

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 96 (1971), No. 4, 432--438

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117730>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## RECENSE

*Constance Reid: HILBERT. With an appreciation of Hilbert's mathematical work by Hermann Weyl. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970, XI + 290 str., portrét a 28 obrázků. Cena 32 DM.*

„Při analýze velkého matematického talentu musíme rozlišovat mezi schopností tvořit nové koncepce a darem odhalit hluboké souvislosti a zjednodušující základní pojmy. Hilbertova velikost spočívá v jeho mocném hluboko pronikajícím duševním vidění. Všechny jeho práce přinášejí příklady ze vzdálených oblastí, jejichž vnitřní příbuznost a souvislost se studovaným problémem mohl objevit jenom on; z toho všeho vytvořil syntézu, své umělecké dílo. Pokud jde o tvorbu nových věcí, cenil bych výše Minkowského a z velkých klasiků např. Gausse, Galoise, Riemanna. Ale ve smyslu pro odkrývání syntézy jen velmi málo z těch největších se vyrovnalo Hilbertovi.“ Tak vylíčil a ocenil Hilbertův tvůrčí typ O. Blumenthal v životopisném článku o Hilbertovi uveřejněném v posledním svazku sebraných spisů D. Hilberta v r. 1935. W. Heisenberg napsal „Nepřímo měl Hilbert velmi silný vliv na rozvoj kvantové mechaniky v Göttingen. Tento vliv může plně postihnout jen ten, kdo v Göttingen studoval ve dvacátých letech. Hilbert a jeho kolegové vytvořili zde zvláštní matematickou atmosféru a mladší matematikové byli tak vytrénováni v myšlenkovém okruhu Hilbertovy teorie integrálních rovnic a lineární algebry, že každý projekt v této oblasti mohl být vykonán v Göttingen lépe než kdekoli jinde. Byla to mimořádně příznivá shoda okolností, že matematické metody kvantové mechaniky byly přímou aplikací Hilbertovy teorie integrálních rovnicí. A. Tarski shledává, že D. Hilbert měl silný a velice významný vliv i v některých oblastech matematiky, v nichž sám nedosáhl vyjimečně významných výsledků. Jako příklady takových oblastí uvádí základy geometrie a metamatematiku a soudí, že „... ačkoliv žádný určitý významný výsledek není spojován s Hilbertovým jménem, přece Hilbert zaslouží býti nazván otcem metamatematiky.“ Také K. Gödel považoval Hilbertův program pro základy matematiky za „vysoce zajímavý a důležitý i přes své vlastní negativní výsledky“ a dodal „dokázáno je jenom to, že specifický epistemologický cíl, který měl Hilbert na mysli, nemůže být dosažen. Tímto cílem bylo dokázat bezespornost axiomů klasické matematiky na základě tak konkrétním a bezprostředně přesvědčivém jako elementární aritmetika“.

Těmito několika výroky vynikajících vědců chci naznačit, před jak obtížným úkolem stála autorka, aby postihla nejen Hilbertovu životní dráhu a vědecké dílo, ale také jeho působení, dobu v níž působil a jeho osobnost. Právě na tyto věci se autorka soustřeďuje; na mnoha místech s taktem využívá svědectví Hilbertových současníků, vyvolává tak silný pocit autentičnosti a dosahuje zařazení do širších souvislostí. O vlastních matematických výsledcích Hilbertových píše na úrovni obecné a spíše popularizační; proto je kniha doplněna statí H. Weyla „David Hilbert and His Mathematical Work“ přetištěnou z Bulletin of the American Mathematical Society 50, 612—654 (1944), Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo 1, 76—104 (1946) a 2, 37—60 (1947) a na ni odkazují čtenáře, který se zajímá o odborný výklad a zhodnocení Hilbertových matematických výsledků. Zde jen připomenou některé rysy Hilbertovy osobnosti a některé okolnosti jeho života.

