

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Vincenc Nechvíle

Contribution a la théorie du télescope aplanétique Ritchey-Chrétien

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 67 (1938), No. 2, 142--150

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109448>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1938

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Contribution à la théorie du télescope aplanétique Ritchey-Chrétien.

Vincenc Neehvilé, Praha.

(Reçu le 23 septembre 1937.)

Dédié à Monsieur le professeur František
Nušl à l'occasion de son soixante-dixième
anniversaire le 3 décembre 1937.

L'application des théorèmes de l'optique géométrique moderne a permis de découvrir successivement plusieurs nouveaux systèmes de télescopes corrigés pour certaines aberrations du troisième ordre, tel que le télescope aplanétique, le télescope anastigmatique à champ plan et celui anastigmatique à astigmatisme nul.

L'auteur développe, pour le système aplanétique de Ritchey-Chrétien, l'aberration longitudinale d'un radon issu du centre de courbure du sommet du premier miroir et réfléchi sur lui seulement. L'expression pour cette aberration, importante pour certaines recherches, est obtenue comme série des puissances de la hauteur d'incidence de ce rayon sur le premier miroir et sans aucune variable auxiliaire.

1. Le miroir parabolique est, comme on le sait, un instrument parfait en ce qui concerne le stigmatisme dans l'axe pour toutes les ouvertures, sans parler de l'achromatisme naturellement aussi parfait. Mais dès qu'on s'éloigne de l'axe et les rayons deviennent inclinés à l'axe du paraboloïde, les aberrations extraaxiales deviennent rapidement très fortes. Pour les faibles inclinaisons du rayon incident c'est d'abord la coma qui apparaît et puis, pour les inclinaisons plus fortes, c'est l'astigmatisme et la courbure du champ qui interviennent et rendent les images extraaxiales inutilisables pour les observations.

C'est grâce aux recherches récentes qu'on connaît aujourd'hui trois systèmes de télescopes nouveaux, découverts par l'application des théorèmes de l'optique géométrique moderne: le télescope aplanétique de Ritchey-Chrétien, le télescope anastigmat à champ plan de K. Schwarzschild et le télescope anastigmat à astigmatisme nul de A. Couder, une belle modification du système précédent. Un quatrième système, celui du télescope sphérique de Schmidt, corrigé sphériquement et avec un diaphragme antérieur, basé sur tout un autre principe, vient de s'ajouter aux découvertes précédentes.

Tous les trois premiers systèmes ont comme base un grand miroir dont la forme est peu différente de celle d'un paraboloïde de révolution, complété par un miroir secondaire, peu différent de forme hyperbolique ou elliptique: l'annulation de la coma, ou de l'astigmatisme, et la planéité du champ anastigmatique ont pu être obtenues seulement par l'abandon des formes classiques, par la déformation des surfaces dont les sections deviennent des courbes à équations transcendantes.

Dans ce qui suit, je vais m'occuper du télescope Ritchey-Chrétien. C'est le système, où on a obtenu à satisfaire, par la défor-

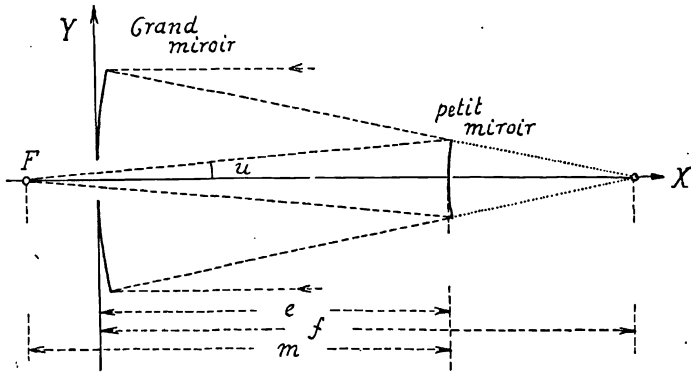


Fig. 1. Télescope aplanétique Ritchey-Chrétien, marche des rayons et constantes instrumentales.

mation des surfaces, naturellement aussi de révolution, à la condition de sinus. Les images extraaxiales, formées par les rayons parallèles inclinés à l'axe, sont libérées de la coma. Sans être tout à fait stigmatiques, elles sont symétriques pour les distances assez grandes de l'axe. Les équations qui définissent les sections méridiennes des deux miroirs sont transcendantes, mais, pour le calcul, on peut se servir avec avantage des développements en séries des puissances, dès qu'il ne s'agit pas d'un système de luminosité excessive.

