Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 98 (1973), No. 4, 422--433

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117814`

RECENSE

Ernst Peschl, ANALYTICKÁ GEOMETRIE A LINEÁRNÍ ALGEBRA. Praha, 1971, SNTL — Státní nakladatelství technické liferatury; 244 str., 6 obr. Cena brož. výt. Kčs 19,00, cena váz. výt. Kčs 29,00. Z německého originálu Analytische Geometrie und lineare Algebra, nakl. Bibliographisches Institut v Mannheimu, přeložil prof. Dr. Fr. Šik, DrSc.

Hned na začátku bych rád uvedl, že je to jedna z mála velmi dobrých úvodních příruček či lépe učebnic základů analytické geometrie, i když v podstatě vlastní analytické geometrii lineárních a kvadratických variet je věnována přibližně jen asi třetina knihy, a to poslední dvě kapitoly z celkem třinácti kapitol. Prvých jedenáct kapitol prakticky představuje neobyčejně pečlivý výběr nejdůležitějších pojmů a vět z některých elementárních partií lineární algebry, které ve svém souhrnu umožňují přesné a přehledné vybudování základů analytické geometrie. O ostré hranici mezi lineární algebrou a analytickou geometrií nelze dost dobře hovořit, a tak pochopitelně v algebraické části vystupují již také mnohé významné geometrické pojmy a věty.

Po stručném úvodu a krátkém názorném zavedení vektorového prostoru přistupuje autor v duchu moderního pojetí výstavby analytické geometrie ihned k ústřednímu pojmu, a to k definici abstraktního n-rozměrného vektorového prostoru a ke studiu jeho vektorových podprostorů. Pak následují celkem stručné ale velmi hutné a korektně podané úvody do maticového počtu a do teorie determinentů, samozřejmě vhodným výběrem látky zaměřené na uplatnění v analytické geometrii. Nalezených výsledků je ihned užito k rozvinutí elementů teorie objemu. Další fundamentální pojmy, a to skalární součin vektorů (tedy přechod k metrickému vektorovému prostoru) a vektorový součin, spolu s úsporným rozvinutím příslušného aparátu umožňují autoru zabývat se úhly mezi vektorovými podprostory, prohloubit teorii objemu a dokonce, byť zcela stručně, aplikovat výsledky na trigonometrii jak rovinnou tak i sférickou. Studium vektorových prostorů je zakončeno vyšetřováním speciálních automorfizmů (otáčení); speciálně jsou projednávány případy $n = 2$ (v souvislosti s komplexními čísly) a $n = 3,4$ (v souvislosti s kvaterniony). Závěrečná část věnovaná již jen vlastní analytické geometrii se zabývá n-rozměrnými bodovými prostory (projektivním, afinním a euklidovským) a jejich lineárními a kvadratickými varietami. Přitom největší pozornost je soustředěna na geometrii afinního prostoru. Je to důsledek autorova zásadního uplatňování jednoho ze základních principů Kleinova Erlangenského programu: věty, které obsahově patří do geometrie nějaké grupy transformací, mají se dokazovat pouze prostředky této geometrie. Pro kvadratické variety jsou nalezeny projektivní, afinní a euklidovské normální tvary rovnic (v překladu: normální formy).

Matematik-geometr přečte knížku s opravdovým potěšením. Pro začátečníka — podle mého názoru — je poměrně dost náročná. Vyjadřování je totiž velmi úsporné, někdy až skoupé. Překladatel byl si toho vědom a některá příliš stručná místa vhodně doplnil popř. upřesnil podrobnějším výkladem. Za zvlášť šťastné pokládám rozhodnutí překladatele odchýlit se poněkud od originálu a dovést problém určení úhlu dvou vektorových podprostorů n-rozměrného vektorového prostoru až do konce a nalezený výsledek formulovat větou.

Dá se očekávat, že knížky bude hodně používáno, zvláště mezi techniky, a že tak do určité míry bude mít vliv na geometrickou terminologii. Je proto škoda, že ve výkladech o kvadratických varietách v n-rozměrném euklidovském prostoru terminologie je poněkud rozkolísaná. Místo nadkoule zřejmě má být kulová nadplocha; podobně místo kužel a nadkužel má být kuželová plocha a kuželová nadplocha (těchto termínů se ovšem užívá jen u nás). V případě $n > 3$ se jednou mluví o hyperboloidech a paraboloidech, podruhé správně (v přehledu na konci knížky) je uvedeno nadhyperboloidy a nadparaboloidy. U nadelipsoidů místo ν-tá hlavní osa by úplně stačilo užít názvu ν-tá osa (aby přirozeným způsobem bylo zobecněno běžné názvosloví pro $n = 2$; ostatně v textu se dále mluví také prostě jen o ν-té poloose). A ještě jeden termín nepokládám za vhodný: „špička" simplexu (203_4); je při nejmenším velmi neobvyklý, spíše zbytečný (každý vrchol simplexu může být „špičkou", tedy proč nový název?).

Běžné tiskové chyby si přirozeně čtenář opraví sám. Tiskové chyby, které by mohly při studiu vzbudit případně nejistotu, jsou v řádcích 38_4, 59_2, 70_2, 94_1, 123^{11}, 140_{11}, 143^{10}, 213^8 (místo P má být P_0), 232_{10} (místo 3 má být 2).

Alois Urban, Praha

K. Chandrasekharan: ARITMETICAL FUNCTIONS, Springer Verlag 1970 (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 167.) Stran 231, 8 obr., cena \$ 16,00.

Další knížka současného presidenta mezinárodní matematické unie, vyšlá ve známé Springerově edici a věnovaná teorii čísel. (Předešlá kniha téhož autora *Introduction to Analytic Number Theory* byla recensována v tomto časopise, roč. *95* (1970), 97—99.) Kniha obsahuje osobitý výběr látky o funkcích, které souvisí s problematikou rozložení prvočísel, Dirichletovým problémem dělitelů a problematikou rozkladu přirozeného čísla na součet čísel přirozených (partition). Kniha vznikla na základě přednášek, které autor konal v létě 1964 v Curychu a volně navazuje na autorovu zmíněnou předešlou knihu.