Hilbert byl zcela oddán vědě a jejímu rozvoji. Matematiky rozdělával na ty, kteří dosáhli úspěchu při řešení některého zajímavého, důležitého a obtížného problému a na ty, kteří takového úspěchu nedosáhli. Jakýkoliv předsudek, ať povahy nacionální, rasové nebo sexuální byl mu vždy zcela cizí. Hilbert např. prosadil proti tehdejšímu předpisům udělení doktorátu některým studentům, kteří sice nesložili maturitní zkoušku, ale předložili vynikající disertační práci. Dnes si snad

už nedovedeme představit, co to znamenalo probojovat (koncem druhého desetiletí tohoto století), aby v Göttingen byla jmenována soukromou docentkou žena, i když to byla tak vynikající matematicka jako Emmy Noetherová. Na námitku, že jako soukromá docentka mohla by se E. Noetherová stát členkou akademického senátu, odpovídal Hilbert se sarkasmem: „*Pánové, nevidím proč by to, že jde o ženu mohlo být důvodem, aby nebyla jmenována soukromou docentkou. Konečně senát nejsou lázně.*“ A dokud se nepodařilo dosáhnout jmenování Emmy Noetherové, Hilbert neváhal obcházet předpisy tím, že ohlásil přednášku a tu pak konala Emmy Noetherová.

15. 10. 1914 německá vláda uveřejnila prohlášení kulturnímu světu. Podepsaní nejslavnější umělci a vědci prohlašovali, že stojí pevně za císařem tak jako celý německý národ, vypočítávali „lži a pomluvy nepřítelů“ a vyvraceli je řadou tvrzení jako „Není pravda, že Německo vyvolalo tuto válku“ nebo dokonce „Není pravda, že Německo porušilo neutralitu Belgie“. Na prohlášení byli podepsáni mimo jiné Ehrlich, Fischer, Klein, Nernst, Planck, Roentgen, Wassermann, Wien. Hilbert odmítl podepsat toto prohlášení; podobně je nepodepsal Einstein, který v té době působil v Ústavu císaře Viléma v Berlíně a byl švýcarským státním příslušníkem.

Když se Hilbert v r. 1917 dozvěděl, že ve Francii zemřel G. Darboux, napsal článek o něm, o jeho matematickém díle a o jeho vlivu na matematiku ve Francii pro „*Nachrichten*“. Když byl článek v tisku, před Hilbertovým domem se shromáždil dav rozvášněných studentů, kteří požadovali, aby Hilbert článek stáhl a aby všechny hotové výtisky článku byly zničeny. Hilbert odmítl. Navštívil rektora a pohrozil resignací, pokud se mu nedostane omluvy. Omluva následovala okamžitě a článek o G. Darbouxovi zůstal v tisku.

Po první světové válce němečtí matematici nebyli zváni na mezinárodní konference. V r. 1928 italská matematici pořádali Mezinárodní matematický kongres v Bologni (předcházející se konal v r. 1912) a rozeslali pozvání též na vysoké školy v Německu a německým matematickým organizacím. Ludwig Biberbach poslal dopis německým vysokým školám a gymnasiím, v němž apeloval, aby němečtí matematici bojkotovali bolognský kongres. Na to Hilbert rozeslal dopis, v němž prohlásil, že cesta doporučená panem Biberbachem přinese neštěstí německé vědě a že je věcí správného úsudku i elementární zdvořilosti zaujmout ke kongresu v Bologni příznivý postoj. V srpnu 1928, ač nemocen, Hilbert vedl delegaci 67 německých matematiků.