Le but du travail présent est de développer la question suivante: de suivre l'aberration axiale longitudinale d'un rayon issu du centre de courbure du sommet du premier miroir et réfléchi sur ce miroir seulement; la valeur de cette aberration longitudinale peut être exprimée sous la forme d'un développement en série des puissances de la hauteur d'incidence de ce rayon, sans aucune variable auxiliaire.

2. Désignons, en nous reportant à la section méridienne du télescope Ritchey-Chrétien sur la figure 1, par f la distance focale

du premier miroir, par F la distance focale du système complet, par e et m la distance entre les sommets des deux miroirs et celle du plan focal résultant (ou foyer image) au sommet du second miroir. Ce sont les valeurs données par les rayons paraxiaux, ou celles données par le système correspondant de Cassegrain avec un miroir parabolique et l'autre hyperbolique.

Si l'on prend l'axe du miroir principal et la perpendiculaire à lui comme axes des x et y , si l'on désigne par u l'angle avec l'axe des x d'un rayon arrivant parallèlement à l'axe et réfléchi vers le foyer image, on a pour la section méridienne du miroir principal l'équation paramétrique¹⁾

$$x = e - \frac{t(1-t)}{e} - me^{-\frac{1-2t}{1-t}} \cdot (e-t)^{-\frac{1-2t}{1-t}} \cdot (1-t)^{\frac{1}{1-t}},$$

$$y = \sin u$$

où on a introduit la variable auxiliaire

$$t = \sin^2 \frac{u}{2}.$$

Pour l'équation de la section méridienne du second miroir on a, en designant par ρ le rayon vecteur ayant le foyer image comme origine,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{e} + \frac{1}{m} \left(1 - \frac{t}{e}\right)^{\frac{1}{1-t}} (1-t)^{-\frac{1}{1-t}}$$

t étant la même variable auxiliaire comme dans l'équation du premier miroir.

Il est utile de mettre les deux équations sous la forme des développements en séries; en supprimant les termes constants, c'est à dire en rapportant les deux courbes des sections méridiennes aux origines différents, placés aux sommets respectifs, on a

$$x = \frac{1-m}{4e} y^2 - \frac{1}{8} \frac{m}{4e} y^4 - \frac{1}{96} \frac{1+4em}{e} \frac{m}{4e} y^6 -$$

$$- \frac{1}{1536} \frac{2+11e+30e^2}{e^2} \frac{m}{4e} y^8 - \dots \quad (1)$$

$$x = \left(\frac{1-m}{e} - 1\right) \frac{y^2}{4m} + \left\{ \frac{1}{4e} - \frac{1-m}{2e} + 2 \frac{(1-m)^2}{4e^2} \right\} \frac{y}{8m^2} + \dots \quad (2)$$

ou les variables x , y et les longueurs e , m sont exprimées en unités de la longueur focale résultante $F = 1$.

3. Imaginons un rayon issu du centre de courbure du sommet du premier miroir C , qui coïncide avec le centre de courbure du

¹⁾ Voir H. Chrétien: Le télescope de Newton et le télescope aplanétique, Revue d'Optique théorique et instrumentale, 1922 vol 1, pp. 13, 49.

miroir parabolique non déformé, et tombant sur le miroir au point I , aux coordonnées (x, y) , donc appartenant à la zone d'ouverture y du miroir principal, ou à la hauteur d'incidence y des rayons parallèles à l'axe des x .

La droite IN (figure 2) étant la normale à la courbe méridienne au point I , le rayon se réfléchit et coupe l'axe des x au point C' , déterminé par l'égalité des angles $\sphericalangle CIN = \sphericalangle C'IN = i$. Si l'on écrit l'équation (1) du premier miroir sous la forme simplifiée

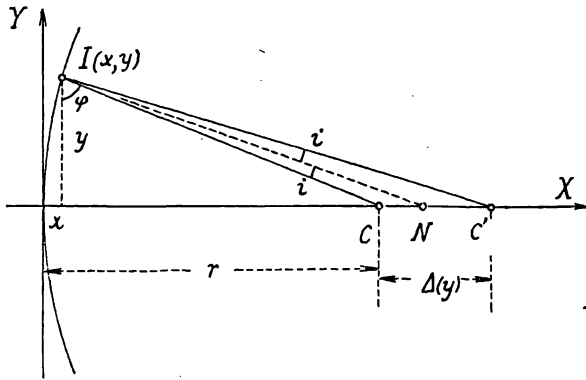


Fig. 2. La marche d'un rayon issu du centre de courbure du miroir principal.

