Časopis pro pěstování matematiky

Miroslav Katětov; Alois Švec
Akademik Eduard Čech (29.6. 1893 - 5.3.1960) [nekolog]

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 85 (1960), No. 4, 477,477a,478--491

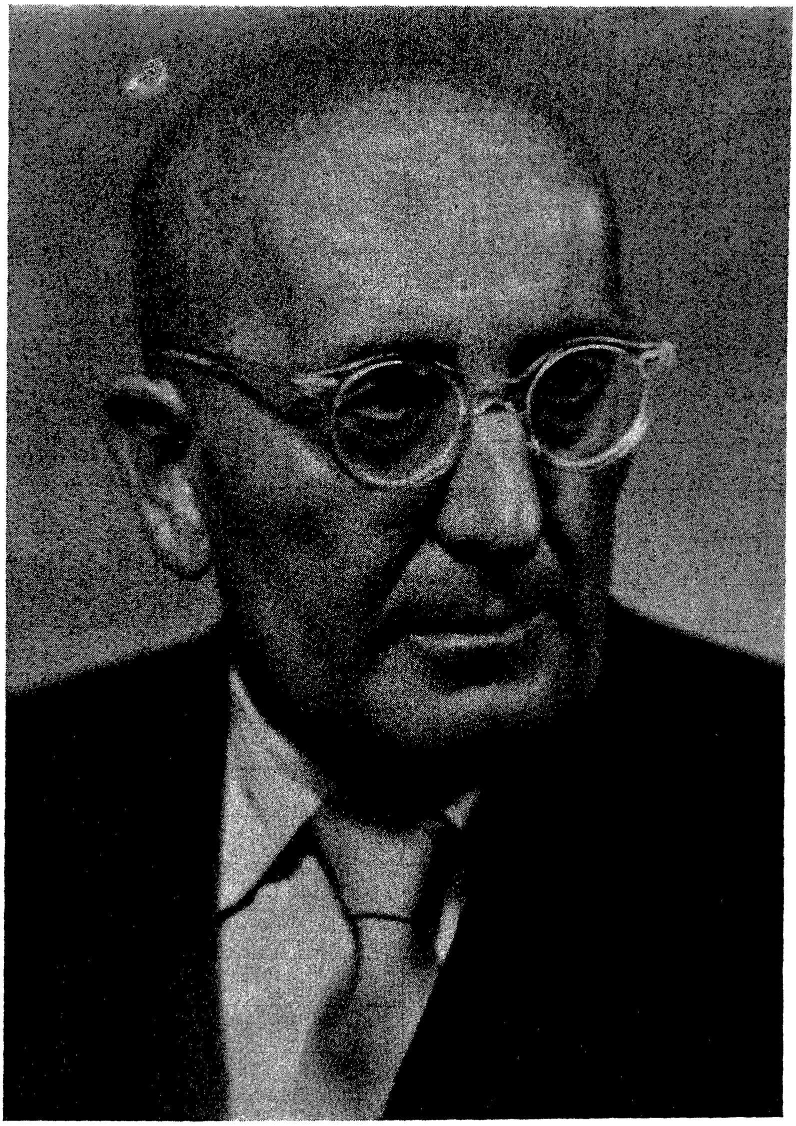
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117341

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz



Akademik EDUARD ČECH
(*29. 6. 1893, †15. 3. 1960)

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 85 (1960), Praha

ZPRÁVY

AKADEMIK EDUARD ČECH

(*29. VI. 1893, †15. III. 1960)

MIROSLAV KATĚTOV, JOSEF NOVÁK a ALOIS ŠVEC, Praha

15. března 1960 zemřel v Praze ve věku 67 let vynikající československý matematik EDUARD ČECH. Truchlíme nad skonem vědce světového formátu, který nám byl učitelem, rádcem a vzorem pilné a vytrvalé práce, již miloval a konal s nadšením. V akademiku E. Čechovi ztrácíme jednoho z nejvýznamnějších světových představitelů oboru diferenciální geometrie a topologie, v nichž obohatil matematickou literaturu díly průkopnického významu.

E. Čech se narodil 29. června 1893 ve Stračově v severovýchodních Čechách. Studoval na gymnasiu v Hradci Králové. Jeho oblíbeným předmětem byla především matematika, v níž daleko vynikal nad ostatními studenty. V roce 1912 vstoupil na Karlovu universitu v Praze, aby na její filosofické fakultě studoval matematiku. Tehdy působili na fakultě dva profesoři matematiky. V té době získával E. Čech matematické vzdělání hlavně studiem odborných knih, které četl v knihovně Jednoty českých matematiků a fysiků. Za dobu pěti semestrů prostudoval množství matematické literatury, kterou vybíral podle svého vlastního uvážení a záliby. Tak získával znalosti z mnoha oborů matematiky bez jakéhokoliv odborného vedení. Do rukou se mu dostala i některá pojednání z elementární matematiky, v jejichž větách i důkazech se vyskytovaly logické mezery; se zvláštní oblibou je opravoval a doplňoval. To byl počátek jeho zájmu o didaktické otázky v matematice. Jelikož v té době nestačil jen jeden předmět k aprobaci na středních školách, zvolil si za druhý předmět studia deskriptivní geometrii a soustředil se pak více na studium elementární, deskriptivní a projektivní geometrie.

Na Karlově universitě studoval E. Čech jen prvních pět semestrů. V roce 1915 byl odveden a musil narukovat na vojnu. Svého nuceného pobytu na vojně užil ke studiu cizích jazyků; naučil se rusky, německy a italsky. Po první světové válce zakončil vysokoškolské studium státními zkouškami a krátkou dobu učil matematice na reálce v Praze-Holešovicích.

V roce 1920 předložil disertační práci z matematiky na thema „O křivkovém a plošném elementu třetího řádu"; byl prohlášen doktorem filosofie. Od té doby se E. Čech vážně zajímá o vědeckou práci. Začal se zabývat soustavným studiem diferenciálních projektivních vlastností geometrických útvarů. Prostudoval pojednání vynikajícího italského geometra G. FUBINIHO, a když dostal malou studijní podporu, strávil školní rok 1921—22 v Turině. Profesor Fubini poznal mimořádné matematické nadání mladého Čecha a nabídl mu spoluautorství knihy, kterou hodlal napsat. Oba autoři společně pak napsali dvě knihy: dvoudílnou „Geometria proiettiva differenziale", jež vyšla v Bologni v r. 1926 a 1927, a „Introduction à la géométrie projective différentielle des surfaces", která byla vydaná v Paříži v r. 1931. Tyto knihy proslavily oba vědce na celém světě.