O pět let později bylo matematické i fyzikální středisko v Göttingen těžce postiženo nacistickými rasovými zákony, snad nejvíce ze všech vědeckých pracovišť v Německu. Hilbertovi bylo 71 let a byl vážně nemocen. „*Když jsem byl mladý*“ světil se Hilbert jednou F. Rellichovi, „*rozhodl jsem se, že nebudu nikdy opakovat, co jsem slyšaval od starých lidí — jak krásné byly staré časy a jak zlé jsou nyníjší. To jsem nikdy nechtěl říkat, až budu starý. A nyní musím.*“

Na jednom banketu otázal se nový nacistický ministr výchovy Hilberta, jak se rozvíjí matematika v Göttingen, když byla zbavena židovského vlivu. „*Matematika v Göttingen?*“ odvětil Hilbert, „*ta už vůbec žádná není.*“

Celý svůj bohatý a plodný život David Hilbert hluboce věřil v poznávací sílu lidského intelektu a v účinnost abstraktních metod. „*Skutečná příčina, podle mého názoru, proč Comte nemohl nalézt neřešitelný problém, je v tom, že nic takového jako neřešitelné problémy neexistuje*“ řekl Hilbert na své přednášce v Königsbergu v r. 1930. A již v r. 1914 v době, kdy jedinou známou elementární částicí byl elektron, Hilbert tvrdil, že musí existovat rovnice, z níž plyne existence takové částice. „*Musíme vědět. Budeme vědět.*“ Těmito slovy zakončil Hilbert svou přednášku v Königsbergu v r. 1930 a tato slova jsou také vytesána na jeho náhrobku v Göttingen.

Jaroslav Kurzweil, Praha

*H. G. Garnir, W. De Wilde, J. Schmets, ANALYSE FONCTIONNELLE (Théorie constructive des espaces linéaires à semi-normes). Tom I: Théorie générale, Birkhäuser Verlag, Bassel und Stuttgart, 1968. X + 562 stran.*

Tato kniha je učebnicí obecné funkcionální analýzy, tj. lokálně konvexních prostorů a jejich vlastností. Autoři důsledně užívají pojem seminormy (lokálně konvexním prostorem se rozumí

lineární prostor s jistým systémem seminorem na něm definovaných atd.), což vyžaduje menší čtenářovy znalosti z topologie, než je obvyklé. Charakteristickým rysem knihy je konstruktivní přístup k celé látce. Nepoužívá se axiom výběru ani tvrzení s ním ekvivalentní (Zermelo, Zorn), ale jen axiom spočetného výběru (např. lze vybrat po jednom prvku z každé množiny posloupnosti množin). Toto má za následek, že zde není dokázána řada obecných tvrzení včetně tvrzení o existenci Hamelovy base v lineárním prostoru. Avšak to není na závadu, neboť: 1° většina běžných lineárních (lokálně konvexních) prostorů, zejména prostorů aplikované matematiky, spadá do třídy prostorů v této knize uvažovaných, 2° příslušná obecná tvrzení se dají obvykle odvodit použitím obecného axiomu výběru (resp. nějakého tvrzení s ním ekvivalentního) stejně jako jejich zde uvedené „spočetné“ analogy, 3° řada nepěkných vlastností lokálně konvexních prostorů je způsobena právě užitím obecného axiomu výběru při jejich odvození.

Nyní uvedeme přehled knihy. První kapitola (148 stran) se zabývá lineárními prostory se systémy seminorem na nich definovaných. Jednotlivé paragrafy: lineární prostory, seminormy, konvergence (posloupností!), otevřené a uzavřené množiny, ohraničené množiny, prekompaktní, kompaktní a sekvenciálně kompaktní množiny, speciální prostory (Bairovy, bornologické, tonnelé atd.), součinnový a podřilový prostor.

Ve druhé kapitole (240 stran) se studuje duální prostor k lineárnímu prostoru, na němž je definovaný systém seminorem. Jednotlivé paragrafy: lineární funkcionály, lineární ohraničené funkcionály, slabá topologie, duální prostory, některé speciální duální prostory, nukleární prostory, bilineární funkcionály a tensorový součin, komplexní modulární prostor a multiplikativní funkcionály.