Pojednáme nyní stručně o obsahu jednotlivých kapitol. Omezíme se však jen na stručný přehled jednotlivých výsledků, neboť mnoho z problematiky této knihy (zejména z kapitol II—VI) je vyloženo obšírným způsobem v recensích některých monografií z pera znalce nad jiné povoleného — zesnulého profesora V. Jarníka (viz tento časopis *67* (1937), D 54 — D 56, *67* (1938), D 303 — D 306, *74* (1949), D 51 — D 54, *85* (1960), 364 — 392 a zejména *76* (1951), 35—65.

Prvá kapitola obsahuje Wiringovu variantu elementárního důkazu slavné „prvočíselné" věty

$$\pi(x) = x/\lg x + o(x/\lg x) \tag{1}$$

Autor sice provádí Wirsingovu modifikaci Selberg-Erdösova postupu, ale nedokazuje nejsilnější výsledek, k němuž vede, nýbrž jen vztah (1) (Podrobněji k problematice elementárního důkazu viz recensentovu poznámku „O elementárním důkazu prvočíselné věty", tento časopis *99* (1974).)

Kapitola druhá obsahuje studium Riemannovy dzeta funkce $\zeta(s)$ v rozsahu obvyklém v běžných monografiích: Riemannova - von Mangoldtova formule, Hardyho věta o nekonečně mnoha nulových n bodech na přímce $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}i$, Hamburgerova věta z r. 1921 o charakterisaci Riemannovy dzeta funkce pomocí funkcionální rovnice. Třetí kapitola je věnována obecnému vztahu mezi „dobrými" odhady Riemannovy dzeta funkce „vpravo" od přímky $\operatorname{Re} s = 1$, oborem, v němž je tato funkce nenulová a konečně zbytkovým členem v „prvočíselné větě". Jsou zde dále reprodukovány Weylovy a Littlewoodovy výsledky, zatím co kapitola čtvrtá zachycuje výsledky I. M. Vinogradova (Poznamenejme, že stěžejní bod — tzv. věta o střední hodnotě je elegantně dokázán postupem A. A. Karacuby a N. M. Korobova z r. 1963). Vinogradovova metoda dává doposud nejlepší výsledek

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dt}{\lg t} + O[x \exp(-c(\lg x)^{3/5} (\lg \lg x)^{-1/5}] \tag{2}$$

(Autor však dokazuje jen slabší Čudakovův výsledek.) Připomeňme pro srovnání, že z platnosti známé Riemannovy domněnky plyne (2) se zbytkovým členem tvaru $O(\sqrt{x} \lg x)$.

Kapitola pátá studuje rozdíl $p_{n+1} - p_n$ (p_n je n-té prvočíslo). Jsou ukázány vztahy mezi „řádovou" velikostí tohoto rozdílu a odhady nulových bodů Riemannovy dzeta funkce v oboru $\operatorname{Re} s \geqq \sigma$, $0 < \operatorname{Im} s \leqq T$ (Hoheisel) a těchto odhadů s odhady tvaru $\zeta(\frac{1}{2} + it) = O(t^c)$.

Šestá kapitola shrnuje základní výsledky o Dirichletových L-funkcích a jejich nulových bodech, které úzce souvisí s rozložením prvočísel v aritmetických posloupnostech. Většina věcí je uvedena jen v přehledu, autor se soustřeďuje na důkaz Siegelovy věty o poloze reálného nulového bodu pro L-funkci s reálným nehlavním charakterem χ.

Pojednejme trochu obšírněji o kapitole sedmé, neboť problematika tzv. partitions se objevuje velmi zřídka v monografické literatuře. Pro n přirozené buď $p(n)$ počet vyjádření čísla n součtem přirozených čísel, přičemž rozklady, lišící se jen pořadím sčítanců, považujeme za stejné. Hledejme asymptotické vyjádření funkce $p(n)$. Je-li t komplexní číslo, $|t| < 1$, buď

$$f(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p(n)\, t^n = \prod_{k=1}^{\infty} (1 - t^k)^{-1}\,.$$

Vyjádření hodnoty $p(n)$ pomocí křivkového integrálu z funkce $t^{-n-1} f(t)$ je snadnou aplikací Cauchyova vzorce. Pro asymptotiku takto získaného vyjádření je nyní účelné uvážit, že funkce $f(t)$ úzce souvisí s Dedekindovou funkcí $\eta(z)$, pro niž známe výhodné transformační vztahy. Integrační kružnici tedy rozložíme na jisté oblouky a na každém z nich použijeme takovou transformaci, která vede k „velmi dobrému" vyjádření integrálu. Takto lze odvodit jednak explicitní vyjádření funkce $p(n)$ (Rademacher), jednak Hardyovou - Ramanujanovu asymptotickou formuli

$$p(n) = c_1 m^{-2} \exp(c_2 m)\,(1 + O(m^{-1}))\,,$$

kde

$$c_1 = 4^{-1} \,.\, 3^{-1/2}\,, \quad c_2 = \pi \,.\, 2^{1/2} \,.\, 3^{-1/2} \quad \text{a} \quad m = n - \tfrac{1}{24}\,.$$

Závěrečná — devátá kapitola je věnována Dirichletově problému dělitelů a jsou v ní dokázány klasické výsledky (Voronoi, Hardy, Ingham).

Recensovaná kniha je psána velmi pečlivě a srozumitelně. Autor starostlivě ke každé kapitole připojil řadu poznámek o literatuře, dalších výsledcích a metodách. V některých místech je zajímavý výběr látky: prakticky žádná kapitola nepodává nejsilnější výsledky, ale většina kapitol popisuje metody, které k těmto výsledkům vedou, i když jejich konkrétní použití není uvedeno v nejsilnější formě. V knize jsem nenašel patrných nedostatků — je to zřejmě také díky pečlivé práci H. Jorise, který se na konečném zpracování podílel. Knihu lze doporučit jako zajímavě pojatý pohled na problematiku některých partií analytické teorie čísel, která může být dobrým úvodem ke studiu úplnějších monografií neb původních prací.