V roce 1922 se E. Čech habilitoval na přírodovědecké fakultě v Praze. Jeho habilitační práce se týkala projektivní diferenciální geometrie. Za rok na to, v necelých třiceti letech svého života, byl E. Čech jmenován mimořádným profesorem na přírodovědecké fakultě university v Brně, kde se tehdy uvolnilo místo po profesoru MATYÁŠI LERCHOVI. Jelikož na této fakultě geometrii přednášel profesor LADISLAV SEIFERT, bylo uloženo profesoru Čechovi přednášet partie z matematické analysy a algebry. Proto začal intensivně studovat také tyto matematické disciplíny. Prostudoval v krátké době příslušnou literaturu a pak po dvanáct let přednášel úspěšně na vysoké škole v Brně analysu a algebru.

V roce 1928 byl jmenován řádným profesorem. V té době projevil hluboký zájem o topologii. Zdrojem jeho studia byla především pojednání uveřejněná v „Fundamenta Mathematicae", hlavně články K. KURATOVSKÉHO, W. SIERPIŃSKÉHO, B. KNASTERA, S. MAZURKIEWICZE, později K. BORSUKA a S. EILENBERGA. Sledoval také topologickou literaturu i v jiných časopisech, zejména práce E. H. MOOREA a jeho žáků a práce P. S. ALEXANDROVA a S. LEFSCHETZE, týkající se kombinatorické topologie. Od r. 1931 přestal E. Čech publikovat pojednání z diferenciální geometrie a věnoval se výhradně bádání v množinové i kombinatorické topologii. Byly to zejména dvě průkopnické práce z r. 1932, jedna o obecné teorii homologie v libovolných prostorech a druhá o obecné teorii variet a teorémech duality; jimi se zařadil mezi nejlepší znalce kombinatorické topologie, takže např. ve velké učebnici amerického matematika S. Lefschetze „Algebraic Topology" z r. 1942 je nejvíce citován po samém autoru. V září r. 1935 byl pozván E. Čech na speciální konferenci o kombinatorické topologii do Moskvy, na které byl přítomen jen omezený počet nejlepších odborníků evropských i amerických. E. Čech informoval členy konference o svých výsledcích, což vzbudilo takovou pozornost, že dostal pozvání k přednáškám do střediska matematického bádání v Americe „Institute for Advanced Study" v Princetonu. Přednášky o pseudovarietách, které tam potom konal, byly publikovány anglicky a byly přeloženy do španělštiny.

Po svém návratu z Ameriky r. 1936 začal E. Čech organisovat v Brně matematickou školu. Soustředil kolem sebe mladé pracovníky nadšené pro vědeckou práci a založil zde topologický seminář, v němž byly z počátku systematicky diskutovány práce sovětských matematiků P. S. ALEXANDROVA a P. URYSOHNA. Pracovní prostředí a osobnost Čechova, plná podnětů, působily zdárně na všechny členy semináře. Bylo tu řešeno mnoho problémů, jež formuloval E. Čech, a za dobu tří let vzniklo v semináři 26 vědeckých pojednání, mezi nimiž i Čechova práce o bikompaktních prostorech. V ní definoval E. Čech nový typ topologických prostorů, jenž vzbudil značnou pozornost mezi zahraničními matematiky a jenž byl na jeho počest nazván *Čechův bikompaktní obal* (viz např. P. S. Alexandrov, Uspechi matem. nauk 1960, sv. *15*, seš. 2 (92), 25—95) a který je také znám pod názvem Stone-Čechův kompaktní obal (viz J. KELLEY, „General Topology", 1955, str. 298). Topologický seminář trval až do r. 1939, kdy byly po okupaci našich zemí uzavřeny české vysoké školy. Ale i po uzavření semináře vytvořil E. Čech se svými nejbližšími spolupracovníky B. POSPÍŠILEM a J. NOVÁKEM pracovní skupinu, jež se scházela v Pospíšilově bytě pravidelně každý týden až do zatčení Pospíšila gestapem v r. 1941. Čechův topologický seminář má v historii naší matematiky důležitý význam; Čech zavedl u nás novou pokrokovou organisační formu matematického bádání, totiž systematickou kolektivní spolupráci.

Po dvaadvacetiletém učitelském a vědeckém působení v Brně odešel profesor Čech v r. 1945 na přírodovědeckou fakultu Karlovy university do Prahy. Na novém působišti vyvinul úsilí o organisaci československé matematiky. V roce 1947 se stal vedoucím Badatelského ústavu matematického při České akademii věd a umění, který vedl až do roku 1950, kdy byl zřízen Ústřední ústav matematický; jeho prvním ředitelem byl opět profesor Čech. V roce 1952 byla ustavena Československá akademie věd a E. Čech byl jmenován jejím členem mezi prvními akademiky. Byl pak pověřen vedením Matematického ústavu ČSAV. Vytýčil pracovní, vědecký a výzkumný program tohoto ústavu a dbal toho, aby se naše matematika nerozvíjela jen v oblasti teoretické, ale také v aplikacích, zejména technických. V roce 1954 přešel na matematicko-fysikální fakultu, kde budoval Matematický ústav Karlovy university. V té době a až do své smrti intensivně pracoval v oboru diferenciální geometrie a publikoval celkem 17 prací. Vedle jiných knih a publikací vydal též knihu „Topologické prostory" (Nakladatelství ČSAV, Praha 1959), kde shrnul dosavadní poznatky a rozšířil je o poznatky získané v brněnském topologickém semináři.

Vědecká, učitelská a organisační činnost akademika Čecha přispěla k rozvoji matematiky v našich zemích. Vedle této bohaté práce projevoval akademik Čech nemalý zájem o otázky výuky matematiky. Náležel mezi ty naše vědce-matematiky, kteří pochopili, že učitelská práce na vysoké škole se musí konat v těsné souvislosti s prací učitelů škol nižších stupňů. Proto těsně před válkou a za okupace psal učebnice matematiky pro nižší třídy bývalých gymnasií; tyto učebnice byly od r. 1945 upraveny a používány i na bývalých školách měšťanských, a později od r. 1948 v nižších třídách jednotné střední školy, kde vykonaly velkou službu především mezi učitelstvem, a do značné míry pomohly zaplnit řadu mezer v připravenosti učitelů bývalých měšťanských škol na úkoly, jež před ně postavila jednotná škola. Byl to právě E. Čech, který soustavně poukazoval na hříchy, jichž se první republika dopustila na učitelstvu těchto škol tím, že se o jejich vysokoškolské vzdělání nestarala, ale přímo byla proti němu. Nemalou péči věnoval E. Čech ve svých učebnicích vytváření matematických pojmů v mysli studentů, rozvoji abstrakce a schopnosti logicky uvažovat.

