Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 100 (1975), No. 1, 87--101

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117870

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

RECENSE

Corneliu Constantinescu - Aurel Cornea: POTENTIAL THEORY ON HARMONIC SPACES. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 158; Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1972, VIII + 356 pp., DM 98,—.

Posledních patnáct až dvacet let je obdobím pozoruhodné renesance teorie potenciálu. Tato teorie prochází bouřlivým vývojem, dostává podněty z řady matematických disciplín a naopak sama mnohé disciplíny ovlivňuje a stává se jejich nezbytným nástrojem. Důležitou roli při tom hraje obecná teorie harmonických prostorů. Ta vychází z idejí Tautze, Dooba, Brelota a Bauera a axiomatisuje vlastnosti harmonických funkcí. Klasických metod spjatých s Laplaceovou rovnicí se pak dá užít při studiu obecnějších eliptických i parabolických rovnic druhého řádu. Mimoto se objeví pozoruhodná paralela s teorií Markovových procesů. Oba autoři recensované monografie se podstatně podílejí na rozvoji teorie harmonických prostorů a — spolu s dalším rumunským matematikem N. Bobocem — přispěli též význačnou měrou k vybudování jejích základů.

Kniha sama je rozdělena na tři části. V první části seznamují autoři čtenáře se základními pojmy a idejemi teorie, druhá část je věnována obecným problémům a třetí několika speciálním otázkám. Všimnu si trochu blíže pouze oněch základních pojmů teorie, zatímco obsah zbývajících dvou částí knihy, které ovšem tvoří jádro celé teorie, uvedu jen heslovitě.

V celé knize se pracuje v obecném lokálně kompaktním prostoru, (o němž se pouze na několika místech předpokládá, že má spočetnou basi). Harmonickým svazkem na takovém prostoru rozumějí autoři prostě svazek, kde příslušné systémy funkcí jsou vektorové prostory spojitých (konečných) reálných funkcí definovaných na otevřených podmnožinách, hyperharmonickým svazkem pak rozumějí svazek, kde příslušné systémy funkcí jsou konvexní kužele zdola polospojitých, zdola konečných numerických funkcí. V úvodní kapitole pak studují některé vlastnosti těchto svazků samotných a vyšetřují souvislosti různých pojmů s nimi spojených. Jedná se především o konvergenční vlastnosti, které vycházejí z klasické Harnackovy věty o konvergenci monotonní posloupnosti harmonických funkcí; dále o pojmy spojené s klasickým i zobecněným řešením první okrajové úlohy, tj. o regulární a resolutivní množiny a odpovídající harmonické míry; konečně o obecný "minimumprincip" pro jisté hyperharmonické funkce odvozené naopak od vhodného systému měr. Na toto samostatné studium harmonických a hyperharmonických svazků navazují pak ještě na začátku poslední kapitoly, kde si např. všímají otázek stejné spojitosti harmonických funkcí a jadernosti příslušných prostorů harmonických funkcí.

Ve druhé kapitole pak autoři zavádějí vlastní, v literatuře dosud nestudovanou, axiomatiku harmonických prostorů. V dřívějších axiomatikách se vycházelo od harmonického svazku s vhodným konvergenčním axiomem a kladl se požadavek, aby regulární množiny tvořily basi příslušné topologie. Přímé ověření posledního požadavku je však pro svazky spojené s parabolickými rovnicemi obtížné. Proto autoři vycházejí od hyperharmonického svazku a požadují, aby basi tvořily resolutivní množiny. Harmonický prostor v jejich pojetí je tedy lokálně kompaktní topologický prostor opatřený hyperharmonickým svazkem, který má následující vlastnosti: 1. Ke každému bodu existuje funkce v jistém okolí nenulová a harmonická (tj. taková, že ona sama i funkce opačná jsou hyperharmonické). 2. Limita monotonní lokálně ohraničené posloupnosti harmonických funkcí je harmonická funkce (Bauerova konvergenční vlastnost). 3. Resolutivní množiny tvoří basi příslušné topologie. 4. Hyperharmonický svazek je generován systémem harmonických měr odvozeným od resolutivních množin.

V harmonickém prostoru se pak definují superharmonické funkce jako takové hyperharmonické funkce, které mají v jistém smyslu dostatečně mnoho konečných hodnot, a dále potenciály jako takové nezáporné superharmonické funkce, jejichž všechny harmonické minoranty jsou nekladné. Pro celou teorii je důležitý fakt, že lokálně je každý harmonický prostor tzv. $\mathfrak{P}$-prostorem, kde nezáporné superharmonické funkce ostře oddělují body. V takových prostorech totiž mimo jiné platí důležitá věta o aproximaci spojitých funkcí s kompaktním nosičem pomocí rozdílu vhodných spojitých potenciálů (harmonických vně nosiče).

První část knihy končí třetí kapitolou, v níž se autoři v prvé řadě zabývají vztahem zavedené teorie k dřívějším teoriím harmonických prostorů. Ukazují, že budovaná teorie pokrývá jiné teorie dosud běžně užívané v literatuře, a uvádějí kriteria, kdy s nimi „splývá". Ve zbývajících paragrafech pak ukazují dva důležité modely teorie spjaté jednak s Laplaceovou rovnicí, jednak s rovnicí pro vedení tepla.

Druhou část knihy tvoří pět kapitol (4.—8.). První z nich obsahuje abstraktní jádro teorie vymetání („balayage"), a to pro konvexní kužele spojitých funkcí v Baireových prostorech. V další kapitole se pak získané výsledky aplikují prostřednictvím jemné topologie na vymetání hyperharmonických a zejména superharmonických funkcí. Mimo jiné je zde též zobecněná verse Choquetovy věty o kapacitabilitě. V šesté kapitole se studují absorbční množiny, polární množiny, tenkost a semipolární množiny, tedy zejména množiny, které jsou z hlediska teorie potenciálu v jistém smyslu zanedbatelné. Sedmá kapitola je věnována vymetání měr. Konečně v osmé kapitole se autoři zabývají specifickým uspořádáním nezáporných superharmonických funkcí, množinami neharmoničnosti potenciálů a nezáporných superharmonických funkcí, dále potenciály, které se dají vyjádřit jako součty souborů spojitých potenciálů, a konečně kvasispojitostí.

Poslední část knihy začíná velmi zajímavou kapitolou věnovanou dalším axiomům, které nemusí v obecném harmonickém prostoru platit, totiž axiomu polarity a dominančnímu axiomu. V $\mathfrak{P}$-prostorech uvádějí autoři pro každý z těchto axiomů víc než desítku ekvivalentních formulací spjatých s různými klasickými výsledky. První z nich je např. úzce spjat s klasickou Evansovou a Vasilescovou větou o spojitosti potenciálu, druhý je znám v klasické teorii např. jako princip Maria-Frostmanův. Desátá kapitola má sloužit jako podklad výše zmíněné pravděpodobnostní interpretace teorie potenciálu. V $\mathfrak{P}$-harmonickém prostoru se spočetnou basí, v němž je funkce identicky rovná jedné superharmonická, je totiž sestrojena taková submarkovova pologrupa, že její excesivní funkce jsou totožné s nezápornými hyperharmonickými funkcemi. V poslední náročné kapitole si pak autoři všímají integrální representace nezáporných superharmonických funkcí, při čemž ovšem studují různé topologické otázky a konstruují vhodnou lokálně konvexní topologii na kuželi nezáporných superharmonických funkcí.

Kniha shrnuje výsledky z obecné teorie harmonických prostorů dosažené asi do r. 1970. Tyto výsledky, které jsou v bohatě citovaných pracech uváděny v různých axiomatikách, autoři zpracovávají z jednotného hlediska vlastní teorie. Mnoho materiálu je soustředěno do cvičení, kterých je téměř tři sta, a jsou v nich mnohdy závažné výsledky teorie. Kromě seznamu literatury citované v textu a ve cvičeních je ještě připojen další seznam literatury, která souvisí s tématem knihy, jejíž výsledky však nejsou v knize zachyceny.