Břetislav Novák, Praha

N. Bourbaki: ELÉMENTS DE MATHÉMATIQUE. INTÉGRATION, Chapitre IX. Hermann, Paris 1969. Stran 134, cena 36 F.

Druhé vydání Bourbakiho knihy o integraci se rozrostlo o novou, devátou kapitolu; kapitoly 1—4 a 5 byly již v tomto časopise recenzovány, kapitoly 6—8 zatím nově nevyšly.

Předchozí části se zabývaly integrací na lokálně kompaktních prostorech; v tomto dílu se používá dřívějších výsledků k vytvoření obecnější teorie integrace na Hausdorffových prostorech. Je tedy tato kapitola traktátu jednou z výjimek, kdy se nejde „od obecného k zvláštnímu".

Buď T Hausdorffův prostor, a buď $\mathfrak{K}$ množina všech kompaktních částí T, uspořádaná inkluzí. Pro každé $K \in \mathfrak{K}$ buď $\mathscr{M}(K)$ prostor komplexních měr na K. Nechť $K, L \in \mathfrak{K}$, $K \subset L$; buď ι_{KL}: $\mathscr{M}(L) \to \mathscr{M}(K)$ zobrazení, přiřazující každé míře μ na L indukovanou míru μ_K na K. Premírou na T se nazývá každý element w projektivní limity $(\mathcal{M}(K), \iota_{KL})$; je-li w lokálně ohraničená, nazývá se mírou na T.

Po technických odstavcích, kdy se mimo jiné ukazuje, které z výsledků předchozích kapitol lze zobecnit pro tuto situaci, se studují vnitřně regulární množinové funkce, projektivní limity měr (Prochorovova věta) a ohraničené míry na úplně regulárních prostorech. Centrální částí knihy je paragraf o promírách na lokálně konvexních prostorech (promíra je projektivní systém měr na projektivním systému faktorprostorů konečné dimenze). Je ukázána konstrukce Wienerovy míry; dále je dokázána Minlosova věta.

Kniha končí dodatkem o Hilbertových - Schmidtových zobrazeních, cvičeními (např. cvičení k §3 obsahující výklad „staré" teorie integrálu v termínech sigmaaditivních funkcí) a velmi zajímavou historickou poznámkou.

Karel Karták, Praha

C. A. Hayes, C. Y. Pauc: DERIVATION AND MARTINGALES. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 49. Nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York 1970. Stran 205, cena DM 48.

Kniha je rozdělena na dvě hlavní části (Pointwise Derivation, Martingales and Cell Functions) a doplňky.

V první části se studují různé důkazy věty o derivabilitě σ-aditivní množinové funkce; v základním prostoru je dána derivační báze $\mathfrak{B}$, splňující abstraktní Vitaliho pokrývací větu. Stanovisko je nejprve velmi obecné; namísto obvyklého metrického prostoru se zde zavádějí pretopologické pojmy, odvozené z $\mathfrak{B}$. Pro tuto situaci jsou také upraveny důkazy základní věty, pocházející od Banacha a Carathéodoryho. Na konci této části se uvažují silné derivace v R^n; je dokázána Jessenova - Marcinkiewiczova - Zygmundova věta spolu se Saksovým výsledkem o její optimálnosti. Je zde také vyložena A. P. Morseova teorie blanketů, která např. umožňuje derivovat R^n i podle obecnějších než intervalových bazí.

Ve druhé části, která je podstatně stručnější co do důkazů, se po přehledu teorie míry na Booleových σ-algebrách přechází ke studiu velmi obecně definovaných martingalů a funkcí buňky. Hlavní výsledky, pocházející převážně od K. Krickeberga, se týkají konvergence submartingalů a martingalů ve smyslu L_p, podle míry apod. Podrobnější výklad této části knihy se najde v práci Krickeberg - Pauc: Martingales et dérivation, Bull. Soc. M. France *91*, 455—544.

V doplňcích je podán referát o derivacích vektorových funkcí, topologii odvozené z míry, derivaci v lokálně kompaktních grupách aj. V této části i v hlavním textu je formulována řada problémů.

Karel Karták, Praha

PROCEEDINGS OF THE CONFERENCE ON CONSTRUCTIVE THEORY OF FUNCTIONS. Akadémiai Kiadó, Budapest 1972. Stran 538, cena neudána.

Kniha je souborem referátů z konference o konstruktivní teorii funkcí, konané 24. 8. až 3. 9. 1969 v Budapešti. Vedle dvou přehledných referátů (G. Szegö o pracích L. Fejéra, I. I. Ibragimov o S. N. Bernštejnovi) je zde 50 prací z různých oborů matematické analýzy, které je (a někdy i není) možno zařadit do značně neurčitého směru, nazývaného konstruktivní teorií funkcí. Jak říkají editoři knihy G. Alexits a S. B. Stečkin, důraz byl kladen na teoretické aspekty oboru; čtenář zde najde nové výsledky v teorii polynomiální i racionální aproximace, interpolaci, aproximaci v Banachových prostorech, ortogonálních řadách aj. Na konci knihy je seznam některých problémů položených účastníky konference.

Svazek je hezky vypraven; zdá se také, že vyšel rychleji, než je při podobných příležitostech obvyklé u nás.

Karel Karták, Praha

Henning Tolle: OPTIMIERUNGSVERFAHREN FÜR VARIATIONSAUFGABEN MIT GEWÖHNLICHEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ALS NEBENBEDINGUNGEN. Springer Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1971, XII + 285 str.

Recenzovaná kniha vyšla ve springrovské sérii „Ingenieurwissenschaftliche Bibliothek", kterou vydává István Szabó. Je věnována následující úloze: Buďte $x_j(t)$ souřadnice polohy systému, které jsou určeny jako řešení jistého systému obyčejných diferenciálních rovnic a $u_l(t)$ regulační funkce (regulace), kterými lze ovlivňovat (řídit) tento systém. Je třeba určit regulace $u_l(t)$, které jsou optimální v tom smyslu, že pro ně nabývá funkcionál

$$\int_{t_A}^{t_E} L(t, x_j(t), u_l(t))\, dt \tag{1}$$

extremální hodnotu, přičemž jsou dány vedlejší podmínky

$$\dot{x}_j = g_j(t, x_i, u_l) \tag{2}$$

a okrajové podmínky

$$x_j(t_A) = A_j\,, \quad x_j(t_E) = E_j\,, \tag{3}$$

$i, j = 1, \ldots, m,\ l = 1, \ldots, k.$

(2) je systém obyčejných diferenciálních rovnic, které určují polohu systému v daném čase t. Symboly t_A a t_E z (1) a (3) znamenají počáteční resp. koncový čas sledování systému.