Problémům školské matematiky věnoval E. Čech mnoho času a energie v řadě přednášek o středoškolské matematice, konaných od r. 1938 v Brně. Po r. 1945 konal pak semináře o elementární matematice v Praze a po několik let v Brně; některé z těchto seminářů byly určeny přímo pro učitele v činné službě. Rovněž v celé řadě vysokoškolských přednášek, skript a jiných prací a článků věnoval E. Čech pozornost elementární a speciálně školské matematice.

V úzké souvislosti s problematikou elementární a školské matematiky byla i Čechova práce v otázkách ideologických. Jako uvědomělý člen Komunistické strany Československa se snažil v pojetí školské matematiky zdůraznit ty partie, které přispívají k formování vědeckého světového názoru naší mladé generace. Byl to právě E. Čech, který seznamoval naši učitelskou matematickou obec a školské orgány s názory sovětskými.

V profesoru E. Čechovi vyrostl přední vědec světového formátu v oboru matematiky. Účastnil se řady mezinárodních matematických kongresů, kde skvěle representoval československou matematickou vědu. Přednášel jako host na četných zahraničních universitách, ve Varšavě, Lvově, Moskvě, Vídni, v Princetonu, Ann Arboru, v New Yorku, na Harvardské universitě aj. Stal se členem učených společností a akademií a to České akademie věd a umění, Královské české společnosti nauk, Moravské přírodovědecké společnosti, čestným členem Jednoty československých matematiků a fysiků, dále členem zahraničních vědeckých institucí, čestným doktorem university ve Varšavě, řádným členem Polské akademie věd, členem společnosti „Towarzystwo Naukowe" ve Vratislavi, čestným doktorem university v Bologni aj. Jeho vědecká činnost zahrnuje 94 vědeckých prací a 9 vědeckých knih. Kromě toho napsal 7 středoškolských učebnic. Profesor Čech měl značný vliv na řadu našich matematiků. Vychoval mnoho žáků a vytvořil matematickou školu jednak v topologii, jednak v diferenciální geometrii. Četní vědci na celém světě byli ovlivněni jeho podnětnými myšlenkami a navázali na jeho práci. Jeho vědecká činnost byla po zásluze vysoce oceněna udělením čestného titulu laureáta státní ceny v r. 1951 a 1954. Akademik Čech stál vždy na straně pokroku a připravoval naši vědu na budovatelské úkoly v socialistické společnosti. Za vědecké i budovatelské zásluhy byl mu udělen Řád republiky.

Vědecká činnost profesora Čecha byla velmi bohatá. Již kolem r. 1928 se jeho zájem začíná obracet k topologii — obecné i algebraické — (užší spojení těchto dvou směrů bylo ostatně podstatnou součástí programu, který si položil) a v r. 1930 vychází jeho první topologická práce. Publikoval pak do r. 1938 asi 30 prací z topologie. Později — po jisté přestávce v publikaci původních výsledků — se jeho vlastní práce znova soustředila na diferenciální geometrii. I v tomto období se však stále zajímal o rozvoj topologie a kromě jednoho článku z r. 1947 (společně s J. Novákem) publikoval v r. 1959 knihu „Topologické prostory".

E. Čech napsal 12 prací z oboru obecné topologie (lépe řečeno, topologických prací nepoužívajících algebraických metod; jeho práce z algebraické topologie se totiž většinou také vztahují na velmi obecné prostory a to je také jedním z jejich charakteristických rysů). Z nich patří na přední místo článek [72] o kompaktních prostorech (používáme zde místo původního termínu „bikompaktní" názvu „kompaktní", který je nyní obvyklejší). Je v něm poprvé soustavně zkoumán tzv. maximální kompaktní obal βS úplně regulárního prostoru S, tj. kompaktní prostor, obsahující S jako hustou část a takový, že každá omezená spojitá funkce na S se dá rozšířit na βS. Existenci takového prostoru dokázal vlastně již A. N. Tichonov v r. 1930; některé vlastnosti prostoru βS zkoumal z poněkud jiného hlediska M. H. Stone, avšak teprve Čechova práce ukázala význam tohoto prostoru a možnosti jeho použití. Kompaktní obal βS, v literatuře běžně zvaný Čechův nebo Stone-Čechův obal, se pak stal a je i nyní jedním z velmi důležitých nástrojů obecné topologie i některých oborů funkcionální analysy. V teorii β-obalu mají také svůj původ četné další důležité pojmy obecné topologie (Hewittův obal, Q-prostory aj.); jeden z takových pojmů, totiž absolutní G_δ-prostory, studoval (pod názvem topologicky úplné prostory) již E. Čech ve zmíněné práci [72]. Svým celkovým rázem souvisí s touto prací články [70], [73], [74]. Článek „Topologické prostory" [70] vznikl z Čechových přednášek v brněnském topologickém semináři; obsahuje základní pojmy teorie topologických prostorů v originálním velmi obecném pojetí, přinášejícím řadu nových podnětů. Práce [73] (společná s B. Pospíšilem) se týká různých otázek z obecné topologie, zejména charakterů bodů v prostorech spojitých funkcí a počtu neporovnatelných L-topologií (s jistými dalšími vlastnostmi). V práci [74] (společně s J. Novákem) jsou podrobně rozebrány některé pojmy souvisící s Wallmanovým obalem (jenž se pro normální prostor shoduje s Čechovým obalem).

Teorie dimense se týkají (vedle předběžného sdělení [45]) práce [48] a [53]. V první z nich je studován pojem, nazývaný nyní běžně „velkou" induktivní dimensí (nynější označení: Ind); pro dokonale normální je prostory dokázána tzv. adiční věta (zmíněná dimense sjednocení spočetně mnoha uzavřených množin se rovná supremu jejich dimensí), věta o monotonii a věta o rozkladu (z níž plyne nerovnost dim $\leqq$ Ind). V druhé práci je studována dimense, definovaná pomocí pokrytí (označení dim); je dokázána zejména adiční věta (pro normální prostory).

Další Čechovy práce z obecné topologie se týkají souvislých prostorů. V článku [46] je studována (pro libovolné topologické prostory) ireducibilní souvislost mezi několika body a zobecněný pojem tzv. „stromu". Krátký článek [47] pojednává o kontinuích, které lze spojitě zobrazit na úsečku tak, že vzory bodů jsou konečné množiny; práce [60], navazující na výsledky Mengerovy a Nöbelingovy, se týká spojování množin (v lokálně souvislém kontinuu) několika oblouky. Konečně, článek [40], chronologicky první Čechova topologická práce, obsahuje nový důkaz Jordanovy věty.