Kniha je velmi podnětná a zaplňuje citelnou mezeru v dosavadní literatuře o teorii potenciálu. Význačný pracovník v oboru, autor předmluvy H. Bauer jí předpovídá silný vliv na další rozvoj teorie. Svým obsahem i stylem je však určena čtenáři, který není úplným začátečníkem v oboru. Výklad je přesný, ale náročný na aktivní spolupráci čtenáře. Studium hlavního textu knihy předpokládá znalost základů obecné topologie a integrace v lokálně kompaktních prostorech. Některá cvičení a poslední dvě kapitoly pak vyžadují některých hlubších poznatků z funkcionální analysy a teorie míry. Pokud se týče klasické teorie potenciálu, její znalost není z logického hlediska nutná, ale je přinejmenším užitečná.

Jiří Matyska, Praha

Zdeněk Horský: UČEBNICE MATEMATIKY PRO POSLUCHAČE VŠE. SNTL, Praha a nakl. ALFA, Bratislava, 1973. 136 stran, cena 24 Kčs.

Kniha je druhým, přepracovaným a doplněným vydáním učebnice pro posluchače Vysoké školy ekonomické a podává základy vyšší matematiky v rozsahu, odpovídajícím potřebám VŠE.

První, úvodní část se zabývá základy logiky, množinami, pojmem zobrazení. Reálná čísla a zavedení soustavy souřadnic v rovině a prostoru tuto část uzavírají.

V druhé části se v šesti paragrafech probírají základy lineární algebry: § 1 — vektory, § 2 — matice a její hodnost, § 3 — řešení soustav lineárních rovnic, Frobeniova podmínka. § 4 je věnován analytické geometrii lineárních útvarů, a to obecně v E_n s aplikacemi v E_2 a v E_3. § 5 — maticová algebra — navazuje na § 2, dospěje se až k inverzní matici. § 6 se zabývá pojmem determinantu, v dodatku je uvedeno pravidlo Cramerovo.

Třetí, nejrozsáhlejší část učebnice je věnována základům matematické analýzy, a to v § 7 pojmu suprema a infima, v § 8 základním poznatkům o posloupnostech. Paragrafy 9—13 obsahují základní pojmy diferenciálního počtu funkcí jedné reálné proměnné a jejich užití pro vyšetření grafu funkce. § 14 uvádí základní pojmy z oblasti funkcí dvou reálných proměnných. § 15 se zabývá integrálním počtem funkcí jedné reálné proměnné, především základními integračními metodami pro neurčitý integrál. V dodatku jsou uvedeny přibližné vzorce pro výpočet určitého integrálu. § 16 pojednává o nekonečných řadách číselných i funkčních, speciálně mocninných a řadě Taylorově. V § 17 se čtenář seznámí s pojmem komplexní funkce jedné reálné proměnné a kompexní funkce jedné komplexní proměnné. § 18 je věnován některým typům obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu a vyšších řádů, je zde rovněž zmínka o řešení soustav diferenciálních rovnic.

Výklad je podán srozumitelnou formou, předností knihy je logické a přehledné uspořádání látky a zejména množství příkladů uvedených jak v textu, tak především ve formě cvičení za každým paragrafem. (Velice účelné by bylo ještě připojení výsledků.)

Je pochopitelné, že při požadavku, aby se učebnice při daném obsahu nerozrostla do obřích rozměrů, autor — podle mého názoru v rozumné míře — nedokazuje některé věty s připomínkou, že důkaz je znám. (Bylo by užitečné uvést některé dostupné prameny, kde je možno důkazy najít.)

Učebnici lze doporučit nejen studentům VŠE, jimž je především určena, nýbrž i pracovníkům v ekonomice se středoškolským vzděláním, kteří doplňují své teoretické vzdělání pro další studium aplikací. Učebnice mohou rovněž užít i studující na obdobných směrech, které mají příbuzný rozsah učiva.

Marie Valešová, Praha

Robert M. Fossum: THE DIVISOR CLASS GROUP OF A KRULL DOMAIN. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 74, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1973, 148 stran, cena 44,— DM.

Kniha shrnuje výsledky z teorie Krullových okruhů za poslední období, tj. zhruba od roku 1960. Je psána svěžím matematickým jazykem a k jejímu čtení je nezbytná znalost základů teorie absolutní hodnoty na okruhu a základů teorie Krullových oborů integrity. Materiál je rozvržen do pěti kapitol. V prvních dvou kapitolách je v rychlém tempu načrtnuta teorie Krullových oborů integrity a teorie grup divisorů a grup tříd divisorů. Třetí kapitola je věnována obecné teorii Dedekindových oborů integrity. Jedním z hlavních výsledků této kapitoly je důkaz tvrzení, že každá abelova grupa je grupou tříd ideálů nějakého Dedekindova oboru integrity. Závěrečné dvě kapitoly jsou věnovány některým speciálním otázkám z teorie komutativních okruhů (descent, Picardova grupa, úplnost, okruh formálních mocninných řad).

Ladislav Bican, Praha

Luboš Nový: ORIGINS OF MODERN ALGEBRA. Academia, Praha, 1973, 252 stran.

Kniha se zabývá rozvojem algebry v období jednoho sta let od roku 1770 do roku 1870. Problematika knihy je rozvržena v podstatě do sedmi kapitol (nepočítaje závěr). Po první, úvodní kapitole, jsou v druhé kapitole uvedeny hlavní směry algebry 18. století. Na tuto kapitolu bezprostředně navazuje kapitola třetí, pojednávající o rozvoji algebraické teorie řešení algebraických rovnic. Počátek 19. století je ve znamení studia algebraických čísel a teorie číselných okruhů vůbec. Rozvoji těchto disciplín je věnována čtvrtá kapitola, v níž je rovněž věnována pozornost rozvoji teorie tzv. neurčitých rovnic, tj. řešení algebraických rovnic celými čísly. Kapitola 5. nazvaná „Study of the structure of „untraditional" realms" pojednává o počátcích a rozvoji teorie řešení kongruencí, binárních kvadratických forem, o teorii determinantů a matic, o kvaternionech. V šesté kapitole jsou podchyceny počátky formalismu v algebře, který později vede ke studiu abstraktních algebraických struktur. Intenzivní studium permutací na množinách vede okolo poloviny 19. století ke vzniku a rozvoji teorie grup. Těmto partiím algebry je věnována 7. kapitola knihy.

Kniha je doplněna bohatým seznamem literatury (čítá 411 prací).

Ladislav Bican, Praha

Mark Kac, Stanislaw M. Ulam: MATHÉMATIQUES ET LOGIQUE, Rétrospective et perspectives, brožované 178 stran, cena 35 F. Kniha je překladem anglického originálu Mathematics and Logic, Frederick A. Praeger Inc., New York. Knihu přeložil P. Gatbois, vydalo nakladatelství DUNOD, Paris 1973.

Cílem autorů, kteří jsou oba vynikajícími odborníky v mnoha partiích moderní čisté i aplikované matematiky, bylo zodpovědět širšímu okruhu matematicky zainteresovaných čtenářů několik základních otázek o vývojových tendencích moderní matematiky, jak ve vztahu k obsahu jejího studia, tak i pokud jde o její formálně logickou výstavbu.