Z této formulace úlohy je zřejmé, že jde o variační úlohu hledání extrému funkcionálu (1) přičemž mají být splněny „vazby" (2) a (3).

Knížka je rozdělena do tří částí: I. Základy, II. Nepřímé metody, III. Přímé metody.

V první části jsou vyloženy základní pojmy a metody klasického variačního počtu v tom pojetí jak je známo u C. Carathéodoryho. Výklad je poněkud zjednodušen a je velmi přístupný. Zvlášť je poukázáno na to, jak se formalizmus klasického variačního počtu přenáší na úlohy s diferenciálními rovnicemi v roli vazeb. Jde o aparát, který je ve většině prací o optimalizaci pokládán za samozřejmost a předpoklad k jejich porozumění.

Druhá část obsahuje výklad novějších metod, které jsou formulovány ve tvaru nutných podmínek pro optimalitu regulace $u_l(t)$. Dnes snad už lze říci, že i tyto metody jsou klasické, přestože se jejich vznik datuje z let 1956—1960, kdy L. S. Pontrjagin formuloval se svými spolupracovníky známý princip maxima. Princip maxima umožňuje ve třídě všech regulací vymezit ty regulace, které mohou být optimální. Je jasné, že tímto lze zúžit třídu vyšetřovaných regulací. V ideálním případě zúží princip maxima třídu všech regulací tak, že zůstane pouze jedna jediná a ta je pak už optimální. V praktických případech však tato situace nastane jen zřídka a k určení optimální regulace je třeba použít dalšího matematického aparátu. V této knížce jsou tyto metody instruktivně popsány a jsou uvedeny rovnice, ze kterých je možno vyznačené regulace, aspirující na optimálnost, vypočítat.

Poslední část je věnována přímým metodám; je v ní popsána metoda gradientů a Bellmanův princip dynamického programování.

Výklad ve všech částech knihy je názorný, obsahuje mnoho příkladů od nejjednodušších až po poměrně složité příklady optimálního navádění raket na cílové dráhy, aj. Velkou pozornost věnuje autor otázkám numerických metod, které souvisí s popisovanými metodami řešení uvedené úlohy.

Přes poměrně malý rozsah knihy je v ní shromážděn materiál velmi obsáhlý a je vyložen přístupným způsobem. Je to dáno tím, že se autor nezabýval podrobnými matematickými důkazy, spíše chtěl motivovat metody, aby tím více vynikla jejich podstata a bylo usnadněno jejich pochopení. Základní hledisko, které autor při psaní této knihy zvolil, je takový výklad moderních metod optimalizace pro úlohy uvedeného typu, který umožňuje přímé aplikace. Poukazuje přitom na mnohá úskalí, která se musí při řešení konkrétních problémů překonávat.

Štefan Schwabik, Praha

P. Faurre: NAVIGATION INERTIELLE OPTIMALE ET FILTRACE STATISTIQUE. Dunod, Paris, 1971. Stran XV + 446.

Recensovaná kniha pojednává o jedné třídě autonomních systémů navigace (tj. nezávislých na zdrojích informace mimo řízené těleso), a to tzv. inerciální navigaci umožňující z údajů akcelerometrů a gyroskopů stanovit úhly azimutu, klonění a klopení, jakož i rychlosti a přemístění pohybujícího se tělesa. Chyby v určení počátečních hodnot způsobují narůstání chyb ve stanovených polohových parametrech tělesa, a proto se inerciální soustavy navigace kombinují s jinými systémy. Tak vznikají hybridní navigační soustavy. Metody inerciální a hybridní navigace se uplatňují především v letectví, kosmonautice a námořním provozu, avšak princip optimalizačních procedur je použitelný i v jiných aplikačních oborech, kde se řeší otázky automatického řízení procesů.

První dvě kapitoly knihy jsou úvodní, v první je stručně ukázán princip inerciální navigace, ve druhé je popsán případ soustavy s jednou osou, navigované podél zemského poledníku, přičemž na rozboru chyb je ukázána účelnost uvažovat hybridní soustavu, pro niž lze najít optimální skladbu složky inerciální a složky externí informace.

Druhá část (kap. 3 a 4) pojednává o základech teorie soustav a statistické filtraci. V kap. 3 o teorii soustav jsou uvedeny v maticovém zápisu základní pojmy a definice lineárních dynamických soustav a diskutovány otázky jejich stability, pozorovatelnosti a ovladatelnosti. V kap. 4 pojednávající o statistické filtraci jsou nejprve uvedeny charakteristiky náhodných procesů, jejich spektrální zobrazení a Wienerova filtrace. Podrobně jsou popsány markovské vlastnosti náhodných procesů a rekurentní filtry Kalmana - Bucyho, a to jak pro pozorování diskrétní tak spojité, přičemž jsou uvažovány též případy singulární kovarianční matice měřicího šumu. V dodatcích k této kapitole se popisují metody faktorizace racionální spektrální matice, a probírají otázky stability a citlivosti Kalmanovy - Bucyho filtrace, jehož i problematika její numerické simulace.

Třetí část zahrnující kapitoly 5 až 8 obsahuje popis hlavních prvků navigačních soustav, tj. gyroskopů, akcelerometrů, platforem (stabilizovaných základen) a palubních počítačů. Tato část napsaná spolupracovníky hlavního autora, je zaměřena zcela aplikačně. Obsahuje popisy konstrukčních uspořádání, technologické otázky, rozbory chyb, jakož i ukázky komečních přístrojů s jejich parametry a fotografiemi. Kapitola o počítačích obsahuje všeobecné informace o jejich struktuře i současné technologii uplatňované v palubních přístrojích. Větší část této kapitoly pojednává o speciálních diferenciálních analyzátorech potřebných pro zpracování dat pro účely navigace.

