Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 92 (1967), No. 4, 478--485

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117602

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1967

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

RECENSE

Oystein Ore: WSTĘP DO TEORII GRAFÓW, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1966, stran 166, cena 20 zł.

Úspěšná knížka Oysteina Oreho, která r. 1963 vyšla v New Yorku pod názvem *Graphs and their uses*, byla r. 1965 přeložena do ruštiny a r. 1966 do polštiny. V této recensi si všimneme polského překladu, jehož autorem je Andrzej Mąkowski.

Knížka se dělí do devíti kapitol. V počáteční kapitole se čtenář seznámí se základními pojmy. Graf lze zhruba definovat jako útvar složený z uzlů a hran, přičemž uzly znázorňujeme zpravidla jako body v rovině a hrany jako oblouky nebo úsečky, jimiž jsou spojeny dvojice uzlů. Jsou definovány isomorfní grafy a tento pojem je osvětlen na několika obrázcích. První kapitola obsahuje i výklad o rovinných grafech, k nimž se autor ještě vrátí v druhé polovině knížky. Kapitola druhá si všímá souvislosti grafu. Dostal se sem problém sedmi mostů města Královce i eulerovské grafy, jež s ním souvisejí, dále Hamiltonova úloha o pravidelnén dvanáctistěnu a několik úloh hádankářského charakteru. Stromy jsou vyšetřovány v kapitole třetí a kapitola čtvrtá si všímá užití sudých grafů. Pojem orientovaného grafu najdeme v kapitole páté. Autor se tu podrobně zabývá známou úlohou, ve které se má na plánu nějakého města zavést jednosměrná doprava tak, aby se řidič mohl dostat z kterékoliv křižovatky na kteroukoli další v dovoleném směru. Vyšetřují se grafy, jež připouštějí, aby v nich byla zavedena taková orientace hran. Přitom se přirozeně vyskytne i pojem částečně orientovaného grafu, jehož neorientované hrany odpovídají ulicím, v nichž nebyla zavedena orientace. Čtenáře bude jistě zajímat i paragraf o tzv. genetických grafech. Jsou to orientované grafy, jež popisují rodokmen živých individuí. Každému jedinci odpovídá jeden uzel a z uzlu A jde orientovaná hrana do B, je-li B bezprostředním potomkem jedince A. Autor vyšetřuje podmínky, za kterých je možno daný orientovaný graf pokládat za graf genetický. Šestá kapitola přináší výklad o některých hlavolamech; je tu např. ukázáno, jak lze grafem znázornit známou úlohu o přelévání vína ve třech nádobách. Několik stránek v šesté kapitole popisuje základní pojmy z teorie her. Sedmá kapitola si všímá relací, zejména relací binárních. Úzký vztah mezi binárními relacemi a orientovanými grafy nás vede k otázce, zda nejde vlastně o jednu teorii. Tuto otázku si O. Ore klade na stránkách své knížky a uvádí i odpověď. Je to zejména tradice, jež dala vzniknout jednak teorii grafů, jednak jinak zaměřené teorii binárních relací. V osmé kapitole se rozbírá pojem rovinných grafů. Je tu bez důkazu uvedena slavná Kuratowského věta z r. 1930, čtenář se seznámí s Eulerovou větou i s duálním grafem k danému rovinnému grafu. Patří sem i výklad o pravidelných tělesech a o mosaikách. Závěrečná devátá kapitola se týká barvení map; je tu domněnka o čtyřech barvách a věta o pěti barvách.

Knížka se snadno čte a může být proto dobrou pomůckou nejen pro studenty, ale i pro pracovníky jiných oborů, kteří se chtějí přehledně seznámit s teorií grafů. K snadnějšímu pochopení výkladu přispívají i cvičení, která jsou většinou velmi jednoduchá a doprovázejí skoro všechny paragrafy. Řešení najdeme v závěru svazku. Tato knížka vznikala pravděpodobně ve stejné době jako známá autorova monografie *Theory of graphs* z r. 1962 a má s ní proto řadu styčných bodů. To ovšem není nijak na závadu, neboť každá z obou knih je určena jiným čtenářům. Pokud se polského překladu týče, soudím, že je dobrý a také graficky je knížka dobře vypravena.

Jiří Sedláček, Praha

I. O. Kerner, G. Zielke: EINFÜHRUNG IN DIE ALGORITHMISCHE SPRACHE ALGOL. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1967, 2. opravené vydání, 283 str.