Během historického vývoje matematiky se objevila celá řada pojmů, metod i teorií, které později prakticky beze stopy zanikly jakožto málo užitečné nebo málo obecné (popřípadně pro svou nízkou estetickou hodnotu — podle mínění autorů recensované knihy, kteří estetickým kritériím uvnitř matematiky přisuzují nemalou úlohu). Jádrem knihy je první a nejdelší kapitola, v níž autoři probírají sérii matematických problémů, které nejenom přežily do současné matematiky, ale měly a stále ještě mají značný význam při dalším vývoji matematiky. Tyto problémy jsou v podstatě uspořádány od konkrétnějších k abstraktnějším, od jednodušších ke složitějším.

Podle slov uvedených v předmluvě, chtěli autoři pomocí těchto problémů ukázat mimo jiné i to, že pojem „matematika" znamená o něco více, než jak ji definoval B. Russel, tj. jako třídu všech tvrzení tvaru „p implikuje q", kde p a q jsou tvrzení obsahující jednu nebo více proměnných a neobsahující jiné konstanty než logické.

Dále uvádíme názvy jednotlivých kapitol a paragrafů knihy:

1. Des exemples (1. L'infinité des nombres premiers 2. L'irrationalité de $\sqrt{2}$ 3. Approximation par les nombres rationnels 4. Les nombres transcendants: la démonstration de Cantor 5. Quelques autres démonstrations d'impossibilité — théorème de Sperner 6. L'art et la science de compter 7. Digression sur les systèmes numériques et leurs fonctions 8. L'art et la science de compter (suite) 9. Probabilité élémentaire et indépendance 10. Mesure 11. Retour aux probabilités 12. Groupes et transformations — les groupes homologues 13. Vecteurs, matrices et géométrie 14. Théorie de la relativité restreinte, exemple de la géométrie appliquée à la physique 15. Transformations, fiux et ergodicité 16. Le produit et la composition des transformations 17. La démonstration de l'évidence).

2. Thèmes, tendances et synthèses.

3. Relations avec les autres disciplines.

4. Résumé et perspective.

Jaroslav Morávek, Praha

J. Loeckx: COMPUTABILITY AND DECIDABILITY. An Introduction for Students of Computer Science — 6 kapitol, 76 stran, svazek č. 68 Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, brožované, cena DM 16,—.

Recenzovaný svazek Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems vznikl z autorových přednášek na vysokých školách technických v Eindhovenu a Twente. Je určen studentům informatiky (computer science), které seznamuje s pojmy vyčíslitelnosti a rozhodnutelnosti a připravuje je tak ke studiu teorie automatů a teorie jazyků. Pro četbu knihy se nevyžadují žádné speciální matematické znalosti s výjimkou všeobecné matematické erudice, kterou má již student matematiky 3. nebo 4. semestru matematicko-fyzikální fakulty; není však na škodu alespoň určitá představa o programování na samočinných počítačích.

Zatímco klasické způsoby výkladu vyčíslitelnosti a rozhodnutelnosti jsou orientovány převážně směrem k základům matematiky a matematické logice, bylo autorovým cílem vyložit předmět především ve vztahu k informatice. Z tohoto důvodu je výklad prováděn spíše v termínech stringů (konečných řetězců nad konečnou abecedou) než v řeči přirozených čísel; označení jsou podobná jako v teorii automatů a většina důkazů vyčíslitelnosti je redukována k poloformálnímu popisu jistých procedur, jejichž konstruktivnost je intuitivně zřejmá každému, kdo má alespoň minimální zkušenost s programováním na samočinných počítačích. Navzdory tomu je předmět vyložen matematicky zcela rigorózně a formální výklad je doprovázen řadou neformálních poznámek, sloužících k lepšímu pochopení textu.

Pro lepší představu o knize uvádím dále názvy jednotlivých kapitol a paragrafů

1: Sets and functions (The objects; Ordered sequences and sets; Further notations and definitions concerning sets; Functions; Particular objects).

2: Sets and functions of strings (Definitions; String functions; Further notations and definitions; The interpretation of strings; Alphabetic order; Enumeration of strings and n-tuples of strings; Enumeration functions; Calculating the value of the enumeration functions).

3: Computable functions (Historical background; The baisc idea of Turing; Physical model; Formal definition of a Turing machine; Examples of Turing machines; Computable functions; The thesis of Turing; Normal Turing machines).

4: The universal Turing machine (The string description of a Turing machine; The universal Turing machine; Discussion).

5: Some functions which are not computable (The halting problem; The blank tape halting problem; The uniform halting problem; The equivalence problem; General remark).

6: Effectively enumerable and decidable sets (Introduction; Definitions; Effectively enumerable sets and the domain of computable functions; Effectively enumerable sets and the range of total computable functions; A set which is not effectively enumerable; Decidable sets versus effectively enumerable sets; An effectively enumerable set which is not decidable; Some informal comments).

Jaroslav Morávek, Praha

OPTIMIZATION AND STABILITY PROBLEMS IN CONTINUUM MECHANICS. Edited by P. K. C. Wang. Lecture Notes in Physics 21, Springer-Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1973, 94 str.

Kniha obsahuje pět referátů, které byly předneseny na symposiu stejného názvu v srpnu 1971 v Los Angeles. Je rozdělena do dvou částí. První obsahuje referát H. Halkina o metodě Dubovického-Miljutina v matematickém programování a seznamuje přístupným způsobem s touto problematikou. Další referát pochází od R. T. Shielda a týká se optimálního projektování struktur pomocí variačních principů (strukturou se rozumí např. rámová konstrukce, skořepina; přitom se mininalizuje např. objem, vazby jsou dány např. omezenou tloušťkou materiálu). Autoři posledního referátu této části jsou T. Y. Wu, A. T. Chwang a P. K. C. Wang. Referát se týká optimalizačních problémů, které souvisí s pohonem plovoucích předmětů pomocí hydroblán v prostředí s nárazovými vlnami. K problémům tohoto druhu vedlo pozorování a studium plavání ryb a letu ptáků (hydrobiána = ploutev).

Druhá část knihy o stabilitě obsahuje dva referáty. První napsal E. F. Infante. Týká se stability pro obecné dynamické systémy; je to přehledný článek s mnoha příklady, je ukázáno, že v mnoha konkrétních případech popisu fyzikální reality zkoumání stability zdaleka nemusí být snadné. Poslední referát se zabývá stabilitou disipativních systémů a jsou uvedeny aplikace na stabilitu zvrstvené viskózní nestlačitelné kapaliny v gravitačním poli a jistá aplikace v magnetohydrodynamice.

V předmluvě vydavatel P. K. C. Wang vyjadřuje naději, že vydání přednášek symposia pomůže stimulovat výzkum v poměrně nové oblasti úloh optimalizace a stability v mechanice kontinua. Sám neumím objektivně rozhodnout, zda známé optimalizační metody a metody vyšetřování stability přinesou užitek v mechanice kontinua. Myslím ale, že nové pole aplikací by mohlo příznivě ovlivnit teorii optimalizace a stability v tom smyslu, že mohou být formulovány nové problémy, vyžadující nové matematické popisy a tím také rozvoj nových metod. Zejména v referátech o aplikacích dává sborník jisté naděje v tomto smyslu.

Štefan Schwabik, Praha

Hermann Minkowski: BRIEFE AN DAVID HILBERT. Mit Beiträgen und herausgegeben von L. Rüdenberg und H. Zassenhaus, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1973, 43 obr. 165 str.