Velký význam pro československou matematiku měla kniha E. Čecha „Bodové množiny I" (s dodatkem od V. Jarníka). Vyšla v r. 1936, byla avantgardní knihou v české matematické literatuře a podnes nezastarala. Její první polovina je věnována především topologii metrických prostorů, zejména úplnosti a kompaktnosti; látka — nyní většinou již standardní — je v ní podána vynikajícím způsobem s velkou precisností a v metodicky původním pojetí. Poslední Čechova kniha „Topologické prostory" (s dodatkem od J. Nováka a M. Katětova) vyšla v r. 1959; byla však v podstatě připravena již před léty. Teorie topologických prostorů je v ní podána v pojetí podstatně obecnějším než je to běžné; zvýšená pozornost je pochopitelně věnována otázkám, jimiž se zabýval autor, příp. jeho žáci. Z charakteristických obsahových rysů této knihy psané Čechovým obvyklým precisním a náročným způsobem, uvedeme jen namátkou (neboť o knize byla podrobná recense v Časopise pro pěstování matematiky, *84* (1959), 474—481): Podle možnosti se nepředpokládá uzavřenost uzávěrů; podrobně se probírají takové vlastnosti zobrazení jako přesná spojitost, uzavřenost, inversní spojitost atd.; některé otázky teorie souvislosti a lokální souvislosti jsou podány zcela novým způsobem (který zčásti navazuje na některé Čechovy publikované práce).

Čechovy práce z algebraické (kombinatorické) topologie se týkají především teorie homologie a obecných variet. Šlo mu, jak sám naznačuje mj. v úvodní části referátu [62], o spojení metod a způsobu uvažování množinové topologie a klasické topologie kombinatorické nebo, lépe řečeno, o odkrytí obecného jádra klasické teorie homologie, teorie variet, atd. a jeho organické zařazení do obecné teorie topologických prostorů; přitom bylo pochopitelně žádoucí vyloučit takové prostředky jako např. polyedry. Lze říci, že E. Čech podstatně přispěl k uskutečnění tohoto programu, v jehož duchu se ostatně rozvíjí značná část soudobé algebraické topologie.

V základní práci [49] vybudoval E. Čech podrobně pro zcela obecné prostory teorii homologie založenou na konečných otevřených pokrytích. Vlastně ani nepředpokládá (aspoň zpočátku), že jde o topologický prostor; fakticky se jedná (v nynější terminologii) o projektivní limity homologických útvarů na konečných komplexech. Výsledky této práce se staly asi nejznámějšími (vedle kompaktního obalu) z celého Čechova díla v topologii. Teorie vybudovaná v [49] patří do „základního fondu" současné algebraické topologie (přičemž se ukázalo, že je vhodná hlavně pro kompaktní prostory) a je v literatuře běžně označována Čechovým jménem. Je ovšem třeba poznamenat, že myšlenka tzv. projekční posloupnosti komplexů (a to nervů konečných otevřených pokrytí kompaktního prostoru) se objevila u P. S. Alexandrova již v r. 1925 a byla jím podrobně rozvedena v práci z r. 1929.

Na práci [49], jejíž obsah — podobně jak je tomu i u jiných prací — zde nemůžeme podrobněji popisovat, navazuje článek [56], v němž jsou jednak rozvedeny nebo zlepšeny některé výsledky z [49], jednak je zahájeno studium lokálních Bettiových čísel (zavedených nezávisle též P. S. Alexandrovem v pracích z r. 1934) a některých jiných pojmů, zkoumaných pak též v [61] a [63]. V druhé z těchto prací je podrobně studována lokální souvislost (neboli lokální acykličnost) vyšších řádů, definovaná pomocí teorie homologie (lokální souvislost v tomto smyslu se vyskytla již v r. 1929 rovněž u P. S. Alexandrova, nebyla však před Čechovou prací podrobněji prozkoumána). V práci [58], která rovněž navazuje na základní pojednání [49], se též zkoumají v různých souvislostech lokální Bettiova čísla a lokální acykličnost; metodickou novinkou, souvisící s pracemi o varietách, je odvození řady vět o kouli apod. bez triangulace (na základě jisté věty o vztahu mezi homotopickými a homologickými pojmy). Konečně, v práci [52] se studuje vztah mezi unikoherencí (definovanou množinově) a prvním Bettiovým číslem, přičemž se používá prostředků z práce [49].

Varietám (ve smyslu v různých pracích poněkud různém) jsou věnovány práce [50], [55], [57], [59], [61], [65], [67], [71]. Základním cílem těchto prací, jejichž souhrn tvoří význačnou kapitolu algebraické topologie a je jedním z nejvýznamnějších úspěchů československé matematiky, je zavedení obecného pojmu variety takovým způsobem, aby zahrnoval souvislé prostory lokálně homeomorfní s E_n a aby byl definován pouze pomocí jednak obecných topologických vlastností, jednak předpokladů, vyjádřených v pojmech obecné teorie homologie; přitom je ovšem žádoucí, aby pro tyto obecné variety platily s potřebnými obměnami věty o dualitě. Tohoto cíle bylo skutečně v Čechových pracích dosaženo (k obdobným výsledkům v odlišném pojetí dospěl nezávisle a přibližně současně též S. Lefschetz); přitom četné Čechovy věty byly nové i pro klasický případ duality pro množiny v E_n, příp. S_n. Později navázal na Čechovy výsledky R. Wilder i jiní autoři, přičemž se podařilo použitím nových prostředků tyto výsledky do značné míry zjednodušit; zdá se však, že teorie obecných variet v Čechově smyslu není ještě zdaleka uzavřena.

Se zmíněnými hlavními směry Čechovy práce v algebraické topologii souvisí jen volně práce [44], [64], [68]. Ve významném článku [68] jsou zkoumány kohomologické pojmy (v tehdejší terminologii duální cykly apod.), a to krátce po tom, co je v r. 1935 výslovně formulovali J. W. Alexander a A. N. Kolmogorov; zejména je zde účelným způsobem zavedeno násobení kocyklů, příp. cyklu a kocyklu. V práci [64] jsou pro nekonečné komplexy dokázány věty, týkající se jednoznačného určení Bettiových grup s libovolnými koeficienty pomocí obyčejných Bettiových grup. Článek [44] je první Čechovou prací z algebraické topologie. Obsahuje značně obecné věty, týkající se mj. roztínání prostoru mezi dvěma body; zcela speciálním případem těchto vět jsou některé klasické věty topologie roviny.

