltens der Hilbert-Transformation interessant ist. Selbst die numerische Berechnung der Hilbert-Transformierten von stetigen Funktionen ist ein schwieriges Problem. Die Ursache dafür liegt darin begründet, daß die Hilbert-Transformation (17) ein singuläres Integral darstellt. Die Beziehung (17) liefert eine Möglichkeit zur näherungsweisen Berechnung der Hilbert-Transformation. Dabei kommt es darauf an, die richtige Norm für die Bewertung der Approximation zu wählen. Es ergibt sich zum Beispiel für die $L^2[-\pi,\pi)$-Norm

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \int_{-\pi}^{\pi} |(Hf)(t) - (H_\varepsilon f)(t)|^2\, dt = 0 \ . \tag{28}$$

In [2] wurde eine ähnliche Fragestellung für die reelle Hilbert-Transformation

$$(\mathcal{H}f)(t) = V.P. \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau}\, d\tau \tag{29}$$

analysiert. Dort wurde gezeigt, daß die konjugierte Shannonsche Abtastreihe für bestimmte stetige Funktionen überall divergieren kann. Es ist nicht bekannt, ob die konjugierte Shannonsche Abtastreihe bezüglich der BMO-Norm konvergiert.

References

[1] H. Boche, *Untersuchungen zum Verhalten des Hardy-Littlewood Maximaloperators und des Poissonschen Integrals für VMO-Funktionen*, accepted in Illinois Journal of Mathematics.

[2] H. Boche, *Konvergenzverhalten der konjugierten Shannonschen Abtastreihe*, Acta Mathematica et Informatica Universitatis Ostraviensis, 5:13–26, 1997.

[3] H. Boche, *Verhalten der Cauchy-Transformation und der Hilbert-Transformation für auf dem Einheitskreis stetige Funktionen*, accepted in Archives of Mathematics, 10 pages, 1998.

[4] J. B. Garnett, *Bounded Analytic Functions*, Pure and applied Mathematics Bd. 96, Academic Press, New York, 1981.

[5] J. Garcia-Cuerva, J. Rubio De Francia, *Weighted norm Inequalities and related topics*, North-Holland Mathematics Studies, New York, 1986.

[6] Ch. Pommerenke, *Boundary Behaviour of Conformal Maps*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Bd. 299, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1992.

[7] D. Sarason, *Functions of vanishing mean oscillation*, Trans. Amer. Math. Soc., 79:391–405, 1975.

[8] E.M. Stein, *Harmonic Analysis; Real-Variable Methods, Orthogonality and Oscillatory Integrals*, Princeton Mathematical Series, 43, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1993.

[9] A. Torchinsky, *Real-variable methods in Harmonic Analysis*, Pure and applied Mathematics Bd. 123, Academic Press, New York, 1986.

[10] A. Zygmund, *Trigonometric Series I, II*, Cambridge Mathematical Library, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

Author's address: Holger Boche

Heinrich-Hertz-Institut für Nachrichtentechnik Berlin GmbH, Broadband Mobile Communication Networks, Einsteinufer 37, D-10587 Berlin, Germany

and

Swiss Federal Institut of Technology (ETH Zurich), Communication Technology Laboratory, ETH-Zentrum, Sternwartstrasse 7, CH-8092 Zurich, Switzerland

E-mail: boche@hhi.de

Received: December 12, 1997