Těžištěm tohoto téměř bibliofilsky vydaného svazku je soubor dopisů, které v období 1885 až 1908 napsal Hermann Minkowski Davidu Hilbertovi. Předmluvu napsala paní L. Rüdenbergová, Minkowského dcera, která napsala také úvod ke knize, obsahující krátký Minkowského životopis, jeho vlastní curriculum vitae, které napsal při příležitosti jmenování řádným profesorem university v Göttingen a vzpomínky paní Rüdenbergové na otce. Spolu s ní je vydavatelem známý číselný teoretik, profesor Hans Zassenhaus, který do knihy přispěl článkem o prehistorii tzv. Zahlenberichtu; sepsáním tohoto pojednání pověřila německá matematická společnost D. Hilberta a H. Minkowského v roce 1893. Společná práce v plánované formě nevyšla, nicméně práce na Zahlenberichtu inspirovala velmi pozitivně oba matematiky. V dopisech se mnohokrát vyskytuje jméno Friedricha Althoffa v souvislosti s jeho „Individualsystemem". O Althoffovi napsal další poznámku v knize rovněž H. Zassenhaus; popisuje Althoffa jako duchovního otce a organizátora mimořádného rozvoje německé matematiky v daném období. Göttingen (a patrně také jiné proslulé německé university) děkuje právě Althoffovi za to, že se v matematice a fyzice na přelomu století stalo pojmem.

O samotných dopisech Minkowského Hilbertovi mnoho napsat nelze. Jejich přečtení je velkým zážitkem. Dopisy jsou svědectvím velkého přátelství těchto dvou vynikajících vědců, dávají tušit jak navzájem ovlivňovali a podporovali svoji práci. Dnes je nesporné, že tito dva muži formovali dnešní matematiku. Jejich přátelství je základem díla, které spolu vykonali. Je podle mého názoru také vzorem „teamové práce", která vznikla spontánně, z osobního pocitu nutnosti, v zájmu matematiky. Dopisy ukazují kořeny toho, co později vzniklo v Göttingen, a co se stalo mýtem a snem mnoha matematiků. Společný pobyt obou matematiků na universitě v Göttingen od roku 1902, kdy se Minkowski přestěhoval z Curychu je zachycen pochopitelně jen v šesti dopisech. V lednu 1909 umírá H. Minkowski ve věku 44 let na zánět slepého střeva. Je zcela jisté, že ještě mnoho mohl vykonat, a je pravděpodobné, že by, podobně jako Hilbert, ovlivnil ještě více dnešní matematiku.

Štefan Schwabik, Praha

H. Lüneburg: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA. Hochschultext. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Str. 289, cena DM 19,—.

Skripta jsou určena začátečníkům studia matematiky a podle autorových slov v předmluvě tvoří v podstatě obsah jeho třísemestrové úvodní přednášky o lineární algebře konané v letech 1970 až 1972 na universitě v Kaiserslautern.

V první ze sedmi kapitol se autor stručně zmiňuje o celých číslech, množinách a zobrazeních (z naivního hlediska) a podrobněji o konečných množinách. Druhá kapitola obsahuje základní pojmy a věty teorie grup včetně vět o homomorfismu. Obecné výsledky se aplikují na vyšetření cyklických grup a na grupy permutací. Třetí obsáhlejší kapitola je věnována základům teorie okruhů. Obecný výklad zahrnuje pojem ideálu, oboru integrity, tělesa, věty o homomorfismu okruhů, konstrukci podílového okruhu k danému oboru integrity vzhledem k jeho danému multiplikativnímu systému, paragraf o uspořádaných grupách, okruzích a tělesech a paragraf o eukleidovských okruzích. Do tohoto výkladu jsou včleněny paragrafy, v nichž se dosažené výsledky aplikují: dělitelnost v oboru celých čísel, konstrukce tělesa racionálních a reálných čísel, okruh celých p-adických čísel jako okruh endomorfismů Prüferovy grupy příslušné prvočíslu p a jeho podílové těleso, okruh Gaussových celých čísel. Kapitola je zakončena paragrafem o okruzích polynomů. Čtvrtá a pátá kapitola se zabývají výkladem základních vlastností vektorových prostorů, lineárních zobrazení, matic, soustav lineárních rovnic a determinantů. Před popis struktury libovolného vektorového prostoru je vložen potřebný paragraf o axiomu výběru a jsou uvedeny některé jeho ekvivalentní tvary. Jako příklad užití matic podává autor konstrukci těles kvaternionů libovolné charakteristiky. V šesté kapitole se čtenář dovídá o základech teorie těles, jež je tu využita ke konstrukci tělesa komplexních čísel a k důkazu jeho algebraické uzavřenosti, a dále k vyšetření tvaru konečných těles včetně Wedderburnovy věty. Poslední kapitola je věnována normálnímu tvaru lineárního zobrazení a matice a její těžiště tvoří výklad teorie konečně generovaných modulů nad okruhy hlavních ideálů. Knížka obsahuje řadu úloh k procvičení i k rozšíření látky a řadu odkazů na další literaturu.

Skripta jsou napsána s porozuměním pro čtenáře začátečníka; autor věnuje hodně pozornosti tomu, aby ukázal čtenáři důvody, které vedou k zavedení jednotlivých pojmů anebo které určují směr dalšího vyšetřování. Základním sympatickým rysem je soustavná autorova snaha poskytnout čtenáři vedle abstraktní teorie i dostatek konkrétních příkladů, které oživují a doplňují základní výklad. Skripta jsou dobrou úvodní učebnicí algebry a mohou dát užitečné podněty i tomu, kdo úvod do algebry přednáší.

Václav Vilhelm, Praha

L. A. Skornjakow: ELEMENTE DER VERBANDSTHEORIE. Wissenschaftliche Taschenbücher, Band 130. Akademie-Verlag, Berlin 1973. Stran 177, 12 obrázků. (Překlad z ruského originálu Л. А. Скорняков: Элементы теории структур. Наука, Москва.)

Skornjakovova knížka o teorii svazů je stručný spisek určený těm, kteří se chtějí seznámit se základními fakty a metodami teorie svazů užitečnými pro jiné obory matematiky. Tomuto cíli odpovídá výběr a rozsah látky. Vlastní text na 166 stránkách kapesního formátu obsahuje osm kapitol: částečně uspořádané množiny, transfinitní čísla, úplné svazy, svazy, volné svazy, modulární svazy, distributivní svazy, Booleovy algebry. Čtenář v nich nalezne základní důležité výsledky teorie svazů vyložené velmi přístupnou formou nevyžadující předběžných znalostí. Text je doplněn více než stem cvičení a stručným seznamem základní literatury.

Václav Vilhelm, Praha

Jean Céa: OPTIMISATION. Théorie et algorithmes. Dunod, Paris 1971. X + 228 stran. Cena 88 F.

Jak říká autor v předmluvě, je *optimalizace* přirozený pojem z běžného života: je-li dán nějaký problém, hledá se mezi možnými řešeními to, které je v jistém smyslu „nejlepší". V matematické formulaci pak jde o hledání prvku, který minimalizuje daný funkcionál. Céa chce dát (a také dává) přehled o teoretických podkladech a praktických algoritmech řešení této „úlohy z denního života". Jeho přístup je velmi obecný; zdůrazňuje společné rysy jednotlivých metod řešení a klasifikuje je. Přitom vědomě opomíjí numerickou (početně-technickou) stránku věci; říká: „Skoro všechny metody vyložené v této knize byly numericky testovány. Srovnání numerických metod je problém velmi delikátní a není v tomto díle studováno." Výklad ovšem přes svůj záměrně teoretický charakter zachází i do podrobností užitečných a nutných pro toho, kdo metody prakticky aplikuje, včetně různých poznámek o použitelnosti té či oné konkrétní metody na ten či onen konkrétní problém; autor zde vychází ze své bohaté zkušenosti a kniha působí na první pohled často dojmem přehledného „návodu k použití".