Uveďme ještě jen zmínkou dvě práce, obsahující pouze výsledky bez důkazů: [67] o Bettiových grupách kompaktních prostorů (jde obecně též o spojité grupy), [69] o přístupnosti bodů uzavřené množiny v E_n. Konečně, na mezinárodním matematickém kongresu v Curychu 1932 měl E. Čech sdělení o vyšších grupách homotopie. K této tématice se bohužel pak již nevrátil a ve zprávách kongresu je jeho sdělení — viz [51] — zachyceno jen velmi kusým a ne zcela jasným způsobem; avšak W. Hurewicz, jenž vytvořil v publikacích z r. 1935 a pozdějších vynikajícím způsobem soustavnou teorii vyšších grup homotopie, uvádí v jedné ze svých prací (Akad. Wetensch. Amsterdam, Proc. *38* (1935), str. 521), že Čechova definice těchto grup je ekvivalentní s jeho definicí.

Čechovy práce z matematické analysy souvisí do značné míry s jeho učitelskou činností na universitě a mají spíše charakter drobnějších poznámek. V práci [20] se zabýval algebraickými formami a koeficienty závislými na jedné reálně proměnné; v [28] odvodil původní metodou vlastnosti funkcí x^s, e^x, $\log x$, $\sin x$, $\cos x$; v článku [35] zobecnil na případ funkcí s konečnou variací jednu elementární Petrovu metodu vyšetřování Fourierových řad; v článcích [38], [39] podal jednoduchý důkaz Cauchyovy věty a Gaussovy formule. S pracemi z obecné topologie metodicky souvisí článek [42] o spojitých funkcích na intervalu, které nejsou konstantní na žádné nekonečné množině. Do oboru matematické analysy náleží také druhá polovina knihy „Bodové množiny, I", která pojednává o míře a integrálu; metodický přístup se v této knize vyznačuje značnou původností a také některé jednotlivé výsledky byly patrně nové v době, kdy kniha vyšla.

Práce akademika Čecha z diferenciální geometrie vznikají ve dvou obdobích: v letech 1921 až 1930 a v letech poválečných. E. Čech je jedním ze spoluzakladatelů projektivní diferenciální geometrie a jeho dílo vedle mnoha cenných výsledků podstatným způsobem ovlivnilo celý vývoj této disciplíny. Na jeho práce bylo přímo navazováno hlavně v Itálii, Rumunsku, Německu a samozřejmě i u nás; značnou pozornost vzbudily tyto práce i v SSSR. Čechovi se podařilo najít tři základní principy, které se zřetelně projevují v jeho díle a mají zásadní význam pro práci v diferenciální geometrii: soustavná pozornost věnovaná styku variet, studium korespondencí (na rozdíl od studia isolovaných variet) a soustavné užívání duality v projektivních prostorech. Zhodnotit přínos Čechových prací by bylo možno jen napsáním dějin projektivní diferenciální geometrie; v tomto článku se ovšem omezíme jen na vylíčení jeho konkrétních výsledků.

První práce E. Čecha [1], [2] se zabývají přiřazováním jistých geometrických útvarů a korespondencí elementům nízkých řádů křivky a plochy v trojrozměrném projektivním prostoru; jde tu vlastně o geometrické určení těchto elementů minimálním počtem objektů. Obdobnou problematikou se zabývá i práce [5], jež zkoumá element čtvrtého řádu plochy, a [6], kde jsou předchozí výsledky aplikovány na plochy zborcené a je uvažováno okolí celé vytvořující přímky. V práci [11] se E. Čech zabývá kolineacemi a korelacemi projektivního prostoru na sebe, jež zachovávají element třetího řádu plochy. Na základě těchto úvah dospěl v poválečných letech (v nepublikované práci) k jednotné definici kanonických přímek plochy. Práce [13] je shrnutím výsledků právě uvedených prací, práce [29] se zabývá geometrickým významem indexu Darbouxových kvadrik.

V práci [3] ukázal E. Čech mimo jiné, že oskulační roviny tří Segreho křivek, procházejících bodem plochy, mají společnou kanonickou přímku, práce [8] (s předběžným sdělením [7]) nalézá všechny plochy, pro něž tyto přímky procházejí pevným bodem, čili pro něž Segreho křivky jsou rovinné; práce [9] pak určuje plochy s rovinnými Darbouxovými křivkami. Je nutno podotknouti, že tyto výpočty vyžadovaly velmi obtížnou integraci systému parciálních diferenciálních rovnic.

Je známo, že studium plochy v eukleidovském trojrozměrném prostoru se převádí na analytické studium dvou základních diferenciálních forem plochy, jež ji úplně určují. Vůdčí ideou G. Fubiniho bylo vytvořiti obdobný proces pro plochu a nadplochu v projektivním prostoru, kde užil jedné kvadratické a jedné kubické formy. K této teorii přispěl Čech v pracích [10], [12], [14], [18], [19], [21], [32]. Nalezl geometrický význam různých normalisací homogenních souřadnic bodů plochy, geometrický význam projektivního lineárního elementu (majícího obdobnou úlohu jako ds^2 v geometrii eukleidovské) a úplný systém jeho invariantů, dále studoval jeho extremály (tzv. projektivní geodetiky).

Teorii korespondencí mezi plochami jsou věnovány práce [3], [4], [24], [30], [33], [34], [41] a [43]. E. Čech v nich významným způsobem přispívá k teorii projektivní deformace ploch v trojrozměrných prostorech. Podává novou charakterisaci projektivní deformace pomocí oskulačních rovin odpovídajících si křivek a dále studuje různá zobecnění projektivní deformace a obecnou asymptotickou nebo poloasymptotickou korespondenci mezi plochami; vyřešil hlavní existenční otázky pro různé typy těchto asymptotických korespondencí. Předchozích úvah užil konečně ke studiu a nalezení kongruencí přímek, jejichž fokální plochy jsou v projektivní deformaci nebo na nichž si odpovídají Darbouxovy křivky. O něco později zabýval se jinými metodami týmž problémem S. P. Finikov. Velký význam pro teorii projektivních deformací má dále nalezení ploch, připouštějících ∞^1 projektivních deformací v sebe nebo na nichž existuje ∞^1 sítí R, z nichž jedna má stejné invarianty.

V pracích [17], [22], [23] je zavedena nová metoda studia přímkových ploch, aplikovatelná hlavně na projektivní prostory liché dimense. Na tyto výsledky navázali především českoslovenští autoři, kteří prokázali výhodnost Čechova postupu.