Tato kniha je určena těm, kdo se chtějí skutečně podrobně seznámit s programováním v ALGOLu. Nepředpokládá žádné speciální znalosti z numerických metod nebo matematické logiky ani z oboru matematických strojů.

V úvodní kapitole je čtenář velmi stručně informován o struktuře a práci samočinných počítačů, seznámen s pojmem algoritmu, s blokovým schématem a všeobecnými požadavky na algoritmický jazyk. Pak je krátce naznačena historie vzniku ALGOLu, jeho vyjadřovací možnosti a formalismus popisu jeho syntaxe. Kapitola je zakončena příkladem, který dává čtenáři předběžný přehled o tom, jak se asi v ALGOLu programuje.

V dalších dvou kapitolách je probrána abeceda ALGOLu, vysvětlen, pokud to lze, alespoň přibližně význam jednotlivých znaků, zaveden pojem identifikátorů, zápis čísel a řetězců. V následující čtvrté kapitole jsou probrány postupně aritmetické a boolské výrazy, dosazovací příkazy, standardní funkce a procedury pro vstup a výstup.

V páté kapitole se popisuje, jak vyjadřovat rozvětvování programů: podmíněnými příkazy a skoky, podmíněnými výrazy, užitím přepínačů. Další dvě kapitoly jsou věnovány proměnným s indexy, příkazu cyklu a dále složeným příkazům a blokům. V osmé kapitole jsou probrány procedury. V poslední kapitole je řada příkladů úplných programů, výklad o tom, jak se programy zapsané v ALGOLu zkouší a stručné poznámky k užívání překladačů z ALGOLu pro různé počítače. Čtenář si se zájmem přečte dodatek, jenž zhruba popisuje práci jednoho překladače z ALGOLu, totiž překladače pro počítač ZRA 1. Ke knize je připojena tabulka znázorňující syntaxi ALGOLu.

Celý výklad je protkán velkým množstvím příkladů, které probíranou látku velmi dobře osvětlují. Na konci jednotlivých úseků výkladu je vždy příslušná část syntaxe v BNF.

Autoři se často opírají o podobnost sémantiky ALGOLu a běžného způsobu zápisu, což jim dovoluje, aby leckde užívali některých výrazových prostředků ALGOLu, jejichž sémantika bude podrobně definována teprve později. Čtenář je tak znenáhla uváděn do toho, jak se vykládaného prostředku dá užívat v různých kontextech, může však být leckdy sváděn i k tomu, že si zvyká přikládat některým zápisům sémantiku ne zcela přesnou. Jinak se kniha dobře čte, poněvadž tento způsob výkladu na druhé straně zajišťuje, že při zavádění každého nového pojmu čtenář dobře chápe, k čemu tento pojem bude sloužit.

Příliš stručně jsou probrány procedury, ač je to jeden z nejnáročnějších konceptů ALGOLu. Zejména nedostatečně jsou probrány případy, kdy parametr je vázanou proměnnou (např. sčítací index v procedurách pro tvoření součtů). Podrobněji než v jiných učebnicích jsou probírány rekurentně vyvolávané procedury.

Knihu lze doporučit jako jednu z velmi podrobných učebnic ALGOLu.

Jiří Raichl, Praha

F. Hirzebruch: TOPOLOGICAL METHODS IN ALGEBRAIC GEOMETRY. Třetí rozšířené vydání, opatřené dodatky R. L. Schwarzenbergera a A. Borela. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1966, 232 stran.

Okolnost, že kniha vychází již ve 3. vydání napovídá na jedné straně, že se jedná o práci úspěšnou, na druhé straně, že vzhledem k prudkému rozvoji oboru v posledních letech (první vydání vyšlo v r. 1956) se již metody a výsledky v ní vyložené staly téměř klasickými. Co se týče druhého, je ovšem třeba zdůraznit, že po rozšíření obsahuje kniha též výsledky dosti nedávné. To se týká též dodatků.