Třetí kapitola (168 stran) se zabývá lineárními operátory. Jednotlivé paragrafy: lineární operátory, prostory ohraničených lineárních operátorů, funkce definované na Euklidově prostoru s hodnotami v lineárním prostoru se systémem seminorem na něm definovaných, spektrální teorie ohraničených lineárních operátorů.

Soupis literatury je omezen pouze na knihy (26 cit.). Na konci knihy je podrobný věcný rejstřík.

Knihu lze doporučit všem, kdo si chtějí osvojit základní znalosti z teorie lokálně konvexních prostorů. Čtenář si může ověřit prostudovanou látku na množství cvičení umístěných nejen na konci téměř každého paragrafu, ale i vhodně v textu.

*Josef Daneš, Praha*

*A. Donedu, MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES. 3. COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUES (Spéciales et MP 2), Dunod, Paris (1968), str. XXIII + 348, cena neuvedena.*

Recenzovaná učebnice je třetím svazkem čtyřsvazkového úvodu do moderní matematiky (jsou však ještě ohlášeny dva svazky cvičení a úloh) určeného pro posluchače matematiky a fyziky prvních dvou ročníků matematicko-fyzikálních fakult\*). Prvé dva svazky pokrývají program prvního ročníku a přinášejí základy moderní vyšší matematiky. Třetí svazek obsahuje doplňky algebraické geometrie, čtvrtý doplňky analýzy.

Již v prvním svazku se čtenář seznamuje s axiomatickou výstavbou geometrie vycházející z definice: geometrie je studium bodového prostoru, na němž operuje grupa transformací.

Třetí svazek volí jiný přístup k axiomatice geometrie. Čtenář již zná z předchozích svazků základy euklidovské, afinní i projektivní geometrie a seznámil se s různými příklady vektorových prostorů, a tedy nová axiomatická výstavba geometrie založená na struktuře vektorového prostoru nemůže mu činit již žádné zvláštní potíže. Systém axiomů je ryze algebraický (odtud autor

---

\*) Ve Francii je ovšem ve skutečnosti situace poněkud odlišná. Učebnice vyplňuje totiž rovněž maximální program tzv. vyšší matematiky a speciálních kursů matematiky na dvouletých přípravkách pro university (přesněji řečeno pro „les grandes écoles scientifique type A“).

volí název algebraická geometrie). Při tomto přístupu se přirozeně nejprve vybudovává afinní geometrie, potom projektivní geometrie a teprve pak euklidovská geometrie. Třetí etapou by ovšem měly být geometrie bilineárních forem ve vektorových prostorech nad libovolnými tělesy. Autor se však z mnoha důvodů — z nichž pedagogické nejsou na posledním místě — záměrně omezuje nejprve jen na euklidovskou geometrii (bilineární forma euklidovské struktury je jednoduchá a k tomu nad tělesem reálných čísel). Teprve pak přistupuje k prostorům, v nichž vystupují jiné bilineární formy (nad libovolným komutativním tělesem). Závěr tvoří základy teorie kuželoseček a kvadrik v projektivní geometrii, teorie kuželoseček v afinní a euklidovské geometrii a teorie ploch v euklidovské geometrii.

Ze stručného náčrtu základní koncepce a obsahu je patrné, že knížka v podstatě předkládá v moderním pojetí (tedy šířeji) dřívější analytickou geometrii lineárních útvarů, základy algebraické geometrie kvadratických útvarů a základy diferenciální geometrie.

Bližší představu o obsahu a rozsahu knížky může snad poskytnout několik nejvýznamnějších hesel z jednotlivých kapitol.

V 1. kapitole „*Afinní geometrie*“ (str. 1—33) se vychází z definice vektorových prostorů, zavádějí se některé elementární pojmy spojené s lineárním zobrazením a studují se lineární variety, afinní zobrazení a afinní grupa.

2. kapitola „*Projektivní geometrie*“ (str. 34—62) rozšiřuje afinní geometrii vybudovanou v afinním prostoru nad libovolným komutativním tělesem na příslušnou projektivní geometrii nad tímž tělesem. Nalézají se vlastnosti projektivních lineárních variet, definují se lineární projektivní zobrazení a projektivní grupa.