Poslední část knihy pojednávající o navigačních systémech je určitou syntézou předchozích kapitol. Čtyři kapitoly této části jsou charakteru matematického a poslední dvě technologického.

V kapitole 9 se popisují bloková schémata pro zpracování informace získané z inerční soustavy, přičemž se uvažují různá uspořádání těchto soustav. V dodatcích k této kapitole jsou uvedeny pomocné výrazy pro pohyb orientovaného bodu po ploše a výrazy pro lokální křivosti zemského geoidu aproximovaného rotačním elipsoidem. Kapitola 10 je věnována podrobné analýze chyb inerciální navigační soustavy. Jsou formulovány rovnice chyb a jejich integrace jakož i jejich statistická analýza. Jsou uvedeny konkrétní příklady řešené numerickou simulací. V kapitole 11 se probírá problematika počátečního nastavení parametrů navigačního systému, jež je jednou z rozhodujících otázek vyhovující funkce soustav. Tato problematika se objasňuje jednak z hlediska tzv. klasického, jednak z hlediska řešení optimálního a suboptimálního. Kapitola 12 se zabývá problematikou syntézy hybridních soustav, přičemž uvádí nejprve typy doplňkových informací získaných z externích zdrojů a dále řešení této problematiky ve formulaci jednak klasické, jednak optimální. Ukázky možných variant jsou demonstrovány na konkrétních příkladech.

Kapitoly 13 a 14 popisují, podobným způsobem jako v kap. 5 až 8, konkrétní realizace navigačních soustav. V kap. 13 jsou podrobně popsány jednotlivé prvky sousatvy NSI francouzské firmy SAGEM, v kap. 14 prvky americké soustavy LTN 51.

V šesti přílohách jsou shrnuty některé užitečné výrazy, operace a jiná fakta vektorového a maticového počtu, o transformaci souřadnic, o parametrickém zobrazení rotace, o Laplaceově a z-transformaci a konečně o numerických metodách řešení obyčejných diferenciálních rovnic.

Vedoucí autor knihy studoval na Stanfordově universitě u profesora Kalmana a po návratu do Francie byl jmenován do významných funkcí ve výzkumu automatizace a teorii informace. Seznam referencí na konci knihy tato fakta plně odráží: převážně zahrnuje současné anglicky psané práce, zbývající citovaná literatura je francouzská.

Jak vyplývá ze stručné charakteristiky jednotlivých kapitol, obsahuje recensovaná kniha jednak kapitoly matematického charakteru, jednak kapitoly vysloveně konstrukčně-technologického zaměření. V ediční charakteristice knihy na záložce je tato syntéza uváděna jako metodická novinka dosud jinde nepoužitá, nicméně na první pohled vzniká dojem značné nesourodnosti a nevyváženosti podávané látky. Autoři si jsou tohoto faktu vědomi a v předmluvě uvádějí, že práce je určena třem skupinám čtenářů:

Především matematikům-aplikantům, kterým podává úvod do metodiky zpracování informací v reálném čase, přičemž optimální navigační soustavy lze považovat za aplikační příklad. Z hlediska navigačních systémů pak kniha může být využita jednak vývojovými pracovníky, konstruktéry a technology, kteří na vývoji a výrobě těchto systémů pracují, jednak provozními pracovníky, kteří těchto systémů používají.

Recenzent se počítá do první skupiny čtenářů a podle jeho názoru jsou matematické části knihy podány velmi přehlednou a názornou formou, přístupnou i technikovi s přiměřenou matematickou erudicí.

Kniha je po formální stránce vzorně vybavena, přesto však byla namátkou zjištěna tisková chyba v popisu obr. 2—6.

Oldřich Kropáč, Praha

C. Berge: GRAPHES ET HYPERGRAPHES, Dunod, Paris, 1970.

Nová kniha autora velmi dobře známé knihy „Théorie des graphes et ses applications", je současně moderní monografií i vynikající učebnicí. Předkládá čtenáři pozoruhodné množství faktů především z teorie konečných grafů, přičemž výklad je veden s cílem důkladného osvětlení základních principů. Sestává ze dvou částí, nazvaných „Les graphes" et „Les hypergraphes".

Kniha takovéhoto zaměření zcela logicky musí obsahovat většinu materiálu přejatého z původních prací jiných autorů. Přitom je však nutné upozornit na veliký přínos samotného autora, nejen pokud jde o množství a kvalitu vlastních výsledků, ale i pokud jde o originální způsob zpracování.

Na mnoha místech jsou různé velmi dobře známé (i slavné) věty získány jako důsledky obecnějších vět, zformulovaných a dokázaných samotným autorem. Jako příklad uveďme kapitolu 6 o charakterizaci stupňů a polostupňů, v níž je na základě obecné věty o polostupních sudého multigrafu, dokázané autorem pomocí Fordovy - Fulkersonovy teorie toků v sítích, získána jak Erdösova - Gallaiova nutná a postačující podmínka pro realizaci celočíselného vektoru pomocí stupňů neorientovaného grafu, tak i analogické podmínky pro orientované grafy, např. výsledek pro turnaje objevený nezávisle Landauem a Moonem (Zde spatřujeme též ilustraci autorovy obecné a v předmluvě proklamované tendence, setřít rozdíl mezi orientovanými a neorientovanými grafy v rámci obšírnější teorie.)

Podobně jako v knize „Théorie des graphes et ses applications" věnuje i v této knize autor velkou pozornost dvěma důležitým metodám teorie grafů: metoda toků v sítích a metoda alternujících řetězců.

Druhá část knihy je věnována některým výsledkům o hypergrafech a jejich aplikacím. Tato část představuje zajímavý a podle recensentova mínění dostatečně representativní pohled do této doposud sice málo propracované ale silbně se rozvíjející oblasti. (Patrně jde vůbec o jeden z prvních pokusů knižního zpracování tématu hypergrafů). Současně s výkladem některých novějších výsledků o hypergrafech, na nichž se významnou měrou podílel i sám autor, jsou s použitím terminologie hypergrafů zformulovány i některé klasické výsledky, jako např. Ramseyova věta.