Vlastní text je rozdělen do čtyř kapitol. První, „*Přípravný materiál*", seznamuje čtenáře s pojmy multiplikativní posloupnosti, svazku, kohomologií s koeficienty ve svazku, fibrovaného prostoru a charakteristických tříd. Druhá kapitola nese název „*Okruh kobordismů*". Pojednává se zde o Pontrjaginových číslech, samozřejmě o okruhu kobordismů, o indexu variety dimense dělitelné čtyřmi a ρ virtuálním indexu. Třetí kapitola, „*Toddův rod*" se zabývá pojmem uvedeným v názvu, jeho vlastnostmi, zobecněním a vztahy k jiným charakteristikám. Těžištěm knihy je snad možno nazvat kapitolou čtvrtou, „*Riemann-Rochova věta pro algebraické variety.*" Její první paragrafy obsahují řadu výsledků o kohomologiích kompaktních komplexních variet, o Euler-Poincaréových charakteristikách a zvláště o polynomu χ_y. Dokazuje se, že Toddův rod a aritmetický rod se za jistých okolností shodují, odkud potom vyplývá první obecný výsledek, týkající se Riemann-Rochova problému (zhruba řečeno, určení dimense prostoru holomorfních řezů fibrovaného vektorového prostoru nad varietou). Následují další výsledky týkající se této otázky.

V prvním dodatku (jehož autorem je R. L. E. Schwarzenberger) jsou uvedeny aplikace Riemann-Rochovských vět, obecnější řešení Riemann-Rochova problému a některé další výsledky (např. Atiyah-Singerova věta o indexu). Druhý dodatek, jehož autorem je A. Borel, pojednává o jisté spektrální posloupnosti pro komplexní analytické fibrované prostory a o jejích aplikacích.

Kniha je psána se značným pedagogickým citem. Teorie je podávána zajimavě a přehledně. Pojmy jsou uváděny v takovém tvaru, v jakém s nimi (obvykle brzy po uvedení) bude autor pracovat. Podle mého názoru je knihu možno doporučit nejen těm, kdo se zajímají o celou diskutovanou problematiku, ale též (první kapitoly) těm, kdo se chtějí prostě seznámit s pojmy jako jsou kohomologické grupy s koeficienty ve svazku, okruh kobordismů apod.

Aleš Pultr, Praha

D. Mumford: GEOMETRIC INVARIANT THEORY, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1965. 145 stran, 8 vyobrazení v textu.

Autor se zabývá některými otázkami algebraické geometrie. Hlavním účelem knihy je studium operování algebraické grupy (algebraickou grupou se zde rozumí grupové schéma, tj., zhruba řečeno, grupa modelovaná v kategorii schemat, vyhovující jistým podmínkám) na orbitovém prostoru algebraického schematu, zvláště vyšetřování otázky, kdy k dané grupě existuje orbitový prostor schematu, na němž by operovala. Dalším úkolem knihy je rozpracování jistého speciálního případu zmíněného problému.

Kniha je rozdělena do osmi kapitol, nulté až sedmé. V prvních čtyřech paragrafech nulté kapitoly jsou podány některé definice a zkoumány základní vlastnosti definovaných pojmů. V posledním, pátém, paragrafu této kapitoly je podán přehled některých Grothendieckových výsledků, z nichž autor později vychází. Kapitoly první až čtvrtá se zabývají obecným problémem akce grupy na orbitovém prostoru, při čemž teorie je vyložena v kapitolách první a druhé, příklady a důsledky v kapitolách třetí a čtvrté. Kapitoly pátá až sedmá jsou věnovány nahoře zmíněnému, ale (již z nedostatku terminologie) nespecifikovanému, zvláštnímu případu.

Autor používá řeči schemat, která se v poslední době stává v algebraické geometrii dosti obvyklou a je pro diskutované problémy nepochybně vhodná. Domnívám se však, že by kniha, nemá-li být věnována jen velmi úzkému okruhu zájemců, získala tím, kdyby bylo v nulté kapitole věnováno 10—15 stránek definici schematu a uvedení do práce s tímto pojmem. Čtenář sice může vše potřebné najít definováno v Grothendieckově práci citované jako [12], ale ta se nečte zrovna nejlépe (a kromě toho je těžko dostupná).

Aleš Pultr, Praha

R. Hagedorn: RELATIVISTIC KINEMATIC. W. A. Benjamin, Inc., N. Y. 1963, X + 166 stran, cena 8,— $.

Knížka je zpracováním lekcí v CERN (1962). Zabývá se v podstatě transformací různých veličin, vyskytujících se v kvantové mechanice, při přechodu od jedné inerciální soustavy k druhé. Není to soustavná učebnice; předpokládá u čtenáře znalosti řady pojmů, ale zato ho učí, jak s těmito pojmy účelně zacházet.