3. kapitola „*Doplňky k afinní a projektivní geometrii*“ (str. 63—92) je věnována dualitě v projektivních prostorech, vztahům mezi afinní a projektivní geometrií a projektivností na projektivní přímce.

Ve 4. kapitole „*Euklidovská geometrie*“ (str. 93—122) se především definuje bilineární forma (symetrická pozitivní nedegenerovaná ve vektorovém prostoru nad tělesem reálných čísel), skalární součin, norma, vzdálenost. Zavádí se pojem ortogonálních vektorů a obecněji ortogonálních podprostorů, odvozují se vztahy pro vzdálenosti některých speciálních lineárních podprostorů a definují se izometrie, ortogonální grupa a podobnosti. Speciální pozornost je věnována euklidovským prostorům konečné dimenze a v souvislosti s nimi ortogonálním maticím.

5. kapitola „*Bilineární a kvadratické formy*“ (str. 123—152) v podstatě jen rozšiřuje tematiku předchozí kapitoly tím, že se systematicky zabývá bilineárními formami ve vektorových prostorech nad libovolnými komutativními tělesy. Vystupují zde pojmy kvadratická forma přidružená symetrické bilineární formě a polární forma kvadratické formy. Některé nové pojmy — jádro, izotropní vektor, izotropní podprostor — přispívají k zachycení podstatného rozdílu mezi nově zavedenými a předchozími bilineárními symetrickými formami.

V 6. kapitole „*Reálné bilineární formy. Komplexní rozšíření*“ (str. 153—179) se zobecňují některé věty euklidovské geometrie na případ geometrie symetrických bilineárních forem (reálných pozitivních), dokazuje se Sylvesterův zákon setrvačnosti a probírá se komplexní rozšíření reálného vektorového prostoru a reálného euklidovského prostoru.

7. kapitola „*Hermitovské formy*“ (str. 180—209) vlastně už jen dovršuje předchozí výklady tím, že zavádí zobecněné hermitovské formy (sesquilineární) a hermitovské formy ve vektorových prostorech nad tělesem komplexních čísel. Mnohé předchozí výsledky se rozšiřují pro případ pozitivních hermitovských forem, zvláště nedegenerovaných (předhilbertovské prostory); studuje se unitární grupa.

8. kapitola „*Kuželosečky a kvadriky v projektivním prostoru*“ (str. 210—248) nejprve podává stručný náčrt obecné teorie nadkvadrik v projektivním prostoru (nad tělesem komplexních čísel), která pak je podrobněji rozpracována jednak pro kuželosečky (až včetně Desarguesovy věty) jednak pro kvadriky.

9. kapitola „*Kuželosečky v afinní a euklidovské rovině*“ (str. 249–274) pokračuje v podrobnější studii kuželoseček nejen reálných, ale i imaginárních, a to v reálné afinní a euklidovské rovině.

V 10. kapitole „*Plochy v euklidovské geometrii*“ (str. 275–317) jsou uvedeny základní pojmy diferenciální geometrie ploch a probrány základní vlastnosti válcových a kuželových ploch, přímkových ploch (speciálně konoidů), rotačních ploch a kvadrik.

Všechny kapitoly jsou doplněny řadou cvičení, v nichž se tematika probíraná v příslušné kapitole nejen procvičuje, ale hlavně doplňuje a rozšiřuje.

Závěr knihy tvoří „*Problémy*“ (str. 318–348). Je to 12 vybraných úloh, které v letech 1965–1968 byly dány za písemné práce na některých francouzských vysokých školách.

Text se velmi pěkně čte. Formulace jsou přehledné, jasné a dobře srozumitelné. Domnívám se, že po prostudování knihy čtenář bude opravdu solidně seznámen se základy moderní algebraické geometrie (ve smyslu uvedeném autorem).

