Časopis pro pěstování matematiky

Otakar Leminger
Sestrojení pravidelného jedenáctiúhelníka

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 87 (1962), No. 2, 227--228

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117429

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 87 (1962), Praha

RŮZNÉ

SESTROJENÍ PRAVIDELNÉHO JEDENÁCTIÚHELNÍKA

OTAKAR LEMINGER, Ústí nad Labem

Sestrojení pravidelného jedenáctiúhelníka lze převést na řešení rovnice $\cos 5\varphi = \cos 6\varphi$ s kořeny

$$\varphi_k = (k - 1) . \frac{2\pi}{11}; \quad (k = 1, \ldots, 6) .$$

Řešení této rovnice lze graficky získat určením průsečíků kubické paraboly

$$y = \frac{32}{11} x^3 \sqrt{11} - \frac{7}{3} x \sqrt{11}$$

s kružnicí

$$\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{27}\sqrt{11}\right)^2 = \frac{16\,767}{54^2};$$

o úsečkách x_k jejich průsečíků platí

$$x_k + \frac{1}{12} = \cos (k - 1) \frac{2\pi}{11}; \quad (k = 1, \ldots, 6) .$$

(Srv. [2].)

Ukážeme v dalším přibližnou jednoduchou konstrukci pravidelného jedenáctiúhelníka, která je asi pětkrát přesnější než konstrukce uvedená V. HRUŠKOU v [1], str. 50. Vyjdeme z přibližné rovnosti

$$\cos 2 \frac{2\pi}{11} \doteq \sqrt{2} - 1 .$$

Položíme-li

$$\cos 2\alpha = \sqrt{2} - 1 , \quad \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{je} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

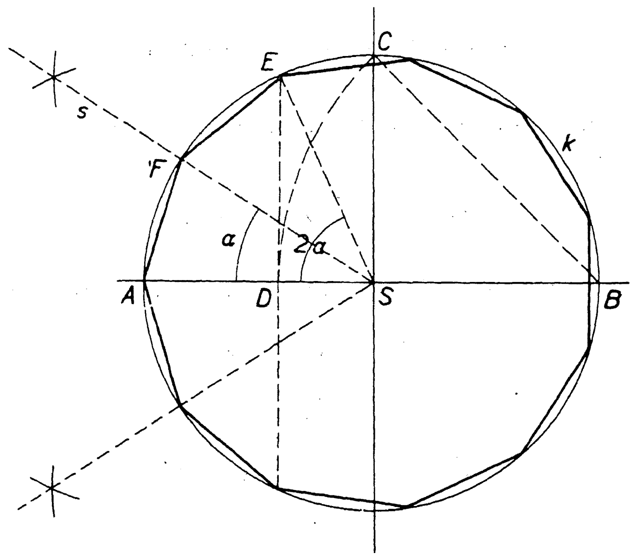
a dále

$$2 \sin \frac{\alpha}{2} = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^{1/2} = 0{,}56409854\ldots$$

Poněvadž délka strany pravidelného jedenáctiúhelníka vepsaného do jednotkové kružnice je

$$s_{11} = 2\sin\frac{\pi}{11} = 0{,}5634652\ldots,$$

dopouštíme se – položíme-li $s_{11} \doteq 2\sin\alpha/2$ – chyby 0,0006333... Příslušná konstrukce je provedena na obr. 1. V jednotkové kružnici k sestrojíme průměr AB a na něj kolmý poloměr SC. Na průměru AB určíme bod D tak, aby $\overline{DB} = \overline{CB}$.



Obr. 1.

V bodě D vztyčíme kolmici k průměru AB a jeden z jejích průsečíků s kružnicí k označíme E. Symetrála s úhlu $2\alpha = \widehat{ASE}$ protíná kružnici k v bodě F. Úsečka

$$AF = 2\sin\frac{\alpha}{2} = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^{1/2}$$

je přibližně strana pravidelného jedenáctiúhelníka vepsaného do kružnice k.

Literatura

[1] *V. Hruška*: Konstrukce omezenými prostředky a geometrické aproximace. Praha 1950.

[2] *O. Leminger*: O pravidelném 257-úhelníku. Čas. pro pěst. mat. *84* (1959), str. 371–373.