Obsah je následující. Tři kapitoly (první, druhá a osmá) jsou obecného charakteru (Lorentzova transformace a invarianty, volba jednotek, zápis rovnic). V kapitole třetí a čtvrté jsou transformace energie a momentu při různých volbách souřadnicových soustav. Kapitoly pátá až sedmá jsou věnovány pojmům vyskytujícím se při interakcích. Závěrečná kapitola je věnována polarizaci částic se spinem 1/2.

Předností knihy je řada příkladů k procvičení, opatřených řešením.

Václav Alda, Praha

Carl Ludwig Siegel: GESAMMELTE ABHANDLUNGEN. Bd I, 548 str.; Bd II, 491 str.; Bd III, 484 str. Herausgegeben von K. Chandrasekharan und H. Maas. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1966. Cena DM 88.

C. L. Siegel, k jehož sedmdesátce byly tyto spisy vydány, patří k těm vedoucím osobnostem, které svým dílem podstatně ovlivnily vývoj matematiky v posledních padesáti letech. Přitom mnohé z jeho nejvýznamnějších prací tvoří rozsáhlé cykly, takže dávají čtenáři ucelený obraz projednávané problematiky. Tím ještě stoupá význam vydání časopiseckých prací Siegelových.

Na začátku I. svazku je umístěna fotografie Siegelova, na konci III. svazku faksimile jeho dopisu a úplný seznam všech titulů. Sv. I. obsahuje práce č. 1—26 z let 1921—1937, sv. II. práce č. 27—47 z let 1937—1944, sv. III. práce č. 48—81 z let 1945—1964.

Nejvlastnějším pracovním polem Siegelovým je teorie čísel. Jeho doktorská disertace z r. 1921 se zabývá aproximací algebraického čísla racionálními čísly a obecněji čísly daného algebraického tělesa. Tema i metoda této klasické práce byly předmětem prací dalších autorů; vývoj vyvrcholil v jistém smyslu prací K. F. Rotha (Mathematika *2* (1955) 1—20). Výsledky mají důležité aplikace v teorii diofantických rovnic. Viz práce č. 1, 2, 4, 6; pro uvedení do problematiky může sloužit práce 6, omezující se na aproximace racionálními čísly. S metodikou diofantických aproximací souvisí též práce 16. Její první část pojednává o funkcích (E-funkce), které jsou řešením jistých lineárních diferenciálních rovnic a jejichž Taylorův rozvoj má koeficienty určitých vlastností. Z toho vyplývají určité věty o transcendentnosti. Např. pro algebraické hodnoty $x \neq 0$ neplatí žádná algebraická relace s racionálními koeficienty mezi čísly $J_0(x)$ (Besselova funkce), $J_0'(x)$. Druhá část práce vyšetřuje, které algebraické rovnice $f(x, y) = 0$ s racionálními koeficienty mají jen konečně mnoho celých racionálních řešení x, y. V práci 17 se dokazuje: primitivní periody ω_1, ω_2 a invarianty g_2, g_3 eliptické funkce nemohou být všechny současně algebraická čísla.

Již v r. 1921 se obrací Siegel k dalšímu tematu, totiž k aditivní teorii v algebraických tělesech. Sem patří práce 3, hlavně však práce 8, 14, 44. Informativní úvod do problematiky obsahuje stručný článek 12. Jde o vyjádření celého totálně positivního čísla n algebraického tělesa K jako součtu m r-tých mocnin celých totálně positivních čísel tělesa K a o asymptotickou formuli pro počet takových vyjádření pro velké hodnoty normy čísla n (vynechávám některé modifikace nutné v případě, že K není totálně reálné). V č. 3, 8, 14 je $r = 2$. Důležitým důkazovým prostředkem je podstatné zobecnění analytické metody Hardyho a Littlewooda, kteří se zabývali tělesem racionálních čísel.

Snad největší část Siegelova díla zaujímá teorie kvadratických forem a analytických funkcí s nimi souvisejících, rozsahem asi 40% celých sebraných spisů. Tyto obdivuhodné práce, užívající rozvětveného aparátu aritmetického, algebraického, analytického i geometrického, ukazují jak originálnost a pronikavost autorových idejí, tak širokou a hlubokou erudici, a konečně i mistrovskou techniku v nejsložitějších úvahách, kterých se právě v těchto pracích vyskytuje hojnost.