Na konec recenze se obvykle uvádí seznam podstatnějších oprav. Myslím, že svědčí o opravdu velké pečlivosti autora, když přes podrobné čtení jsem našel jen velmi málo chyb, a to pouze typografických; čtenář si je sám snadno opraví.

Alois Urban, Praha

*N. Bourbaki: THÉORIE DES ENSEMBLES. Nouvelle édition. Vydalo nakladatelství Hermann, Paříž 1970. Cena neudána.*

Není to již třetí nebo půlstoleté vydání. Je to nové vydání. Nejsou to již brožované sešity, ale sličná, v plátně vázaná kniha. *Mode d'emploi*, kterým kniha začíná, se příliš nezměnil; dozvíme se, že traktát *Éléments de Mathématique* je rozdělen na knihy, knihy na kapitoly. Každá kniha je z důvodu snadné citace označena symbolem; zatím vyšly, aspoň zčásti: E, A, TG, FVR, EVT, INT, AC, VAR, LIE, TS. Prvních šest knih, tvořících ve starších vydáních první část *Les structures fondamentales de l'Analyse*, je základem pro další.

Obsahově se kniha příliš neliší od staršího vydání, jehož ruský překlad je u nás dobře přístupný. Hlavní změnou je vytvoření nového, sedmého paragrafu třetí kapitoly o projektivních a indukčních limitách; v souvislosti s tím se počet odstavců prvního paragrafu zmenšil na třináct. Byl vypuštěn dodatek ke čtvrté kapitole. Cvičení jsou přesunuta na konec kapitol.

V knize není průběžné číslování stran; např. E III.5 resp. E.R.5 značí pátou stránku třetí kapitoly resp. sešitu výsledků. Rozkládací listy se seznamem axiomů byly vypuštěny.

Škoda, že noví čtenáři této knihy přijdou o potěšení přemýšlet o důvodech, které vedly k umístění plastiky z Diova chrámu na začátek celého traktátu; tato fotografie byla také vypuštěna.

Karel Karták, Praha

*A. Ionescu Tulcea, C. Ionescu Tulcea: TOPICS IN THE THEORY OF LIFTING, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 48, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York 1969, str. X + 192, cena DM 36, US \$ 9.*

Buď  $X$  lokálně kompaktní prostor a  $\mu$  kladná míra na  $X$ . Buď  $M^\infty(X, \mu)$  prostor ohraničených měřitelných funkcí,  $N^\infty \subset M^\infty$  množina lokálně  $\mu$ -nulových funkcí, a  $L^\infty = M^\infty/N^\infty$ . Buď  $f$  obraz funkce  $f$  v kanonickém zobrazení  $M^\infty \rightarrow L^\infty$ , a pišme  $f \equiv g$  pro  $f - g \in N^\infty$ .

Uvažujme zobrazení  $q: M^\infty \rightarrow M^\infty$ , které má následující vlastnosti: 1°  $q(f) \equiv f$ , 2°  $f \equiv g \Rightarrow q(f) = q(g)$ , 3°  $q(1) = 1$ , 4°  $f \geq 0 \Rightarrow q(f) \geq 0$ , 5°  $q$  je lineární, 6°  $q(fg) = q(f)q(g)$ . Říkáme pak, že  $q$  je lift na  $M^\infty$  (*lifting on  $M^\infty$* ; Bourbaki užívá termínu *relèvement*); je-li splněno pouze 1°–5°, mluvíme o lineárním liftu.

Hlavním výsledkem knihy je, že lift na  $M^\infty$  existuje (to dokázal J. von Neumann jako odpověď na Haarovu otázku už v roce 1931 pro  $X = \mathbf{R}$  a Lebesgueovu míru, zatímco obecná teorie byla vytvořena až kolem roku 1960) zobrazení  $q: \mathcal{L}^p \rightarrow \mathcal{L}^p$  vyhovující podmínkám 1°, 2°, 4°, 5° neexistuje, je-li míra  $\mu$  na nějaké části prostoru  $X$  neatomická.