Zdůrazňuji slova *na první pohled.* Kniha je totiž psána velmi stručným, až lakonickým stylem, s bohatým využitím kvantifikátorů, a o některých stránkách lze (bez velkého přehánění) říci, že plocha, kterou zabírá souvislý text, je zanedbatelná vzhledem k ploše, zabrané matematickými symboly. To by principiálně nemuselo být na závadu, zde to však podle mého soudu může „širším čtenářským vrstvám" znesnadnit orientaci. Přitom úvod je psán velmi přehledným a instruktivním způsobem a ukazuje zdařilým způsobem východiska celé problematiky i obtíže, které při realizaci optimalizačních metod vznikají, ale o to větší je pak kontrast mezi úvodními (možno říci „propagačními") slovy a záplavou výsledků v dalším textu. Pochopitelné by to bylo ještě u obou prvních kapitol, které na 60 stránkách obsahují všechen potřebný funkcionálně-analytický aparát (teorie Banachových a Hilbertových prostorů, Gateauxova a Fréchetova derivace), ale podobně je tomu i u zbývajících tří kapitol, tvořících podstatu knihy.

K obsahu těchto tří kapitol: V kap. 3 jde o hledání minima funkcionálu bez vazebných podmínek. Na začátku je uveden přehled vět o existenci a jednoznačnosti minima funkcionálu s příklady. Je vyloženo obecné schéma metod spádu za použití Gateauxovy derivace a jsou popsány konkrétní postupy pro určení směru spádu (metoda gradientů, Newtonova metoda aj.) i různé modifikace a zobecnění. Je diskutována i otázka délky kroku při vybraném směru a jsou formulovány podmínky konvergence popsaných algoritmů. Je pojednáno o tzv. *přímých metodách,* jak autor nazývá metody nepoužívající diferencovatelnosti funkcionálu. — V kap. 4 je vyšetřován případ minimalizace funkcionálu s vazbou. Je uvažován pouze konvexní funkcionál a autor rozlišuje tři typy metod: iterační metody, respektující vazebné podmínky, dále tzv. *penalizační metody,* v nichž je problém s vazbou nahrazen problémem bez vazby, a konečně tzv. *metody rozkladu* (décomposition), mezi něž autor zahrnuje všechny metody, které řešení složitého problému převádějí na sled „elementárních" problémů, které lze řešit simultánně. U všech typů jsou uvedeny podmínky konvergence a udány příklady aplikace těchto metod. — Krátká kapitola 5 je věnována teorii duality, založené na větě Hahnově-Banachově a na obecné větě o minimaxu; užití této metody je vysvětleno na obecnějších příkladech.

Je třeba říci, že Céova kniha působí velmi pěkným přehledným a uspořádaným dojmem. Potěší každého odborníka, neboť ukazuje, že abstraktní výsledky lze podat stručně a přitom jasně a že je lze vhodně ilustrovat; jako *učebnici* teorie a aplikací optimalizace bych se ovšem knihu neodvažoval charakterizovat. Uvádí-li se na záložce, že kniha bude zajímat matematiky, fyziky, inženýry a ekonomy, kteří řeší problémy optimalizace, je třeba dodat, že se musí jednat o ekonomy etc. značně (matematicky) fundované.

Alois Kufner, Praha

Jean Dieudonné: GRUNDZÜGE DER MODERNEN ANALYSIS. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971. 388 stran. Cena neuvedena.

Od svého prvního vydání v roce 1960 vyvolalo průkopnické dílo známého „burbakisty" mnohé vzrušené diskuse a ovlivnilo programy studia matematiky na celém světě. U nás se stalo přístupné především ruským překladem z roku 1964, a lze tedy předpokládat, že o něm čtenáři u nás vědí dost, než aby bylo třeba je podrobně rozebírat. Dodejme tedy jen tolik, že německý překlad byl pořízen L. Bollem a K. Matthesem podle už sedmého anglického vydání z roku 1968, že je uveden předmluvou Gottfrieda Kötheho a že je (na rozdíl od předchozích vydání) rozšířen o doplněk, obsahující vše z lineární algebry, co čtenář potřebuje k pochopení vyložené látky znát. Připomeňme ještě obsah: 1. Základy teorie množin. — 2. Reálná čísla. — 3. Metrické prostory. — 4. Další vlastnosti reálné číselné přímky. — 5. Normované prostory. — 6. Hilbertovy prostory. — 7. Prostory spojitých funkcí. — 8. Diferenciální počet. — 9. Analytické funkce. — 9'. Užití analytických funkcí v topologii roviny. — 10. Existenční věty. — 11. Elementární spektrální teorie. — Doplněk. Základy lineární algebry.

Už zde bylo řečeno, že Dieudonného kniha nezůstala bez vlivu na výuku matematiky; i u nás se tento vliv projevil. Autorův přístup je skutečně moderní, klade důraz na pojmy, na axiomatickou stavbu, snaží se podporovat „abstraktní názor" čtenáře na rozdíl od tradovaného „geometrického názoru", jemuž se autor důsledně vyhývá („minimálně ve formálních důkazech", jak se praví v autorově předmluvě; v souvislosti s tím je snad vhodné citovat z Kötheho předmluvy, podle níž jsou „požadavky, které větší abstraktnost klade na čtenáře, ulehčeny silně geometrickým jazykem"). Od *modernosti* je ovšem jen malý krůček k *módnosti,* a zdá se, že ne vždy a ne všude byl tento jemný rozdíl plně pochopen. Snad by proto bylo dobré připomenout, že recenzovaná kniha vznikla z přednášek, které autor konal v létech 1956—1957 v USA *pro studenty s ukončeným základním studiem nebo pro mimořádně pokročilé studenty nižších ročníků:* aby se nestávalo, že student ví, co je diferenciál zobrazení z E do F, ale neumí spočítat prostou parciální derivaci.

Z předmluvy G. Kötheho též vyplývá, že posuzovaná kniha tvoří první část proponovaného čtyřsvazkového díla, věnovaného výkladu základů analýzy axiomatickou metodou.

Alois Kufner, Praha

G. Duvaut, J. L. Lions: LES INÉQUATIONS EN MÉCANIQUE ET EN PHYSIQUE. Dunod, Paris 1972. XX + 388 stran. Cena 118,— F.

Celá řada fyzikálních situací vede v matematické formulaci na problém najít funkci $u(x)$ nebo $u(x, t)$ (kde x jsou prostorové proměnné a t obvykle čas), která je řešením okrajové úlohy, v níž místo obvyklých rovností (v rovnici či v okrajových a počátečních podmínkách) vystupují *nerovnosti.* Autoři posuzované knihy to hned v úvodu ilustrují elementární fyzikalní úlohou, v níž jde o určení tlaku v kapalině, zaujímající trojrozměrný obor Ω s hranicí Γ, kterou tvoří polopropustná membrána; jde tedy o nalezení funkce $u(x, t)$ a úloha je popsána rovnicí $\partial u/\partial t - \Delta u = g$ pro $x \in \Omega$ a $t > 0$, obvyklou počáteční podmínkou $u(x, 0) = u_0(x)$ a okrajovými podmínkami tohoto typu:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{pro} \quad u(x, t) > 0\,, \quad \frac{\partial u}{\partial n} \geqq 0 \quad \text{pro} \quad u(x, t) = 0$$

(je $x \in \Gamma$ a $t > 0$). Tuto „klasickou" fomulaci problému lze nahradit formulací „variační", v níž pak jde o hledání řešení jisté evoluční (parabolické) nerovnosti.

Duvautova a Lionsova kniha je věnována právě studiu takových situací v mechanice a ve fyzice, jejich popisu a matematickému řešení odpovídajících nerovností. Na příkladech, vybraných z problematiky polopropustných prostředí, vedení tepla, pružnosti, plasticity, z teorie rovinných desek i z nauky o elektřině celou problematiku formulace úloh v jazyku variačních nerovností vhodně ilustrují; každá ze sedmi kapitol je věnována jednomu fyzikálnímu odvětví, rozebírají se v ní případy pro toto odvětví charakteristické, a kniha jako celek představuje zdařilý úvod do problematiky moderních metod řešení problémů matematické fyziky, demonstrovaných především na praktických ukázkách.