Pokusím se aspoň zlomkovitě naznačit, o jakou problematiku jde. První práce z tohoto okruhu jsou práce č. 20, 22, 26. Informativní uvedení do jejich problematiky najde čtenář ve stručném referátu č. 27 nebo obšírněji v č. 29. Je-li Q resp. R kvadratická forma o m resp. n proměnných s maticí S resp. T, a převádí-li lineární substituce s maticí C (o m řádcích a n sloupcích) formu Q v R, lze tuto okolnost zapsat též ve formě

$$C'SC = T, \tag{1}$$

kde C' značí matici transponovanou k C. Jestliže $n = 1$, takže C je systém m čísel $x_1, \ldots, x_m$, je T číslo a rovnost (1) praví, že $Q(x_1, \ldots, x_m) = T$, což vede ke klasickým otázkám representace čísel kvadratickými formami. Budeme se však nyní zabývat obecnými hodnotami m, n $(n \leqq m)$. Prozatím půjde vesměs o *reálné* formy a reálné substituce (tedy o reálné matice). Připomeňme toto: Buďte Q, Q_1 dvě kvadratické formy s maticemi S, S_1. Říkáme, že patří do téže *třídy*, existují-li celočíselné matice C, C_1 tak, že

$$C'SC = S_1 , \quad C_1'S_1C_1 = S ; \tag{2}$$

říkáme, že patří do téhož *rodu*, jestliže předně existují reálné matice C, C_1 tak, že platí (2), a jestliže za druhé ke každému přirozenému q existují celočíselné matice X, X_1 tak, že

$$X'SX \equiv S_1 , \quad X_1'S_1X_1 \equiv S \pmod q .$$

Zřejmě se každý rod rozpadá na třídy.

Vraťme se nyní k rovnosti (1). Buďte Q, R kvadratické formy o m resp. n proměnných $(n \leqq m)$ s *celočíselnými* maticemi S, T. Buďte prozatím Q, R positivně definitní (budu místo toho říkat, že matice S, T jsou positivně definitní apod.). Budiž $A(S, T)$ počet celočíselných matic C, pro něž platí (1); budiž $A_q(S, T)$ počet celočíselných matic C, inkongruentních modulo q, pro něž je

$$C'SC \equiv T \pmod q . \tag{3}$$

Hledáme vztah mezi číslem $A(S, T)$ a čísly $A_q(S, T)$. Obsahuje-li rod formy Q jedinou třídu, dostaneme přímo takový vztah; obsahuje-li rod formy Q více tříd, representovaných formami $Q_1, \ldots, Q_h$ s maticemi $S_1, \ldots, S_h$, dostaneme tento vztah:

$$\left\{\frac{A(S_1, T)}{A(S_1, S_1)} + \ldots + \frac{A(S_h, T)}{A(S_h, S_h)}\right\} : \left\{\frac{1}{A(S_1, S_1)} + \ldots + \frac{1}{A(S_h, S_h)}\right\} = \tag{4}$$
$$= A_\infty(S, T) \lim_{q \to \infty} A_q(S, T)\, q^{\frac{1}{2}n(n+1) - mn} ,$$

kde q probíhá např. posloupnost faktoriálů $1!, 2!, 3!, \ldots$ a $A_\infty(S, T)$ je popsáno takto: Symetrické n-řadové matice Y závisí na $\frac{1}{2}n(n+1)$ prvcích y_{kl} $(1 \leqq k \leqq l \leqq n)$. Zvolme v $\frac{1}{2}n(n+1)$-rozměrném prostoru těch Y nějaké „malé“ okolí B bodu T o objemu $v(B)$. Matice X (o m řádcích a n sloupcích), pro něž $X'SX \in B$, tvoří jistou množinu B_1 v mn-rozměrném prostoru o objemu $v(B_1)$. Nechme nyní průměr množiny B konvergovat k nule (přičemž stále $T \in B$); potom existuje konečná

$$\lim \, (v(B_1) : v(B)) = A_\infty(S, T) .$$

Základní věta, daná vzorcem (4), platí pro $m > n + 1$. Pro $m = n$, $m = n + 1$ je nutná malá úprava. Pro $h = 1$ se levá strana v (4) redukuje na $A(S, T)$.