Lift je silný (*strong lifting*), jestliže  $q(f) = f$  pro každou ohraničenou spojitou funkci  $f$ . Je-li  $X$  metrizovatelný, pak silný lift na  $X$  existuje; obecný případ je zatím nevyjasněn. Podobně není známo, zda lze např. pro  $X = [0, 1]$  dosáhnout toho, aby  $q(f)$  byla vždy borelovská.

V knize jsou dále ukázány souvislosti teorie liftů s topologií hustoty (*density topology*), integrálním vyjádřením lineárního operátoru z  $\mathcal{L}^p$  do nějakého Banachova prostoru (Dunford-Pettisova věta) a desintegraci měř; ukazuje se také, že každý automorfizmus prostoru  $L^\infty(X)$  je indukován bodovým zobrazením prostoru  $X$ .

Je třeba zdůraznit, že řada výsledků není prezentována v rámci Bourbakiho teorie integrálu, ale že v první kapitole je konspekt zajímavé varianty integrace na abstraktním prostoru, přičemž výchozí pojem je axiomaticky pojatý horní integrál na množině nezáporných funkcí.

Vcelku jde o knihu mimořádně zajímavou, napsanou velmi jasně a přitažlivě.

Karel Karták, Praha

*K. Zeller, W. Beekmann: THEORIE DER LIMITERUNGSVERFAHREN* (zweite, erweiterte und verbesserte Auflage), Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970, XII + 314 stran.

První vydání této knihy napsal první z uvedených autorů v roce 1956. Vyšlo jako 15. svazek známé springerovské edice *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete* v roce 1958. Toto druhé vydání se liší od prvního dodatky, které obsahují nové poznatky od roku 1956 do roku 1968.

Knihla pojednává o limitovacích a sčítacích metodách pro divergentní posloupnosti resp. řady. Je to velmi pozoruhodné syntetické dílo, týkající se definicí pojmu limity pro obecné posloupnosti čísel a dávající přehled výsledků v tomto oboru. K jednotné charakterizaci a klasifikaci metod je použito pojmu filtru resp. obecné Moore-Smithovy teorie limit.

Pozornost zasluží seznam literatury připojený ke konci knihy; je seřazen chronologicky od roku 1880 do roku 1968, je obsažen na 108 stranách, ke každé citaci je připojena poznámka o tom, kde bylo o práci referováno (s přesnou citací). Lze se právem domnívat, že tento mimořádně rozsáhlý seznam je téměř úplný v této oblasti.

Pro specialisty bude jistě velmi užitečnou příručkou, nespecialistům dá základní informace o tomto zajímavém oboru, podstatně usnadní orientaci v literatuře. Všem zájemcům je kniha k dispozici v knihovně Matematického ústavu ČSAV v Praze.

Štefan Schwabik, Praha

*Gregers Krabbe: OPERATIONAL CALCULUS*, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970, XVI + 349 stran.

Tato kniha profesora G. Krabbeho z Purdue University v Lafayette ve Spojených státech je rozšířená verze jeho přednášek o operátorovém počtu pro pokročilé a graduované studenty.

Přístup, který autor zvolil je založen na vlastnostech komutativní podalgebry perfektních operátorů v algebře všech lineárních operátorů v prostoru schwartzovských testovacích funkcí  $\mathcal{D}_+$ . Tato podalgebra je izomorfní se Schwartzovou konvoluční algebrou  $\mathcal{D}'_+$ . Operátor se nazývá perfektní, když je aditivní a když komutuje s každým konvolučním operátorem, určeným nekonečně diferencovatelnou funkcí, která je nulová vlevo od nějakého bodu na reálné ose (testovací funkce).