Základní význam mají práce [27] a [37], zabývající se stykem dvou křivek v projektivních prostorech libovolné dimense a možností zvýšení tohoto styku po promítnutí z vhodně voleného centra. Pokračováním je Čechova poslední práce [94], kde jsou studovány obdobné problémy pro dvě variety. Tyto práce vedle fundamentálně důležitých konkrétních výsledků byly v podstatě východiskem pro vybudování Čechovy teorie korespondencí, o níž bude řeč později.

Práce [15], [16], [25] a [26] se zabývají studiem pruhů elementů různých řádů na ploše v trojrozměrném projektivním nebo afinním prostoru, tj. soustavou plošných elementů v bodech křivky, ležící na zkoumané ploše. Speciálně jsou zkoumány dvojice ploch, mající podél celé křivky styk určitého řádu, a jsou studovány podmínky pro to, aby tato křivka byla na obou plochách současně Darbouxova nebo Segreho, a další otázky tohoto druhu. Akademik E. Čech velmi zdůrazňoval význam svého postupu, když zkoumá místo křivky celý pruh elementů (což v eukleidovské geometrii — aniž bychom si to uvědomovali — prakticky děláme); na jeho práce však nebylo dosud navázáno.

Projektivní diferenciální geometrii rovinných sítí jsou konečně věnovány práce [31] a [36].

Práce tohoto prvního období Čechova aktivního zájmu o diferenciální geometrii vrcholí publikováním tří knih [1], [2], [3], z nichž poslední dvě napsal s G. Fubinim. Je nutno podotknouti, že knihy [2] a [3] jsou prvními soustavnými učebnicemi projektivní diferenciální geometrie. Obě knihy vznikaly v dlouhých písemných diskusích o pojetí celé látky a odborník může celkem snadno vystopovati podíl obou autorů na celém díle hlavně podle Čechovy geometrické průzračnosti, spojované s nesmírně komplikovanými výpočty. Z Čechovy iniciativy byla do francouzské knihy zařazena kapitola o užití Cartanových metod; dnes jasně vidíme, že na tehdejší dobu — a možno říci na tehdejší názory — to byl čin velmi prozíravý. Česká kniha [1] je pak ve světové literatuře ojedinělým dílem; jsou v ní dokonale přesným a značně formálním způsobem probírány jednoparametrické útvary a je tedy ukázkou toho, že diferenciální geometrii je možno vyložiti zcela exaktně.

Po druhé světové válce se E. Čech opět intensivně zabýval dnes již klasickou diferenciální geometrií a dosáhl výsledků, jež ve světovém měřítku zaujímají nejpřednější místo. Jeho práce je možno v podstatě rozděliti do tří skupin.

Série prací [75], [76] a [78] vytváří soustavnou teorii korespondencí mezi projektivními prostory, studovaných z hlediska možnosti jejich co nejvýhodnější aproximace pomocí tečných kolineací. Tím jest udána přirozená klasifikace speciálních typů korespondencí, jež jsou buď přímo geometricky zkonstruovány nebo alespoň udána jejich obecnost. Velmi podrobně jsou studovány projektivní deformace vrstvy nadploch. E. Čech nalezl mnoho vedlejších výsledků (z hlediska teorie korespondencí), jež však hrají velikou roli v partiích jim příslušných. Tak např. byly nalezeny všechny asymptotické transformace kongruence přímek L (tj. ty transformace $S_3 \to S_3'$, pro něž každá přímková plocha v L přechází asymptoticky do přímkové plochy odpovídající kongruence L'), a dále bylo zjištěno, že tento problém je v podstatě ekvivalentní s klasickým problémem Fubiniho, týkajícím se nalezení projektivních deformací plochy. Čechova teorie měla velký ohlas v cizině a podstatným způsobem ovlivnila zvláště skupinu italských geometrů v Bologni, kteří se pod vedením profesora M. VILLY již dříve geometrií korespondencí intensivně zabývali.

Celkem automaticky se ukázalo, že v teorii korespondencí hrají prvořadou úlohu kongruence přímek. Je proto přirozené, že E. Čech se jimi začal později systematicky zabývati; výsledky publikoval v pracích [79], [82], [83], [84], [85], [91]. Začal soustavně studovati korespondence mezi kongruencemi, jež v sebe převádějí jejich rozvinutelné plochy, a podrobně analysovati problém jejich projektivní deformace, kde vynikajících výsledků dosáhl zvláště pro kongruence W. V tomto oboru, jimž se zabývá také S. P. Finikov a jeho moskevská škola, patří existenční otázky a geometrické konstrukce Čechem rozřešené mezi dosud nejlepší výsledky; novým přístupem k celé problematice otevřely nové možnosti zkoumání. Naši geometři docílili těmito metodami řady velmi hlubokých a někde i definitivních výsledků v teorii Segreho kongruencí a kongruencí a ploch s konjugovanou sítí ve vícerozměrných prostorech.

Práce [87], [88], [89], [92] a [93] se zabývají celkem odlišnou tématikou: jsou studovány vztahy mezi diferenciálními třídami bodů křivky a k ní přiřazených objektů (Frenetův n-hran a oskulační kružnice a koule v eukleidovském prostoru dimense tři nebo čtyři). Tyto výsledky jsou částečně definitivní a dosti překvapující. Bude však nutno vynaložiti ještě mnoho úsilí k vytvoření systematické teorie z této nové partie diferenciální geometrie křivek a k případnému nalezení efektivnějších metod zkoumání.

Závěrem připomeňme práci [90], týkající se projektivních deformací rozvinutelných ploch, a práce [80], [81], jež jsou spíše souhrnnými referáty o teorii korespondencí a o některých základních otázkách diferenciální geometrie.

Předchozí výčet Čechovy práce v diferenciální geometrii je ovšem značně neúplný nejen proto, že je velmi krátký a tedy i dosti povrchní, ale také z toho důvodu, že mnoho Čechových myšlenek a metod bylo zpracováno v pracích jeho přímých i nepřímých žáků. V jeho pozůstalosti byla dále nalezena řada rukopisů (často velmi neúplných) nových prací. Jejich zpracování si však vyžádá dosti značnou dobu a o jejich obsahu není možno nyní referovat.

Smrt akademika Čecha je těžkou ranou pro československou matematiku. Je naší samozřejmou povinností pokračovati v jeho díle. Jeho bezvýhradná oddanost vědě a myšlenkám pokroku bude nám vždy zářivým příkladem.

SEZNAM PRACÍ AKADEMIKA E. ČECHA

Značky:

Čas. = Časopis pro pěstování matematiky a fysiky.
Čmž. = Чехословацкий математический журнал.
Rozpr. = Rozpravy II. třídy České akademie věd a umění.
Sp. B. = Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou university v Brně.
Linc. = Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei.
A. di M. = Annali di Matematica.
C. R. = Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris.
Jahresb. = Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung.
F. M. = Fundamenta Mathematicae.
Erg. Koll. = Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums.
A. of M. = Annals of Mathematics.