Klíčovou úlohu v knize hraje kapitola první, obsahující základy nutné k pochopení obsahu všech dalších kapitol, a to základy jak fyzikální (mj. přehled některých partií mechaniky kontinua), tak matematické (přehled potřebných poznatků z funkcionální analýzy). Další kapitoly jsou pak relativně nezávislé a mají zhruba tuto strukturu: Jsou podány některé potřebné fyzikálně-technické informace, je formulován problém, a to především variačně, někdy však pro srovnání i klasicky, a je pojednáno o řešení variačního problému. Budiž přitom podotknuto, že řešením jsou zde míněny především existenční věty a případně věty o jednoznačnosti; numerickou stránku celé problematiky autoři nestudují a má jí být věnována vzláštní kniha.

Kniha je jakousi syntézou moderních matematických metod a některých partií fyziky a mechaniky, syntézou vyjádřenou především spojením osob obou autorů. Matematik, zabývající se teorií diferenciálních rovnic, zde najde řadu argumentů pro užitečnost a životaschopnost této teorie, fyzik se zase může poučit o tom, jak hlubokých a abstraktních funkcionálně analytických metod lze pro řešení jeho problémů (přesněji: *některých* jeho problémů) použít. Kniha bude ovšem od každého z nich vyžadovat poměrně dobrou orientaci v druhé disciplině, a proto se domnívám, že nejvíce užitku přinese kniha těm (jednotlivcům a ještě spíše asi kolektivům), kdož dobře znají fyzikální problematiku a mají pochopení pro moderní matematické metody. Záložka knihy tedy — konečně jako záložky většiny knih — asi poněkud přehání, počítá-li mezi zájemce o knihu „badatele v čisté i aplikované analýze, v mechanice, ve fyzice, stejně jako inženýry".

Na závěr dodejme, že kniha působí přehledným dojmem a že jistě přispěje k orientaci čtenáře v celé problematice; k tomu přispívají otevřené problémy v knize formulované i (stručné) komentáře k jednotlivým kapitolám, týkající se podstatně širšího okruhu otázek.

Alois Kufner, Praha

Alexander Ostrowski: AUFGABENSAMMLUNG ZUR INFINITESIMALRECHNUNG. Band II A: Differentialrechnung auf dem Gebiet mehrer Variablen; Aufgaben und Hinweise. Band II B: Differentialrechnung auf dem Gebiet mehrer Variablen; Lösungen. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1972. 530 stran (díl II A 300 stran, díl II B 230 stran); cena 83,— sfr. (díl II A 44,— sfr., díl II B 39,— sfr.).

Dvousvazková sbírka příkladů vychází jako díl 38 a díl 47 *Matematické řady učebnic a monografií z oboru exaktních věd.* Ve stejné řadě vydal autor třídílnou učebnici diferenciálního a integrálního počtu (vyšla zde jako díly 4, 5 a 7 v letech 1965, 1969 a 1967) a sbírka odpovídá obsahem druhému dílu této učebnice. Až na několik výjimek týkajích se funkcí jedné proměnné je věnována diferenciálnímu počtu funkcí více proměnných a některým aplikacím, především úlohám na numerické derivování a integrování a (dosti obsáhle) úlohám z diferenciální geometrie.

Celkem bohatý obsah je členěn do 31 paragrafů. Díl II A obsahuje v první části *úlohy* (str. 11—222), v druhé pak *návody* k některým úlohám; samostatný díl II B tvoří *řešení* jednotlivých úloh. Příkladů je více než 1500 a sympatické na sbírce je to, že jen malá část příkladů je věnována mechanickému procvičení a že naopak většina jich má teoretičtější ráz (jsou to skutečně spíše *úlohy* než *příklady*). Ostrowského sbírka tím může vhodně doplnit řadu u nás rozšířených a populárních sbírek.

Jak už bylo řečeno, navazuje sbírka na druhý díl autorovy učebnice; lze ji však užít samostatně, neboť každý paragraf je uveden souhrnem pojmů, vzorců a vět, jichž je k řešení úloh zapotřebí. Poněkud rušivě působí především dva faktory: Autor používá občas označení, které není běžné, a to by mohlo vadit především tomu, kdo sbírku používá nesoustavně, k procvičování jen některých partií; takových čtenářů má každá sbírka jistě nezanedbatelný počet, a ti si pak nemusí být jisti, zda se třeba na str. 127 ve zmínce o „rovnici $\sqrt{x} \urcorner \alpha + \beta x$" jedná o tiskovou chybu či o autorův svérázný symbol. A dále je (z důvodů ne zcela jasných, úspora místa nemohla hrát takovou roli) použito zkratek v míře skoro neúnosné (týká se to oddílů „Návody" a „Řešení"). Na str. 9 je sice uveden seznam zkratek, ale ten není úplný; některé partie působí pak spíše dojmem konceptu. V češtině to lze těžko reprodukovat; uveďme proto jako ukázku tento návod ze str. 224: „Seien P e. Pkt. v. $G - A$ u. Q e. HS v. $A - G$." Zde HS značí (zřejmě) „Häufungsstelle" čili hromadný bod.

Ale čtenářům, kteří budou sbírku používat pečlivě a s jistou dávkou kritičnosti (aby se nenechali oklamat tvrzeními, která nejsou zcela v pořádku — např. na str. 119 dole), lze Ostrowského dílo doporučit; přispěje to k obohacení jejich „repertoáru".

Alois Kufner, Praha

R. Faure, B. Lemaire: MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATICIEN, I. (Matematika pro informatiky, I.) V řadě Programmation vydalo nakladatelství Gauthier-Villars, Paříž 1973; 140 stran, cena 45 F.

Představovat našim čtenářům prof. R. Faurea je snad zbytečné; znají ho jako autora četných děl, v nichž vždy prokázal svou velkou schopnost poutavě a metodicky propracovaně vykládat problematiku jak teoretické matematiky tak i jejích aplikací, zejména v operačním výzkumu. Tentokrát si se svým spolupracovníkem a bývalým žákem B. Lemairem vzal za úkol vyložit přehlednou formou základy těch oborů matematiky, které jsou zvláště důležité pro studium informatiky.

V této souvislosti stojí za zmínku již samotné názory prof. Faurea na význam a důležitost jednotlivých matematických disciplín, jak je najdeme zachyceny v předmluvě k této knížce. Prof. Faure plně uznává samostatnost informatiky jako vědní disciplíny; rozhodně v ní nevidí pouze „vědu o počítačích". Věří, že její vztahy k matematice, jejíhož aparátu tolik využívá, jsou tak početné a hluboké, aby stálo za to důkladně promyslet, kolik a čeho z matematiky patří k žádoucí či nezbytné výzbroji odborníka v informatice.

Za hlavní oblast důležitou pro informatiku považuje prof. Faure především tzv. diskrétní, konečnou matematiku. Je si ovšem vědom, že informatik potřebuje stále více i některé jiné obory (např. určité partie z teorie pravděpodobnosti), v této knize se však soustřeďuje jen na elementy teorie konečných množin, relací a algebraických struktur.

Vlastní text knihy je rozvržen do šesti kapitol: 1. *Od názoru k formalisaci* (elementy „naivní" teorie množin a logiky). 2. *Relace* (především binární). 3. *Uspořádané struktury* (včetně svazů). 4. *Elementy teorie grafů*. 5. *Vnitřní operace. Grupoidy*. 6. *Monoidy a automaty*.

Již z názvů jednotlivých kapitol je celkem patrno, co všechno se v knize probírá. Celý text je psán sice velmi stručně a úsporně, avšak nijak suchopárně. Zaváděné abstraktní pojmy jsou soustavně ilustrovány četnými a zajímavě volenými příklady; nechybí ani typicky francouzské spirituality. Výsledkem je kniha nesporně povedená, kterou lze — ostatně ve shodě s tichým přáním autorů — doporučit i pro pedagogické účely.