Na konci knihy se při výkladu unimodulárních hypergrafů a matroidů z obecnějšího hlediska osvětlují a interpretují některé pojmy a fakty z lineární algebry a kombinatorické teorie matic, jako např. von Neumannova věta o bistochastických maticích, nebo vlastnost totální unimodulárnosti matic.

Pro úplnější představu o uspořádání materiálu uvádíme názvy jednotlivých kapitol.

PREMIÈRE PARTIE: LES GRAPHES

1. Généralités 2. Nombre cyclomatique 3. Arbres et arborescences 4. Chemins, centres, diamètre 5. Problèmes de flots 6. Caractérisation des degrés et des demi-degrés 7. Couplages 8. c-couplages 9. Connectivité 10. Cycles hamiltoniens 11. Recouvrement des arêtes par des chaînes 12. Indice chromatique 13. Nombre de stabilité 14. Noyaux et fonctions de Grundy 15. Nombre chromatique 16. Graphes parfaits

DEUXIÈME PARTIE: LES HYPERGRAPHES

17. Hypergraphes conformes et non conformes 18. Ensembles transversaux d'un hypergraphe 19. Nombre chromatique d'un hypergraphe 20. Hypergraphes équilibrés et unimodulaires 21. Matroïdes

Poznamenejme nakonec, že autor provedl některé terminologické změny ve srovnání s „Théorie des graphes et ...": Sudý graf se dříve nazýval „graphe simple", nyní „graphe biparti"; „graphe simple" nyní znamená graf bez smyček a násobných hran. Číslo vnitřní stability se nyní nazývá stručně „nomre de stabilité" (dříve „nomre de stabilité interne") a dává se přednost termínu „nombre d'absorption" před termínem „nombre de stabilité externe". Analogické změny se týkají i stabilních množin.

Jaroslav Morávek, Praha

P. Deussen, HALBGRUPPEN UND AUTOMATEN, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971, brož., 196 str., cena DM 11,80.

Chápeme-li pojem automatu ve smyslu jeho genese a z hlediska teoretické kybernetiky, rozumíme jím, zhruba řečeno, jistou třídu algoritmů. Vedle toho se dnes automat též běžně chápe jako jistá algebraická struktura, podobně jako grupa nebo svaz aj. a studuje se metodami obecné algebry. Právě toto druhé hledisko je zastoupeno v recenzované učebnici.

Kniha sestává ze tří kapitol, kde první dvě jsou čistě algebraické a teprve až třetí je věnována automatům. Názvy kapitol jsou: Halbgruppen und Relationen. Halbgruppen und Semimoduln. Automaten.

V první kapitole, v paragrafech 1, 2 jsou uvedeny některé základní definice a jednoduché fakty z teorie pologrup. Ve třetím paragrafu je pojednáno o ideálech v pologrupách, a sice v rozsahu potřebném pro pozdější výklad vztahu mezi semimoduly a pologrupami. Paragrafy 4 a 5 jsou věnovány binárním relacím, specielně relacím kongruence v pologrupách.

Druhá kapitola je věnována teorii semimodulů. Po základních definicích a větách (paragrafy 6 a 7) se zkoumají některé vztahy mezi pologrupami a semimoduly (paragrafy 8, 9 a 10). V paragrafu 11 se studují kongruence a automorfismy v semimodulech; pro případ konečného semimodulu se diskutuje efektivní způsob nalezení všech jeho kongruencí a automorfismů. V paragrafu 12 se autor méně formálním způsobem zmiňuje o vztahu mezi semimoduly, grafy a teorií obvodů.

Ve **třetí** kapitole, 13. pagarafu je definován obecný pojem automatu, jako systému $\mathfrak{A} = \langle F, {}_F S, \lambda, A \rangle$, kde F a A jsou pologrupy, ${}_F S$ levý F-semimodul a λ: $F \times S \to A$ je zobrazení, splňující podmínku $\lambda(fg, s) = \lambda(f, gs)\, \lambda(g, s)$ $(f, g \in F;\ s \in S)$. (F se nazývá vstupní pologrupa, A výstupní pologrupa, λ výstupní funkce a prvky množiny S stavy automatu.) Paragraf 14 seznamuje čtenáře s některými důležitými definicemi a větami jako je např. věta o redukci pro automaty. Různá zobrazení pologrup do pologrup, definovaná automatem, jsou obsahem paragrafu 15. Paragraf 16 je nazván „Realisierung von Automaten", čímž má autor na mysli teorii dekomposice. Poslední paragraf 17 ukazuje souvislosti teorie automatů s formálními jazyky; vyšetřují se množiny slov akceptovatelné automatem (regulární události) i obecněji, akceptovatelné podmnožiny pologrup.

Výklad je veden na solidní algebraické úrovni a přitom autor neopomenul na několika místech uvést vhodné motivace pro nově zaváděné pojmy i objasňující poznámky a interpretace k vykládané stroze algebraické teorii (souvislosti s grafy, s teorií obvodů, s teorií jazyků aj.). Pokud jde o předpoklady na čtenáře, není k četbě knihy jistě na škodu znalost nejzákladnějších pojmů a faktů z teorie algebraických struktur. Kniha je však napsána natolik přehledně, že ji lze při dobré vůli číst i bez předběžného algebraického vzdělání.

Jaroslav Morávek, Praha

A. Doneddu: LES BASES DE L'ANALYSE MATHÉMATIQUE MODERNE, Dunod, Paris, 1971, 2. vydání, s předmluvou akademika Lichnerowicze, vázané, 371 stran.

Kniha se zabývá rigorózním zavedením číselných oborů cestou postupného rozšiřování, přičemž se začíná oborem přirozených čísel a končí oborem komplexních čísel.

V první části jsou zavedeny základní pojmy týkající se množinového kalkulu, základních algebraických struktur, binárních relací a zobrazení.

Následuje druhá část, obsahující výklad konstrukce a nejjednodušších vlastností přirozených čísel; přirozená čísla jsou zavedena pomocí Peanových axiomů. Dále se zkoumá zápis přirozených čísel v b-adické soustavě, při libovolném přirozeném b, $b \geqq 2$.

Ve třetí části se definují a studují kladná racionální čísla. Speciálně se zkoumají b-nární kladná racionální čísla, která potom v následující části umožňují definovat kladná reálná čísla bez použití ostatních racionálních čísel.