A. PŮVODNÍ POJEDNÁNÍ VĚDECKÁ

[1] O křivkovém a plošném elementu třetího řádu projektivního prostoru. *Čas.*, 50, 1921, 219—249, 305—306.
[2] K diferenciální geometrii prostorových křivek. *Rozpr.*, 30, 1921, 15, 16 stran.
[3] O trilineárních systémech čar na ploše a o projektivní aplikaci ploch. *Rozpr.*, 30, 1921, 23, 6 stran.
[4] O obecné příbuznosti mezi dvěma plochami. *Rozpr.*, 30, 1921, 36, 4 str.
[5] Moutardovy kvadriky. *Sp. B.*, 3, 1921, 17 str.
[6] Projektivní geometrie pěti soumezných mimoběžek. *Sp. B.*, 4, 1921, 37 str.
[7] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Segre sont planes. *Linc.*, (5) 30_2, 1921, 491—492.
[8] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Segre sont planes. *Sp. B.*, 11, 1922, 35 str.
[9] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Darboux sont planes. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 154—156.
[10] Sur les formes différentielles de M. Fubini. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 350—352.
[11] Sulle omografie e correlazioni che conservano l'elemento del terzo ordine di una superficie in S_3. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 496—498.
[12] Sur la géométrie d'une surface et sur le facteur arbitraire des coordonnées homogènes. *Linc.*, (5) 31_2, 1922, 475—478.
[13] L'intorno d'un punto d'una superficie considerato dal punto di vista proietivo. *A. di M.*, (3), 31, 1922, 191—206.
[14] I fondamenti della geometria proiettiva differenziale secondo il metodo di Fubini. *A. di M.*, (3), 31, 1922, 251—278.
[15] Nouvelles formules de la géométrie affine. *Linc.*, (5) 32_1, 1923, 311—315.
[16] Courbes tracées sur une surface dans l'espace affine. *Sp. B.*, 28, 1923, 47 str.
[17] O jedné třídě ploch zborcených. *Čas.*, 52, 1923, 18—24.
[18] Sur les invariants de l'élément linéaire projectif d'une surface. *Linc.*, (5) 32_2, 1923, 335—338.
[19] Sur les géodésiques projectives. *Linc.*, (5) 33_1, 1924, 15—16.
[20] Algebraické formy o proměnných koeficientech. *Rozpr.*, 33, 1924, 9, 2 str.
[21] Étude analytique de l'élément linéaire projectif d'une surface. *Sp. B.*, 36, 1924, 24 str.
[22] Projektivní geometrie přímkových ploch v prostorech o jakémkoli počtu dimensí, I. *Rozpr.*, 33, 1924, 13, 9 str.

[23] Nová methoda projektivní geometrie zborcených ploch. *Čas.*, 53, 1924, 31—37.
[24] Sur les surfaces qui admettent ∞^1 déformations projectives en elles mêmes. *Sp. B.*, 1924, 40, 47 str.
[25] Courbes tracées sur une surface dans l'espace projectif. I. *Sp. B.*, 46, 1924, 35 str.
[26] Géométrie projective des bandes d'éléments de contact de troisième ordre. *Linc.*, (6) 1, 1925, 200—204.
[27] Propriétés projectives du contact, I. *Sp. B.*, 91, 1928, 36 str.
[28] O funkcích x^s, e^x, $\log x$, $\cos x$, $\sin x$. *Čas.*, 57, 1928, 208—216.
[29] Osservazioni sulle quadriche di Darboux. *Linc.*, (6) 8, 1928, 371—372.
[30] Sur les correspondances asymptotiques entre deux surfaces. *Linc.*, (6) 8, 1928, 484—486; 552—554.
[31] Déformation projective de réseaux plans. *C. R.*, 188, 1929, 291—292.
[32] Quelques remarques relatives à la géométrie différentielle projective des surfaces. *C. R.*, 188, 1929, 1331—1333.
[33] Sur les correspondances asymptotiques entre deux surfaces. *Rozpr.*, 38, 1929, 3, 38 str.
[34] Sur une propriété caractéristique des surfaces *F* de M. Fubini. *Linc.*, (6) 9, 1929, 975—977.
[35] Petrova elementární methoda vyšetřování Fourierových řad. *Čas.*, 59, 1930, 145 až 150.
[36] Projektive Differentialgeometrie der Kurvennetze in der Ebene. *Jahresb.*, 39, 1930, 31—34.
[37] Propriétés projectives du contact, II. *Sp. B.*, 121, 1930, 21 str.
[38] Une démonstration du théorème de Cauchy et de la formule de Gauss. *Linc.*, (6) 11, 1930, 884—887.
[39] Encore sur le théorème de Cauchy. *Linc.*, (6) 12, 1930, 286—289.
[40] Une démonstration du théorème de Jordan. *Linc.*, (6) 12, 1930, 386—388.
[41] Una generalizzazione della deformazione proiettiva. *Atti del Congr. int. dei Matem. Bologna*, 1928, t. 4, Bologna 1931, 299—300.
[42] Sur les fonctions continues qui prennent chaque leur valeur un nombre fini de fois. *F. M.*, 17, 1931, 32—39.
[43] Réseau *R* à invariants égaux. *Sp. B.*, 143, 1931, 29 str.
[44] Trois théorèmes sur l'homologie. *Sp. B.*, 144, 1931, 21 str.
[45] Sur la théorie de la dimension. *C. R.*, 193, 1931, 976—977.
[46] Množství irreducibilně souvislá mezi *n* body. *Čas.*, 61, 1931, 109—129.
[47] Une nouvelle classe de continus. *F. M.*, 18, 1931, 85—87.
[48] Dimense dokonale normálních prostorů. *Rozpr.*, 42, 1932, 13, 22 str.
[49] Théorie générale de l'homologie dans un espace quelconque. *F. M.*, 19, 1932, 149 až 183.
[50] La notion de variété et les théorèmes de dualité. *Verhandlungen des int. Kongr. Zürich*, 1932, 2, 194.
[51] Höherdimensionale Homotopiegruppen. *Verh. des int. Kongr. Zürich*, 1932, 2, 203.
[52] Sur les continus Péaniens unicohérents. *F. M.*, 20, 1933, 232—243.
[53] Příspěvek k theorii dimense. *Čas.*, 62, 1933, 277—291.
[54] Über einen kurventheoretischen Satz von Ayres. *Erg. Koll.*, 5, 1933, 24—25.
[55] Eine Verallgemeinerung des Jordan-Brouwerschen Satzes. *Erg. Koll.*, 5, 1933, 29—31.
[56] Úvod do theorie homologie. *Sp. B.*, 184, 1933, 36 str.
[57] Théorie générale des variétés et de leurs théorèmes de dualité. *A. of M.*, (2) 34, 1933, 621—730.