Se zájmem tedy očekáváme vydání druhého svazku, kde mají autoři v úmyslu pokračovat výkladem dalších algebraických struktur (grupa, okruh, těleso, modul), Booleovy algebry, matic, Galoisovy teorie, logiky, teorie kódování atd.

František Zítek, Praha

W. Blaschke - K. Leichtweiss: ELEMENTARE DIFFERENTIALGEOMETRIE. 5. vollständig neubearbeitete Auflage. Die Grundlagen der math. Wissenschaften, Bd. 1. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Stran X + 369, cena 96 DM.

Čtvrté vydání Blaschkeho knihy vyšlo v r. 1945, recensované vydání je prakticky novou knihou, napsanou prof. K. Leichtweissem. Důležité však je, že styl a duch Blaschkeho textu byl zachován a tato kniha se stává ozdobou matematické knihovny.

První kapitola je věnována teorii křivek. Odvozují a vysvětlují se Frenetovy formule a probírají se některé speciální křivky. Navazující druhá kapitola pojednává o extrémech v teorii křivek, např. se řeší isoperimetrická úloha, konečně v třetí kapitole se probírá teorie pruhů jako příprava k obecné teorii ploch, která začíná čtvrtou kapitolou. Na několika málo stránkách se zavádějí základní formy plochy, křivosti, speciální křivky a dokazují se známé elementární věty. Naprosto přesně se dokazuje určenost plochy oběma základními formami, příslušné věty z teorie parciálních diferenciálních rovnic jsou dokonce dokázány. Kapitola končí velmi názorným zavedením tensorů na ploše a jejich kovariantního derivování.

Blaschke byl velkým geometrem, kterému byl přednější krásný a názorný výsledek než podřízení výsledků bezduchému formalismu. Proto vedle přímých a tensorových metod užívá i metod Cartanových, kterým je věnována pátá kapitola. Nemohu říci, že tato kapitola by mne maximálně uspokojila. Výklad je veden spíše názorně, vztah vnějších diferenciálních forem s antisymetrickými tensory je odvozován příliš těžkopádně. Stokesova věta je vyslovena bez důkazu jen zcela mimochodem. Užití Cartanových metod v dalších kapitolách nelze však již nic vytknout.

Šestá kapitola je věnována vnitřní geometrii plochy. Po podrobném výkladu o geodetikách se autoři zabývají plochami konstantní křivosti, Gaussovou-Bonnetovou formulí a jejími důsledky. Rozsáhlá sedmá kapitola je nejcennější na celé knize, nazývá se *Otázky teorie ploch ve velkém.* V úvodu se Eulerova charakteristika uzavřené plochy vyjadřuje pomocí integrálu Gaussovy křivosti a pomocí Poincarého indexového vzorce. Dokazuje se, že jediné uzavřené orientovatelné plochy rodu nula s konstantní střední nebo Gaussovou křivostí jsou sféry. Jako hlavní důkazová metoda pro globální tvrzení se však v dalším užívají aplikace Stokesovy věty. Velmi podrobně se dokazují následující tvrzení: (a) Jestliže v průsečících ovaloidu (tj. konvexní plochy s $K > 0$) s přímkami daného směru jsou stejné Gaussovy nebo střední křivosti, pak ovaloid má rovinu symetrie (H. Hopf, K. Voss); (b) Jestliže dva ovaloidy jsou na sebe tak zobrazeny, že v odpovídajících bodech mají stejné vektory normály a součet resp. součin poloměrů hlavních křivostí, pak se shodují až na translaci (Christoffel, Minkowski; důkaz podle Hsiunga a Cherna); (c) Isometrické ovaloidy jsou shodné (G. Herglotz, je proveden důkaz rovněž pomocí indexové metody). Problém globální realisace dané metriky se neprobírá, pouze se dokazuje (Hilbert), že metrika $ds^2 = y^{-2}(dx^2 + dy^2)$ na $y > 0$ není metrikou plochy eukleidovského prostoru. Další část kapitoly je věnována geodetikám na plochách s úplnou metrikou, konečně se dokazuje srovnávací věta o úhlech trojúhelníka na ovaloidu a sféře (A. D. Aleksandrov) a odvozují odhady pro vnitřní průměr ovaloidu. Poslední kapitola má název *Extrémy v teorii ploch.* Zde se velmi podrobně studují minimální plochy, ukazuje isoperimetrická vlastnost sféry a probírá Steinerova symetrisace ovaloidu.

Každá kapitola knihy je doplněna příklady a poznámkami, které jsou velmi cenné a jež obsahují hlavně odkazy na novou literaturu.

Profesor Leichtweiss začínal psáti knihu s prvotřídním podkladem původních Blaschkeho textů. Odvedl naprosto dokonalou práci. Každý, kdo chce studovati diferenciální geometrii nebo ji přednášeti, si musí nyní položiti velmi vážnou otázku, nemá-li užívati recensované knihy jako nejvhodnějšího materiálu. Znalec pak zjistí, že v názvu uvedené slovo elementární se vztahuje na předmět zkoumání (striktně omezený na křivky a plochy trojrozměrného prostoru) a jasnost výkladu, nikoliv však na elementárnost myšlenek.

Alois Švec, Praha

D. R. Hughes - F. C. Piper: PROJECTIVE PLANES. Graduate Text in Math. 6. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1973. Stran X + 291, cena 36,50 DM.

Knížky o projektivních rovinách se stále zlepšují: nedávno jsem velmi chválil Stevensonovu knihu (viz tento časopis 1974, str. 97), nyní musím minimálně stejnou měrou doporučiti recensovanou knihu. Materiálu je v ní snad o poznání méně, ale hlavně naprosto dokonalým výkladem by mohla býti definitivním textem teorie projektivních rovin. Jestliže často mluvíme o způsobu výkladu matematických teorií, může nám tato kniha být vzorem.

Protože se domnívám, že tato kniha by měla být u nás v maximální míře používána, popíši její obsah podrobněji. První kapitola je pouhým přehledem definic a vět (většinou bez důkazů) z teorie těles, grup a vektorových prostorů. Druhá kapitola je prakticky samostatnou učebnicí teorie klasických projektivních rovin. Autoři naprosto správně vycházejí z toho, že předmětem studia není množství konkrétních vět, ale stanovení tvrzení, která platí v klasickém případě, ale obecně neplatí v obecném případě. Projektivní prostor je zde definován obvyklým způsobem jako množina jednodimensionálních podprostorů (levého nebo pravého) vektorového prostoru nad tělesem; tělesem se zde rozumí případ komutativní i nekomutativní. Definují se duální prostory a podrobně studují automorfismy projektivního prostoru (kolineace, korelace a polarity) a kuželosečky. Zavádějí se afinní roviny a krátce se studují jejich automorfismy a kuželosečky. Třetí kapitola je již věnována elementárním vlastnostem projektivních a afinních rovin. Projektivní rovinou se zde rozumí množina bodů a přímek s relací incidence, splňující tyto axiomy: (a) dva různé body (přímky) jsou incidentní s jedinou přímkou (bodem), (b) existují čtyři body, z nichž žádné tři nejsou incidentní s jednou přímkou. Dokazuje se Bruckova-Ryserova věta o neexistenci projektivní roviny. Další kapitola se zabývá studiem kolineací. Prostředkem studia jsou tzv. kvasiperspektivity, tj. takové kolineace α, pro něž množina $F(\alpha)$ pevných bodů a přímek je Baerova podmnožina, což znamená, že každý element z projektivní roviny je incidentní s nějakým elementem z $F(\alpha)$. Pátá kapitola je věnována zavedení souřadnic do projektivní roviny, souřadnice vytvářejí planární ternární okruh; v šesté kapitole jsou tyto okruhy podrobně studovány. Velká pozornost je věnována tomu, jak se určitá algebraická vlastnost okruhu odráží v geometrické struktuře odpovídající projektivní roviny. Kapitoly sedmá a osmá velmi podrobně studují roviny nad kvasitělesy a okruhy s dělením, v kapitole deváté jsou uvedeny četné příklady nedesarguesovských rovin. Následující dvě kapitoly jsou věnovány konstrukcím projektivních rovin (pomocí tzv. derivací a volných uzávěrů konfigurací). Kapitoly dvanáctá a třináctá obsahují hluboké výsledky o polaritách a kolineacích v konečných rovinách. Konečně v poslední kapitole je dokázána Wagnerova věta (je-li grupa kolineací konečné afinní roviny transitivní na afinních přímkách, je rovina translační).