Jestliže Q (s maticí S) je indefinitní, objeví se nové obtíže. Celočíselnou matici V nazýváme jednotkou matice S (nebo formy Q), jestliže $V'SV = S$; tyto jednotky tvoří zřejmě grupu a $A(S, S)$ je počet jednotek. Ale na rozdíl od definitních forem je u indefinitních forem grupa jednotek zpravidla nekonečná (o ní pojednává práce č. 33) a totéž platí o objemu $v(B_1)$. Zde je tedy nutno zavést v (4) místo levé strany a místo $A_\infty(S, T)$ jiné veličiny, které by měly konečné hodnoty. Tato „finitisace" spočívá — velmi schematicky a nepřesně řečeno — např. na tom, že $Z'SZ$ se nezmění, nahradíme-li matici Z maticí VZ, kde V je jednotka matice S.

Podotýkám: Práce 20 se týká definitních forem, práce 22, 45 indefinitních forem, práce 26 pak zobecnění z tělesa racionálních čísel na algebraická tělesa. Práce 58 se týká celočíselných řešení rovnice

$$(ax_1^2 + bx_1x_2 + \ldots) + (cx_1 + dx_2 + \ldots) + e = 0$$

s celými koeficienty; v práci 60 je zobecnění na algebraická tělesa. Práce 20, 22, 26, 45 lze považovat za kvantitativní pojetí věty (vyslovené Minkowskim a úplně dokázané Hassem) o vztazích mezi representovatelností formy R formou Q v tělese racionálních čísel a representovatelností v tělese reálných čísel a ve všech tělesech p-adických čísel. Zjemnění této věty H. Hasse je obsahem práce 36.

Ukazuje se, že hlavní věta, o které byla řeč (tj. vztah (4) a jeho analogie pro indefinitní S) je výrazem jistého vztahu mezi modulovými funkcemi $\frac{1}{2}n(n + 1)$ proměnných (pro $n = 1$ jde o klasické modulové funkce z teorie eliptických funkcí). Abych aspoň stručně naznačil, o jaké funkce jde, musím trochu odbočit. Budiž $n \geqq 1$; A, B, C, D značí n-řadové (čtvercové) reálné matice, E jednotkovou n-řadovou matici. Položme

$$I = \begin{pmatrix} 0 & E \\ -E & 0 \end{pmatrix}.$$

$2n$-řadová reálná matice

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \tag{5}$$

se nazývá symplektická, když $M'IM = I$ (pro $n = 1$ to značí $AD - BC = 1$). Symplektické matice tvoří grupu Ω_0. Budiž nyní $Z = X + iY$ *komplexní* symetrická n-řadová matice; H budiž množina těch Z, pro něž Y je positivně definitní. Každé symplektické matici (5) přiřaďme transformaci

$$W = (AZ + B)(CZ + D)^{-1}\,; \tag{6}$$

to je zobrazení $Z \to W$ množiny H na H. Tyto transformace tvoří grupu Ω, jež je isomorfní s grupou, vzniklou z Ω_0 ztotožněním M a $-M$. Studiu této grupy a jejích nespojitých podgrup je věnována práce 41 (Symplectic geometry). V H se zavádí riemannovská metrika, invariantní vůči transformacím z Ω. Je-li Δ nespojitá podgrupa grupy Ω, dokazuje se existence příslušného fundamentálního oboru poměrně jednoduché struktury. Přitom fundamentální obor je taková uzavřená oblast $F \in H$, že ke každému $Z \in H$ existuje buďto právě jeden bod W uvnitř F nebo aspoň jeden bod W na hranici F tak, že W je obrazem bodu Z při některé transformaci (6) z Δ.

Mezi nejdůležitější nespojité podgrupy grupy Ω patří modulová grupa Γ, což je množina všech transformací (6) z Ω s celočíselnými maticemi A, B, C, D. Užitím teorie redukce kvadratických forem se najde poměrně jednoduchý fundamentální obor F pro Γ. Modulovou formou n-tého stupně $\varphi(Z)$ nazveme pak funkci $\frac{1}{2}n(n + 1)$ komplexních prvků symetrické matice Z, která je holomorfní v H, omezená v F a pro každou modulovou transformaci (6) splňuje rovnost

$$\varphi(W) = \varphi(Z) \,.\, (\mathrm{Det}\,(CZ + D))^g\,,$$

kde „váha“ g je sudé číslo (Det S značí determinant matice S; netriviální funkce φ dostaneme jen pro $g > 0$). Ukazuje se dále, že mezi $\frac{1}{2}n(n+1)+2$ modulovými formami existuje vždy algebraická (isobarická) relace, ale že existuje $\frac{1}{2}n(n+1)+1$ algebraicky nezávislých modulových forem; ty se konstruují pomocí zobecněných Eisensteinových řad. Podíl dvou modulových forem téže váhy je potom meromorfní funkce, tzv. modulová funkce, invariantní při modulových transformacích (6). Viz hlavně práce č. 32, 75, 77; z nich č. 32 je systematický a poměrně elementární úvod do teorie modulových forem.