[58] Užití theorie homologie na theorii souvislosti, I. *Sp. B.*, 188, 1933, 40 str.
[59] Sur la décomposition d'une pseudovariété par un sous-ensemble fermé. *C. R.*, 198, 1934, 1342—1345.
[60] Sur les arcs indépendants dans un continu localement connexe, *Sp. B.*, 193, 1934, 10 str.
[61] Sur les nombres de Betti locaux. *A. of M.*, (2) 35, 1934, 678—701.
[62] Les théorèmes de dualité en topologie. *C. R. Congrès Praha*, 1934, 17—25.
[63] Sur la connexité locale d'ordre supérieur. *Compositio Mathematica*, 2, 1935, 1—25.
[64] Les groupes de Betti d'un complexe infini. *F. M.*, 25, 1935, 33—44.
[65] On general manifolds. *Proc. of the Nat. Acad. Sci.*, 22, 1936, 110—111.
[66] On pseudomanifolds. *Lectures at the Inst. Adv. St.*, *Princeton*, 1935, mimeographed, 17 str.
[67] Über die Bettischen Gruppen kompakter Räume. *Erg. Koll.*, 7, 1936, 47—50.
[68] Multiplication on a complex. *A. of M.*, 37, 1936, 681—697.
[69] Accessibility and homology. Математический сборник, 1 (43), 1936, 661.
[70] Topologické prostory. *Čas.*, 66, 1937, D 225—D 264.
[71] Sobre les seudovariedades. *Revista Mat. Hisp. Am.*, 11_2, 1936, 7—10.
[72] On bicompact spaces. *A. of M.*, 38, 1937, 823—844.
[73] I. Sur les espaces compacts. II. Sur les caractères des points dans les espaces $\mathfrak{L}$. Spolu s B. Pospíšilem. *Sp. B.*, 1938, 258, 14 str.
[74] On regular and combinatorial imbedding. Spolu s J. Novákem. *Čas.*, 72, 1947, 7—16.
[75] Géométrie projective différentielle des correspondances entre deux espaces. I. *Čas.*, 74, 1949, 32—46. II. *Čas.*, 75, 1950, 123—136. III. *Čas.*, 75, 1950, 137—158.
[76] Проективная дифференциальная геометрия соотвествий между двумя пространствами. I. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 91—107. II. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 109—123. III. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 125—148. IV. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 149—166. V. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 167—188. VI. *Čmž.*, 2 (77) 1952, 297—331. VII. *Čmž.*, 3 (78) 1953, 123—137. VIII. *Čmž.*, 4 (79) 1954, 143—174.
[77] Quadriques osculatrices à centre donné et leur signification projective. *C. R. de la Soc. des Sci. et des Lettr. Wrocław*, 7, 1952, 9 str.
[78] Deformazione proiettiva di strati d'ipersuperficie. *Convegno int. di geom. diff.*, *Italia*, 20.—26. sett. 1953. *Ediz. Cremonese*, *Roma*, 1954, 266—273.
[79] О точечных изтбаниях конгруэнций прямых. *Čmž.*, 5 (80) 1955, 234—273.
[80] Remarques au sujet de la géométrie différentielle projective. *Acta Math. Acad. Sci. Hung.*, 5, 1954, 137—144.
[81] Deformazioni proiettive nel senso di Fubini e generalizzazioni. *Conf. Sem. Mat. Univ. Bari*, 1955, 1—12.
[82] Deformazioni di congruenze di rette. *Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. Torino*, 14, 1954/55, 55—66.
[83] Transformations développables des congruences des droites. *Čmž.*, 6 (81), 1956, 260—286.
[84] Deformazioni proiettive di congruenze e questioni connesse. *Ist. Mat. Univ. Roma*, 1956, 44 str.
[85] Déformation projective des congruences W. *Čmž.*, 6 (81), 1956, 401—414.
[86] Zur projektiven Differentialgeometrie. *Schriftenreihe des Inst. für Math., Deutsch. Akad. Wissensch., Berlin*, 1, 1957, 138—142.
[87] Détermination du type différentiel d'une courbe de l'espace à deux, trois ou quatre dimensions. *Čmž.*, 7 (82), 1957, 599—631.

[88] Classe différentielle des courbes. Sections et projections, *Revue de math. pures et appl.*, 2, 1957, 151—159.
[89] Sur le type différentiel anallagmatique d'une courbe plane ou gauche. *Coll. Math.*, 6, 1958, 141—143.
[90] Sur la déformation projective des surfaces développables. *Izv. na mat. inst. Sofija*, 3, 1959, 81—97.
[91] Compléments au Mémoire: Déformation projective des congruences *W*. *Čmž.*, 9 (84) 1959, 289—296.
[92] Sulla differenziabilità del triedro di Frenet. *A. di M.*, 49, 91—96.
[93] Classe différentielle des courbes. Circles osculateurs et sphères osculatrices. *Bul. Inst. Polit. Iassy*, 5 (9), 1959, 1—4.
[94] Propriétés projectives du contact, III. *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae*, 1, 1960, 1—19.

B. KNIHY

[1] Projektivní diferenciální geometrie. *Praha, JČMF*, 1926, 406 stran.
[2] Geometria proiettiva differenziale. Spolu s G. Fubinim. *Bologna, Zanichelli*; I, 1926; II, 1927; 794 stran.
[3] Introduction à la géométrie différentielle projective des surfaces. Spolu s G. Fubinim. *Paris, Gauthier-Villars*, 1931, 290 stran.
[4] Bodové množiny I. *Praha, JČMF*, 1936, 275 stran.
[5] Co je a nač je vyšší matematika. *Praha, JČMF*, 1942, 124 str.
[6] Elementární funkce. *Praha, JČMF*, 1944, 86 stran.
[7] Základy analytické geometrie. *Praha, Přírodovědecké vydavatelství*; I. 1951, 218 stran; II. 1952, 220 stran.
[8] Čísla a početní výkony. *Praha, SNTL*, 1954, 248 stran.
[9] Topologické prostory. *Praha, NČSAV*, 1959, 524 stran.
[10] Učebnice matematiky pro střední školy a gymnasia, *Praha, JČMF, SPN*.