Cílem tohoto přístupu k operátorovému počtu je, stejně jako je tomu v knize J. Mikusińského (*Rachunek operatorów*, Warszawa 1957), přímé fundování operátorového počtu, nevyžadující zbytečná omezení. Zejména jde o omezení, která vyplynou z verifikace metod operátorového počtu na základě Laplaceovy transformace. Laplaceovu transformaci nelze např. použít pro určení funkce  $y(t)$  z rovnice  $t \exp(t^2) = \int_0^t \cos(t - \tau) y(\tau) d\tau$ , neboť funkce  $t \exp(t^2)$  roste příliš rychle a příslušný Laplaceův integrál nekonverguje. Operátorový počet odvozený

přímo bez užití Laplaceovy transformace, dá jediné řešení této úlohy (totiž  $y(t) = \exp(t^2) + 2t^2 \exp(t^2) + (\exp(t^2) - 1)/2$ ,  $-\infty < t < +\infty$ ). Operátorový počet, o kterém se v knize pojednává, lze aplikovat také na nestandardní problémy, které nemají řešení, když se počáteční hodnoty pro  $t = 0$  nahradí hodnotami pro  $t = 0+$ . (Řešení pak mají obecně nespojitost v bodě  $t = 0$ .) Stejně tak je možno jej využít v problémech obsahujících distribuce.

Celkem lze říci, že operátorový počet vybudovaný v této knize eliminuje nedostatky operátorového počtu založeného na Laplaceově transformaci. Možnosti jeho využití jsou širší než u Laplaceovy transformace. Autor spojil ideje J. Mikusiňského a L. Schwartz; operátorový počet v jeho pojetí je v podstatě ekvivalentní se „symbolickým kalkulem“ pro distribuce se zleva omezeným nosičem (L. Schwartz). Výsledkem je nové, přesvědčivé zdůvodnění Heavisideova operátorového počtu a jsou dány další možnosti použití výhod tohoto aparátu s klidným svědomím.

Knihy je určena jak matematikům tak i technikům; mimořádnou pozornost věnuje autor příkladům ilustrujícím užitečnost teorie (např. použití na řešení elektrických obvodů, problém struny, difúzní úlohy, vlnové úlohy atp.). Dostatečná bohatost aplikací v knize by mohla připoutat pozornost těch, kteří jsou skeptičtí k metodám „moderní“ matematiky, aby zjistili, že operátorový počet je matematicky fundován v široké míře i bez Laplaceovy transformace, že je v tomto směru dovoleno dost (i když ne vše) bez rizika kritiky matematiků.

*Štefan Schwabik, Praha*

## DÁLE VYŠLO

**MATEMATIKA (Geometrie a teorie grafů).** Sborník Pedagogické fakulty University Karlovy, uspořádal K. Hruša. Vydala Universita Karlova, Praha 1970. 136 str. Cena 12,— Kčs.

Sborník obsahuje tři práce z geometrie (autoři Z. Dlouhý a J. Kučerová) a devět prací z teorie grafů (autoři: J. Blažek, M. Fiedler, I. Havel, M. Koman, J. Novák, I. Rohlíčková, J. Sedláček, J. Šedivý, B. Zelinka). Práce z teorie grafů vznikly na pražském semináři z teorie grafů, který pracuje při katedře matematiky nynější Pedagogické fakulty University Karlovy již od r. 1960.

*A. Donedu: MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES. Tome 2: Analyse et géométrie différentielle.* Dunod, Paris 1970 (2. vydání), 687 str., cena brož. 58 F.

O prvním vydání této knihy referovali v našem časopise J. Kučerová a J. Sedláček<sup>1)</sup>. Druhé vydání vychází bez podstatných změn.

*A. Kaufmann, D. Coster: EXERCICES DE COMBINATORIQUE AVEC SOLUTIONS II: Propriétés des graphes et méthodes d'énumération.* Dunod, Paris 1970, 220 str., cena brož. 48 F.

Knihy obsahuje 78 příkladů z teorie konečných grafů.

*Redakce*

---

<sup>1)</sup> Čas. pěst. mat. 93 (1968), 240—241.