Teorii redukce kvadratických forem, která hraje důležitou úlohu v uvedených pracích, je věnována práce 72; v práci 33 je probrána teorie redukce v míře potřebné pro studium grupy jednotek. Práce 30, 31 budují teorii funkce zeta indefinitních kvadratických forem. Budiž dále $h(d)$ počet tříd binárních kvadratických forem diskriminantu d. V práci 21 se dokazuje důležitá asymptotická formule $\log h(d) \sim \frac{1}{2}\log|d|$ pro $d \to -\infty$ a obdobná formule pro $d \to +\infty$. V práci 47 se odvozují asymptotické formule pro jisté střední hodnoty související s třídami kvadratických forem o m proměnných s danou signaturou n, $m-n$ a s absolutní hodnotou determinantu nejvýše rovnou N (jde o asymptotické vzorce pro $N \to +\infty$).

Pokusil jsem se naznačit aspoň na jednom důležitém úseku tematiku Siegelových prací; je jasné, že porušuji proporcionalitu, zmíním-li se o ostatních věcech jen několika slovy. Řada prací se týká Riemannovy funkce zeta a jejích zobecnění (Dirichlet, Dedekind, Epstein); jiné práce se týkají geometrie čísel atd. Bylo však asi dost nečekané pro širší matematickou veřejnost, když Siegel počal publikovat též práce z teorie diferenciálních rovnic. Práce 23, 34, 35 se týkají problému tří těles, práce 52 se týká rovnice $f(x, y)\,dx = g(x, y)\,dy$ na toru. Naznačím aspoň stručně problematiku prací 37, 61, 63 (hlavně dvou posledních). Tyto práce se týkají systému reálných analytických rovnic

$$\dot{x}_k = P_k(x_1, \dots, x_n) \quad (k = 1, \dots, n) \tag{7}$$

v okolí rovnovážného bodu, speciálně Hamiltonova systému

$$\dot{x}_k = \partial H/\partial y_k\,, \quad \dot{y}_k = -\partial H/\partial x_k \quad (k = 1, \dots, n)\,. \tag{8}$$

V práci 61 jde o tento problém: Zjistit, zda je možno reálnou analytickou trasformací

$$z_k = F_k(x_1, \dots, x_n) \quad (k = 1, \dots, n)$$

převést (7) na lineární systém. K tomu cíli se vezmou lineární části L_k řad P_k a sestrojí se vlastní hodnoty $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ jejich matice. Ukazuje se, že až na množinu systémů $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ nulové míry lze sestrojit *konvergentní* řady F_k, převádějící (7) v lineární systém. Avšak Hamiltonův systém (8) spadá právě do oné množiny, kterou při důkazu konvergence v práci 61 bylo nutno vyloučit. A vskutku se v práci 63 dokazuje (pro $n = 2$, λ_1, λ_2 ryze imaginární, λ_1/λ_2 iracionální), že formální postup, vedoucí k řadám F_k, dává pro „většinu“ funkcí H *divergentní* řady („většinu“ je nyní nutno chápat ve smyslu Baireovy kategorie).

V teorii čísel, např. v teorii kvadratických forem nebo v aritmetické teorii algebraických těles, bylo mnoho práce vykonáno průběhem 19. století a částečně i koncem století osmnáctého. Proto je obtížné v této problematice otvírat nové obzory a razit nové cesty bez důkladné znalosti odkazu minulosti. Že Siegel tento odkaz do hloubky ovládá, ukazují jeho práce; že o něj projevuje aktivní zájem i s hlediska historického, ukazují některé jeho práce matematicko-historického charakteru, z nichž nejvýznamnější je asi práce č. 18, pojednávající o netištěných pracích Riemannových z jeho pozůstalosti, týkajících se funkce zeta. Doporučuji čtenáři, aby si přečetl přednášku č. 81, která líčí matematický život ve Frankfurtu n. M. za tzv. výmarské republiky a mj. také práci semináře o dějinách matematiky.

