$$\mu \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = 0.$$

Při kmitání vynuceném není potom pohybová rovnice homogenní, na pravé její straně je druhý člen

$$\frac{2(Q + P \sin\Omega t)}{l} \sin\omega t \sin\frac{\pi x}{l}.$$

V rovnicích značí $v(x, t)$ svislý průhyb mostu v průřezu x a čase t, μ hmotu mostu na jedničku délky, ω_b koeficient útlumu, E modul pružnosti, I moment setrvačnosti obou hlavních nosníků, l jejich rozpětí, Q váhu břemene (lokomotivy), P amplitudu odstředivých sil hnacích kol, Ω je kruhová frekvence harmonicky proměnné síly, a $\omega = \pi c$, kde c je rychlost lokomotivy.

Řešením těchto rovnic docházíme k výsledkům, které mohou býti v praxi použity.

Výsledky byly ověřeny měřením na mostech. Měření potvrdila plně theoretické výpočty. Ve shodě s theorií byly zjistěny maximální dynamické účinky u lokomotiv dvouválcových a to tehdy, je-li počet obrátek hnacích kol v resonanci s vlastní frekvencí mostu. Tříválcové lokomotivy způsobují dynamické účinky nepatrné. Železniční vozy pak dynamické účinky lokomotiv tlumí, poněvadž nastává tření v jejich perech.

Řešení problému má dalekosáhlý význam praktický při zjišťování přechodnosti lokomotiv a zatižitelnosti mostů a přispěje tím k urychlení a k zhospodárnění dopravy.

NOVÉ VLASTNOSTI LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC 2. ŘÁDU

(Referát o přednášce *O. Borůvky*, proslovené dne 15. května 1952 v Brně.)

Obsahem přednášky byl popis některých vlastností integrálů lineární diferenciální (d.) rovnice 2. řádu

$$y'' = Q(x)\, y \tag{a}$$

v případě, že funkce Q je v intervalu $(-\infty, +\infty)$ spojitá a záporná a d. rovnice a má oscilující řešení. *Řešením* neboli *integrálem*. d. rovnice a se rozumí řešení definované v celém intervalu $(-\infty, +\infty)$; z úvah se vylučuje triviální řešení $y \equiv 0$.

Základním pojmem jsou t. zv. *disperse prvního až čtvrtého druhu*. Buď $x \in (-\infty, +\infty)$ libovolné číslo a $y(z)$ libovolné řešení d. rovnice a, které (jehož derivace) má v čísle x hodnotu 0. Nechť $\varphi_k(x)$ $[\varphi_{-k}(x)]$ značí k-tý po čísle x následující [číslu x předcházející] kořen integrálu y a $\chi_k(x)$ $[\chi_{-k}(x)]$ k-tý po čísle x následující [číslu x předcházející] kořen derivace y' integrálu y. Podobně nechť $\omega_k(x)$ $[\omega_{-k}(x)]$ značí k-tý po čísle x následující [číslu x předcházející] kořen integrálu z a $\psi_k(x)$ $[\psi_{-k}(x)]$ k-tý po čísle x následující [číslu x předcházející] kořen derivace z' integrálu z; $k = 1, 2, 3, \dots$. Mimo to značíme $\varphi_0(x) = \chi_0(x) = \omega_0(x) = \psi_0(x) = x$. Funkce φ_ν, ψ_ν, χ_ν, ω_ν, takto definované v intervalu $(-\infty, +\infty)$ (nezávisle na volbě integrálů y, z), nazýváme disperse prvního, druhého, třetího, čtvrtého druhu s indexem ν, $\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

V přednášce byly popsány vlastnosti dispersí a uvedeny některé aplikace. Všechny disperse mají v každém čísle $x \in (-\infty, +\infty)$ spojité první derivace, které se dají vyjádřit jednoduchými a elegantními vzorci. Disperse prvního druhu mají dokonce v každém čísle $x \in (-\infty, +\infty)$ spojité derivace třetího řádu. V souvislosti s tím platí na př. tato věta: Ke každé v intervalu $(-\infty, +\infty)$ spojité funkci Q, která se vyznačuje tím, že $\inf\limits_{x \in (-\infty, +\infty)} |Q(x)| > 0$, existují funkce $x < x_1(x) < x_2(x)$ takové, že složená funkce $Q[x_1(x)] : Q[x_2(x)]$ má všude spojitou derivaci druhého řádu. Když je funkce Q ryze monotonní, jsou funkce $x_1(x)$, $x_2(x)$ spojité.

Každá disperse prvního druhu Φ je řešením d. rovnice 3. řádu:

$$\sqrt{\zeta'} \left(\frac{1}{\sqrt{\zeta'}} \right)'' + Q(\zeta)\zeta'^2 = Q(x). \qquad (b)$$

Tato d. rovnice je zdrojem četných poznatků a problémů. Zejména prochází každým bodem x_0, ζ_0, $\zeta'_0 > 0$, ζ''_0 právě jedno řešení této d. rovnice b, definované v celém intervalu $(-\infty, +\infty)$, a všechna tato řešení tvoří Lieovu grupu o 3 parametrech