Studium kladných reálných čísel je předmětem 4. části. Při zavedení pomocí b-nárních racionálních čísel hrají potom stejnou roli iracionální čísla a ta racionální čísla která nejsou b-nární; obojí mají nekonečný b-adický zápis. Vyložená teorie se poté aplikuje na studium míry prvků archimedovských i kvasiarchimedovských pologrup. Z posledního se rovněž získává aplikace na měření úhlů Eukleidovy roviny.

V páté části se z kladných reálných čísel rozšířením na additivní grupu konstruují relativní reálná čísla a uvažuje se těleso reálných čísel. Jsou uvedeny geometrické aplikace vykládané teorie, jednak na axiomatiku geometrie jednorozměrného Eukleidova prostoru, jednak na geometrii orientovaných úhlů dvourozměrného Eukleidova prostoru; míra úhlů se rozšiřuje na grupu rotací.

Poslední, šestá část knihy je věnována konstrukci a studiu tělesa komplexních čísel. Argument komplexního čísla je zde definován pomocí isomorfismu mezi grupou rotací a aditivní grupou reálných čísel modulo 2π.

Kniha je napsána přesným a přitom dobře čtivým způsobem. Používá „bourbakistické" terminologie. Může být užitečná každému, kdo začíná se studiem moderní matematiky, i každému kdo vyučuje matematickou analýzu.

Jaroslav Morávek, Praha

Lothar Sachs: STATISTISCHE AUSWERTUNGSMETHODEN. Dritte, neubearbeitete und erweiterte Auflage mit neuer Bibliographie. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1972. Stran XX + 545, cena DM 58,—; US $ 18.10.

Po krátkém čase již třetí vydání (první vyšlo v r. 1968, druhé v r. 1969) velmi dobré knihy s praktickým zaměřením, určené především pro čtenáře nemající matematické vzdělání.

Základní rozčlenění výkladu do osmi kapitol zůstalo i v tomto vydání zachováno. Po úvodní, nulté kapitole (25 stran), která nese název „*Předběžné poznámky*" a poskytuje právě čtenářům bez předchozího matematického vzdělání nejdůležitější informace o matematických symbolech a výpočtech, o zaokrouhlování, grafickém znázorňování apod., následuje první kapitola, „*Technika statistického rozhodování*", která má největší rozsah (132 stran). Nejprve se pokouší odpovědět na otázku, co je to statistika, dále shrnuje základy teorie pravděpodobnosti, seznamuje čtenáře s normálním rozložením a některými dalšími rozloženími, se základními charakteristikami a především s principy statistického rozhodování pomocí statistických testů. Druhá kapitola (36 stran) popisuje, jak již sám název napovídá, „*použití statistických postupů v lékařství a technice*". Obsahuje mimo jiné výklad o sekvenčních testech, lineárním programování, teorii her a metodě Monte Carlo. Třetí kapitola, nazvaná „*Srovnání nazávislých výběrů měřených hodnot*" (47 stran), se zabývá hodnocením nezávislých náhodných výběrů. Čtenář zde najde intervaly spolehlivosti některých charakteristik, testy hypotéz o středních hodnotách a rozptylech, zmínku o řešení problému extrémních hodnot a o tolerančních mezích a v závěru se seznámí s použitím neparametrických metod pro srovnání nezávislých výběrů. V návaznosti na třetí kapitolu pokračuje čtvrtá kapitola („*Další testy*", 57 stran) výkladem o párovém srovnávání, o porovnání dvou závislých výběrů, o χ^2-testu dobré shody, Kolmogorovově - Smirnovově testu, intervalech spolehlivosti pro relativní četnosti, vyhodnocování čtyřpolních tabulek, testu náhodnosti posloupnosti alternativních dat a o testování trendu. Pátá kapitola, nesoucí název „*Míry závislosti: korelace a regrese*" (59 stran), je zřejmě jedna z nejdůležitějších. Hned na jejím počátku je stručný přehled osvětlující pojmy korelační analýza a regresní analýza, především jsou v ní však vyloženy parametrické i neparametrické míry závislosti, metody jejich odhadu, testy některých hypotéz o nich a konečně i nelineární regrese a parciální a vícenásobná korelace a regrese. Šestá kapitola, nazvaná „*Vyhodnocování vícepolních tabulek*" (24 stran), navazuje na čtvrtou kapitolu (a snad by tedy měla být umístěna za ní). V závěrečné, sedmé kapitole — „*Metody analýzy rozptylu*" (56 stran), jsou popsány některé testy homogenity několika rozptylů, analýza rozptylu při jednoduchém, dvojném i trojném třídění, některé neparametrické testy a principy plánování pokusů; kapitola je uzavřena přehledem o zpracování vědeckých problémů.

Tím je ukončen vlastní výklad. Zbývající, poměrně značnou část knihy (109 stran) tvoří velmi obsáhlý seznam použité literatury i literatury k dalšímu studiu (natolik obsáhlý, že si vyžádal samostatný přehled o rozdělení do jednotlivých částí), cvičné úlohy a jejich řešení, výběr anglických odborných výrazů, nově připojený jmenný rejstřík a ovšem také podrobný věcný rejstřík.

Kromě toho je třeba se zmínit o přibližně 400 pečlivě propočtených číselných příkladech, které jsou v souladu se zaměřením knihy zařazeny průběžně do výkladu, a také o 210 matematických a matematicko-statistických tabulkách; jejich zařazení do výkladu je však méně šťastné, než je tomu u zmíněných příkladů, neboť jejich vyhledávání v textu při pozdější potřebě bývá někdy zdlouhavé.

Knihu je možno vřele doporučit každému, kdo se zabývá použitím statistických metod v praxi. Výklad je srozumitelný i pro nematematika, vniknutí do jednotlivých problémů je usnadňováno množstvím zmíněných numerických příkladů. I čtenář bez hlubšího matematického vzdělání se naučí správně chápat a aplikovat statistické metody. Jelikož je jich však zde popsáno velké množství, nevyjímaje ani ty nejmodernější, poslouží kniha dobře jako příručka i matematikům; užitečná pro ně bude jistě i obsáhlá bibliografie.

