

## Úlohy a problémy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 86 (1961), No. 1, 111

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117354>

### Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1961

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ÚLOHY A PROBLÉMY

1. Nech  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  sú dané reálne čísla a nech sú ďalej dané reálne čísla  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Označme znakom  $\Phi$  množinu všetkých funkcií, definovaných v intervale  $\langle x_0, x_n \rangle$ , ktoré majú tieto vlastnosti:

- (1) každá funkcia  $f(x) \in \Phi$  má spojitú prvú deriváciu  $f'(x)$  v intervale  $\langle x_0, x_n \rangle$ ,
- (2) pre každé  $k = 1, 2, \dots, n$  a pre každú funkciu  $f(x) \in \Phi$  platí

$$\int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x) dx = y_k.$$

Nech  $f(x)$  je ľubovoľná funkcia z  $\Phi$ . Definujme si menlivosť  $M(f)$  funkcie  $f(x)$  takto:

$$M(f) = \int_{x_0}^{x_n} [f'(x)]^2 dx.$$

Úlohou je vyšetriť, či za uvedených predpokladov existuje vždy funkcia množiny  $\Phi$  s minimálnou menlivosťou, a ak áno, nájsť spôsob jej určenia.

*Anton Kotzig, Bratislava*

2. Nechť  $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) jsou takové vektory v euklidovském prostoru  $E$ , že  $(\alpha_i, \alpha_j) \geq 0$  pro  $i, j = 1, \dots, n$ . Existuje pak euklidovský prostor  $E' \supset E$  tak, že  $\alpha_i$  jsou vesměs v jednom (zobecněném) uzavřeném oktantu prostoru  $E'$ ? V maticovém tvaru lze úlohu formulovat takto: Existuje ke každé nezáporně definitní a zároveň nezáporné matici  $P$  nezáporná matice (ne nutně čtvercová)  $A$  tak, že  $P = AA'$ , kde  $A'$  je matice transponovaná k  $A$ ?

*Miroslav Fiedler, Praha*