Vojtěch Jarník, Praha

A. Heyting: AXIOMATIC PROJECTIVE GEOMETRY, P. Noordhoff N. V. — Groningen, North-Holland Publishing Company — Amsterdam; Bibliotheca Mathematica (A series of Monographs on Pure and Applied Mathematics, vol. 5), VI + 148, 1964.

Tato učebnice vznikla z autorových přednášek na amsterodamské universitě. Nové partie základů geometrie, zejména ty, které vznikly od třicátých let studiem různých oslabení Desarguesovy věty, jsou nyní již natolik celistvé, že autor přistoupil k jejich zpracování v podobě elementární učebnice. Zavedením souřadnic Hallovou metodou dochází v těchto partiích základů geometrie ke střetnutí geometrické a algebraické metody. Autor, pokud mohl, dal přednost metodě geometrické. Pokud některé otázky nemohly být do rámce učebnice zahrnuty, odkazuje se na kompendium G. PICKERTA: *Projektive Ebenen,* Berlin—Göttingen—Heidelberg 1955.

Názvy jednotlivých kapitol knihy: I. Úvod. II. Incidenční tvrzení v rovině. III. Souřadnice v rovině. IV. Incidenční tvrzení v prostoru. V. Souřadnice v prostoru. VI. Základní věta projektivní geometrie. VII. Uspořádání.

V kapitole první je podáno schéma axiomatické metody, některé základní pojmy z teorie množin, z algebry a z klasické „analytické" projektivní geometrie.

V kapitole druhé se definuje rovinná projektivní geometrie užitím jen incidenčních axiomů a studují se především různé podoby Desarguesovy incidenční věty (D_{11}, D_{10}, D_9). Pak se vyšetřují kolineace (především perspektivní), harmonické čtveřiny bodů a projektivity mezi přímkami. Následuje rozbor Pappovy incidenční věty a Hessenbergovo odvození věty Desarguesovy z věty Pappovy.

V kapitole třetí je projektivní rovina vybavena souřadnicemi metodou M. Halla. Tyto souřadnice dávají vznik algebraické struktuře T nazvané *ternárním tělesem* (název pochází od G. Pickerta; Hall zavedl název (*planární*) *ternární okruh*). Je to ternární grupoid splňující pdomínky (i) až (viii) na str. 72—73 recensované knihy. Poznamenejme, že podmínky (v) a (vi) jsou důsledkem zbývajících, jak poprvé ukázal B. I. ARGUNOV (viz Izv. Ak. Nauk SSSR, *13* (1949), str. 450). Autor zkoumá v T odvozené binární sčítání a násobení a vliv tvrzení D_{11} a D_{10} na T. Dále je konstruována projektivní rovina P nad daným ternárním tělesem T a studován vliv algebraických podmínek kladených na T na geometrické vlastnosti roviny P. Na závěr kapitoly jsou v desarguesovské rovině zavedeny homogenní souřadnice.

V kapitole čtvrté a páté je užitím pouze incidenčních axiomů definován trojrozměrný projektivní prostor, ukázána platnost D_{11} v něm, načež jsou zavedeny obyčejné i homogenní souřadnice a odvozena rovnice roviny.

Kapitola šestá je věnována větě o určení projektivity mezi dvěma přímkami třemi páry odpovídajících si bodů. Tato věta platná v desarguesovské rovině je označena jako *základní věta projektivní geometrie.*

V kapitole sedmé studuje se nejprve cyklické uspořádání libovolné množiny a pak je zaveden pojem uspořádané projektivní roviny. Jemu odpovídá pojem uspořádaného ternárního tělesa. Základní výsledky o uspořádaných rovinách odvodila SYBILLA CRAMPE (viz Math. Zeitschr. *69* (1958), 435—462) a autor seznamuje čtenáře s těmito jejími výsledky. Další jeho výklad vede až k pojmu uspořádaného tělesa. Je uveden známý Hilbertův příklad uspořádaného nekomutativního tělesa. Po krátké diskusi Archimedova axiomu a Dedekindova axiomu spojitosti se autorem zvolená cesta uzavírá: dochází se již ke klasické reálné projektivní rovině.

Výklad v učebnici je stručný a neobyčejně srozumitelný. Až na nepatrné výjimky v poslední kapitole nejsou užita žádná odvolání na jinou literaturu. Domnívám se, že kniha je velmi zdařilá.

Václav Havel, Brno