S ohledem na určení knihy neobsahuje výklad žádné abstraktní matematické úvahy ani odvozování. Ze stejného důvodu nebylo možno dosáhnout naprosté preciznosti při zavádění základních pojmů matematické statistiky a teorie pravděpodobnosti (náhodná veličina aj.). Přesto je během celého výkladu patrná snaha autora po co největší přesnosti při zachování snadné srozumitelnosti textu. Totéž lze říci o označení, které je zaváděno tak, aby vyhovovalo praktickým aplikacím a nekomplikovalo zbytečně úvahy. Snad by ale přece jen bývalo bylo užitečné zachovat větší přesnost například při označování indexů, což by v několika případech naopak zvýšilo srozumitelnost a zabránilo případným omylům začátečníka (viz např. vzorec (3.52) a následující vysvětlení na str. 235, kde se tentýž index *r* užívá jako sčítací index i jako horní mez sčítání).

Přestože ve třetím vydání knihy byly provedeny četné opravy oproti předchozím vydáním, i sem se vloudily některé tiskové chyby. Českého čtenáře už asi nepřekvapí (ale v každém případě si toho všimne), že jména českých autorů nejsou zcela v pořádku. Tak například místo Hájek najde Hàjek, místo Šidák — Sidàk (obojí na str. 455_{10}); zcela bez háčků a čárek jsou jména Malý (460^3), Žáček (454^{26}, 459^{15}, 474_{11}), Žaludová (465_7). Nejednotnost je v přepisu jmen ruských, částečně ovšem asi zaviněná nejednotností přepisu jména téhož autora při vydávání jeho různých prací. V bibliografii jsem našel např. tyto variace jednoho jména: Smirnov, N.V. (452_2), Smirnow, N.W. (465^5), Smirnoff, N.W. (473_{16}), Smirnov, N. (478_8 — přitom však v odkazu na str. 256^{15} na příslušnou práci je psáno Smirnoff).

Tyto a další drobné nedostatky jsou však zcela nepodstatné. Proto ještě jednou zdůrazňuji, že kniha je vynikající učebnicí statistických metod pro začátečníka a nanejvýš užitečnou příručkou pro statistika.

Jaroslav Hustý, Praha

John T. Moore: FUNDAMENTAL PRINCIPLES OF MATHEMATICS. New York, Holt, Rinehart and Winston 1962. 630 s. Angl.

Kniha profesora floridské university Johna T. Moora je určena převážně posluchačům prvních ročníků vysokých škol technického a přírodovědeckého směru. Rovněž může posloužit absolventům středních škol, kteří chtějí získat potřebný rozhled po středoškolské matematice před vstupem na vysokou školu.

V prvních dvou kapitolách jsou zavedeny elementární pojmy z teorie množin jako jsou pojmy množina, relace, operace atd. a reálná čísla. Kapitola třetí je věnována početní technice. Ve čtvrté až sedmé kapitole je zaveden pojem funkce, jsou zavedeny přirozeným a nenáročným způsobem elementární funkce, jejichž chování je vyšetřováno grafickou metodou. Výklad je doplněn příklady aplikací z nichž nejvíce místa je věnováno trigonometrii. V následujících dvou kapitolách je definována limita funkce, derivace, primitivní funkce, posloupnost a řada. Výklad je jako v dalších kapitolách doplněn značným počtem instruktivních příkladů. V kapitole desáté jsou zavedena komplexní čísla a jsou studovány vlastnosti polynomů. Kapitola jedenáctá se zabývá studiem soustav lineárních rovnic pomocí matic a determinantů. Kapitoly dvanáctá až patnáctá dávají poměrně široký přehled analytické geometrie v trojrozměrném prostoru přičemž není například opomenuto ani studium speciálních křivek. Poslední dvě kapitoly zavádějí pojmy permutace, kombinace a pravděpodobnosti a poskytují též elementární úvod do statistiky. V dodatku jsou přehledně uvedena pravidla počítání s reálnými čísly doplněná příklady řešenými i neřešenými. Kniha je dále vybavena seznamem použitých symbolů, tabulkou logaritmů, trigonometrických funkcí, přirozených logaritmů, exponenciální funkce, klíčem k neřešeným problémům v textu a věcným rejstříkem. Látka vyložená v knize je velmi pečlivě zpracována a přehledně uspořádána, takže není pochyb, že tato publikace splní úkol jenž si její autor vytkl za cíl: dát přehled o středoškolské matematice studujícím, u nichž matematika není účelem ale prostředkem.

Ivan Straškraba, Praha

Moses Richardson: ÉLÉMENTS DE MATHEMATIQUES MODERNES. Deuxième édition revue et augmentée, Collection SIGMA, Vol. 4, Dunod, Paris 1968. Přeloženo z 3. vydání Fundamentals of Mathematics, Macmillan, New York 1966.

Kniha je napsána především pro studenty společenských věd. To ale neznamená, že by její čtení nebylo užitečné pro studenty matematiky nebo jiných přírodních věd. Její čtení nevyžaduje prakticky žádných předběžných znalostí a nekonvenční volba látky činí knihu zajímavou od první do poslední stránky.

Vyjímečně zdařilé je podání jednoduchých a ilustrativních aplikací v téměř všech oborech, studujících kvantitativní vztahy. Uveďme zde aspoň několik: Booleovy algebry v teorii elektrických obvodů, teorie množin ve společenských vědách, lineární programování v ekonomii, incidenční matice v sociologii, Markovovy řetězce v psychologii. Skoro všechny kapitoly obsahují historický úvod a na konci přehledný seznam literatury, jakož i přiměřený soubor příkladů a cvičení. Autor spěšně pěstuje čtenářův kritický přístup k novým pojmům a učí ho, jak formulovat nematematické problémy matematickým jazykem.

Redakce

DÁLE VYŠLO

A. Kaufmann, D. Coster: EXERCISEC DE COMBINATORIQUE AVEC SOLUTIONS III: méthodes d'optimisation. Dunod, Paris 1972, 164 str., cena brož. 38 F.

Třetí, poslední část řešených příkladů z knihy A. Kaufmann, Introduction à la combinatorique en vue des applications, Dunod, Paris 1968.

Redakce