V poznámkách na konci kapitol i průběžně v textu jsou velmi pečlivě uvedeny literární odkazy a upozorňuje se na širší problematiku.

Alois Švec, Praha

F. Bachmann: AUFBAU DER GEOMETRIE AUS DEM SPIEGELUNGSBEGRIFF. Die Grundlehren d. math. Wissenschaften, Bd. 96. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Stran XVI + 374, cena 78 DM.

Bachmannova kniha vyšla poprvé v r. 1959, u nás je dostupná v ruském překladu z r. 1969, který redigoval a předmluvou opatřil I. M. Jaglom.

Představme si obyčejnou eukleidovskou rovinu. Grupu jejích pohybů označme G, množinu všech osových souměrností označme $S \subset G$. Je zřejmé, že pro každý element $a \in S$ platí $a^2 = 1$, kde 1 je jednotkový prvek grupy G (tj. identita). Dále je známé, že každý pohyb vznikne složením maximálně tří osových souměrností. Velkými písmeny $A, B, \ldots$ označme ty involutivní elementy z G (tj. elementy s $A^2 = B^2 = \ldots = 1$), které je možno psáti ve tvaru $A = ab$, kde $a, b \in S$; tyto elementy jsou zřejmě středovými souměrnostmi. Konečně pro $\varrho, \sigma \in G$ pišme $\varrho \mid \sigma$, jestliže $\varrho\sigma$ je involutivní element. Trpělivější čtenář se snadno přesvědčí, že platí: (0) S je normální podmnožina v G a generuje G; (1) k A, B existuje prvek $a \in S$ tak, že $A, B \mid a$; (2) z $A, B \mid a, b$ plyne $A = B$ nebo $a = b$; (3) z $a, b, c \mid A$ plyne existence takového d, že $abc = d$; (4) z $a, b, c \mid e$ plyne existence takového d, že $abc = d$; (5) existují a, b, c, pro něž neplatí $a \mid b$, $c \mid a$, $c \mid b$, $c \mid ab$. Absolutní metrickou rovinou nyní podle Bachmanna nazýváme grupu G s danou podmnožinou $S \subset G$ involutivních elementů, které vyhovují axiomům (0)—(5). Přidáním dalších axiomů dostáváme eukleidovskou nebo neeukleidovskou rovinu. Bachmannova kniha systematicky rozvíjí geometrii těchto rovin.

Druhé vydání knihy je významné tím, že obsahuje dodatek, shrnující řadu výsledků, dosažených od prvního vydání. V první části dodatku se uvádějí výsledky o involutivních prvcích grupy, zaměřené na tyto teorie: Hjelmslevovy grupy, S-grupy, n-dimensionální absolutní geometrie, ortogonální grupy jako involutivně generované grupy, kinematické prostory, modely absolutních geometrií. Jeden paragraf dodatku vysvětluje Pejasovy výsledky o algebraické charakterizaci rovin, daných Hilbertovými axiomy. Rovněž seznam literatury byl doplněn.

Alois Švec, Praha

G. Warner: HARMONIC ANALYSIS ON SEMI-SIMPLE LIE GROUPS II. Die Grundlehren der math. Wissenschaften, Bd. 189. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Stran VIII + 491, cena 98 DM.

První část této knihy jsem recensoval v tomto časopise (1974, str. 309).

Kapitola šestá se zabývá obecnou teorií sférických funkcí a jejich příklady (sférické funkce na grupě pohybů a polojednoduchých Lieových grupách). Sedmá kapitola shrnuje výsledky o duálním prostoru dané lokálně kompaktní grupy, tj. množině unitárních tříd ekvivalence ireducibilních unitárních representací grupy; plný výklad je uveden v Dixmierově knize Les C^*-algèbres (Gauthier-Villars, 1964). Rozsáhlá osmá kapitola je věnována analýze na polojednoduché Lieově grupě, zbývající dvě kapitoly teorii sférických funkcí.

Alois Švec, Praha

PROCEEDINGS OF THE THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN FLUID MECHANICS. Volume I/II. Edited by Henri Cabannes and Roger Temam. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Stran 186 + 275, cena sv. I DM 18,—, sv. II DM 26,—. (Lecture Notes in Physics sv. 18 a 19.)

Recenzovaná publikace je sborník přednášek a sdělení, které byly předneseny na třetí mezinárodní konferenci o numerických metodách v mechanice tekutin, konané na pařížské universitě ve dnech 3.—7. července 1972. Tato konference navazovala na konference konané na totéž téma v Novosibirsku (SSSR) v roce 1969 a v Berkeley (USA) v roce 1970 (sborník druhé konference byl recenzován v Čas. pěst. mat. *98* (1973), str. 218). Konference se zúčastnili specialisté z USA, Kanady, západní Evropy a SSSR; nejpočetněji byly zastoupeny USA, Francie a SSSR.

Byly předneseny tři hlavní (přehledné) přednášky a 48 krátkých sdělení. Hlavními přednášejícími byli akademik A. A. Dorodnicyn (ředitel Výpočetního střediska AV SSSR), profesor P. Morel (ředitel Laboratoře dynamické meteorologie CNRS) a profesor R. D. Richtmyer (University of Colorado, USA). Krátká sdělení byla přednesena ve dvou skupinách: 1. Základní numerické metody, 2. Problémy mechaniky tekutin. Hlavní přednášky a 13 sdělení prvé skupiny tvoří obsah prvního dílu sborníku, 35 sdělení druhé skupiny je obsaženo ve druhém dílu.

Vzhledem k velkému počtu a různorodému charakteru příspěvků není možno je na tomto místě podrobněji charakterizovat. Uveďme alespoň názvy hlavních přednášek:

A. A. Dorodnicyn: *Review of Methods for Solving the Navier-Stokes Equations* (přehled sovětských výsledků);

P. Morel: *Atmospheric Dynamics and the Numerical Simulation of Atmospheric Circulation* (velmi obsáhlá přednáška s více než padesáti položkami bibliografie);

R. D. Richtmyer: *Methods for (Generally Unsteady) Flows with Shocks: A Brief Survey* (filosofický komentář k vývoji numerických metod pro dynamiku stlačitelných tekutin).

Až na nečetné výjimky v prvé skupině jsou sdělení zcela jednoznačně zaměřena na praktické řešení problémů mechaniky tekutin a nepojednávají tedy o teorii numerických metod. Některé příspěvky jsou vlastně jen popisem a hodnocením určitých numerických experimentů.

Recenzovaný sborník bude užitečný především pro ty odborníky, jejichž okruh zájmů zahrnuje aplikace numerické matematiky v mechanice tekutin. Podněty ke své práci v něm však mohou najít i ti, kdo se zabývají numerickou matematikou teoreticky, neboť (pokud to mohu posoudit) obráží současný stav počítání v jedné důležité oblasti aplikovaného výzkumu.

Petr Přikryl, Praha