$$x = f(y^2) = \alpha_2 y^2 - \alpha_4 y^4 - \alpha_6 y^6 - \alpha_8 y^8 - \dots \quad (3)$$

$$= \alpha_2 y^2 - \sum_{n=2}^{\infty} \alpha_{2n} y^{2n}$$

on obtient les relations

$$\frac{1}{y'} = 2\alpha_2 y - \sum_{n=2}^{\infty} 2n\alpha_{2n} y^{2n-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 1 : \left[2\alpha_2 y - \sum_{n=2}^{\infty} 2n\alpha_{2n} y^{2n-1} \right].$$

En désignant par φ l'angle CIP , on a

$$XC = y \operatorname{tg} \varphi, \quad XN = y \operatorname{tg} (\varphi + i)$$

et pour la distance CC' , mesurant l'aberration cherchée,

$$CC' = \Delta(y) = y \operatorname{tg} (\varphi + 2i) - y \operatorname{tg} \varphi. \quad (4)$$

Au moyen de

$$\operatorname{tg} (\varphi + 2i) = [\operatorname{tg} (\varphi + i) + \operatorname{tg} i] : [1 - \operatorname{tg} (\varphi + i) \operatorname{tg} i]$$

$$\operatorname{tg} i = [\operatorname{tg} (\varphi + i) - \operatorname{tg} \varphi] : [1 + \operatorname{tg} (\varphi + i) \operatorname{tg} \varphi]$$

et après quelques transformations simples on trouve

$$\operatorname{tg}(\varphi + 2i) - \operatorname{tg} \varphi = 2 \frac{\left(\frac{dy}{dx} - \operatorname{tg} \varphi\right) \left(1 + \frac{dy}{dx} \operatorname{tg} \varphi\right)}{1 + 2 \frac{dy}{dx} \operatorname{tg} \varphi - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

et

$$\Delta(y) = 2y \frac{\left(\frac{dy}{dx} - \operatorname{tg} \varphi\right) - \left(\frac{dx}{dy} - \operatorname{cotg} \varphi\right)}{2 + \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dy}{dx}\right) \operatorname{cotg} \varphi} \quad (5)$$

4. Dans la dernière expression (5) on a maintenant seulement les valeurs de

$$\operatorname{tg} \varphi, \operatorname{cotg} \varphi, \frac{dx}{dy}, \frac{dy}{dx};$$

pour ces quatre fonctions on a, en utilisant l'équation (1) et en se rappelant que le rayon de courbure r au sommet du miroir équivaut au demi-paramètre de la parabole osculatrice à la courbe (1) et donnée par le premier terme du second membre de (1),

$$r = \frac{2e}{1-m},$$

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{cotg}(\varphi + i) = \frac{1-m}{2e} y - \frac{m}{8e} y^3 - \frac{1}{16} \frac{1+4e}{e} \frac{m}{4e} y^5 -$$

$$- \frac{1}{192} \frac{2+11e+30e^2}{e^2} \frac{m}{4e} y^7 - \dots$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r-x}{y} = \frac{r}{y} - \frac{1-m}{4e} y + \frac{1}{8} \frac{m}{4e} y^3 + \frac{1}{96} \frac{1+4e}{e} \frac{m}{4e} y^5 -$$

$$- \frac{1}{192} \frac{2+11e+30e^2}{e^2} \frac{m}{4e} y^7 - \dots =$$

$$= \frac{2e}{1-m} \frac{1}{y} - \frac{1-m}{4e} y + \frac{1}{8} \frac{m}{4e} y^3 + \frac{1}{96} \frac{1+4e}{e} \frac{m}{4e} y^5 -$$

$$- \frac{1}{192} \frac{2+11e+30e^2}{e^2} \frac{m}{4e} y^7 - \dots$$

Toutes les valeurs nécessaires pour le calcul de la position du point C' sont connues comme des séries des puissances de y dont les coefficients sont les fonctions des constantes du système optique seulement.

Toutefois on peut poursuivre le développement en séries et établir la fonction $\Delta(y)$ sans le calcul des fonctions trigonométriques. Cela a son importance quand on a besoin de déterminer la valeur de $\Delta(y)$ pour toute une série des valeurs de y . Pour ce but écrivons, conformément à l'équation (1),

$$\begin{aligned} \cotg(\varphi + i) &= \frac{dx}{dy} = 2\alpha_2 y - \sum_{n=2}^{\infty} 2n\alpha_{2n} y^{2n-1} \\ \tg(\varphi + i) &= \frac{dy}{dx} = 1 : \left[2\alpha_2 y - \sum_{n=2}^{\infty} 2n\alpha_{2n} y^{2n-1} \right] \\ \tg \varphi &= \frac{r-x}{y} = \frac{1}{2\alpha_2 y} - \alpha_2 y + \sum_{n=2}^{\infty} \alpha_{2n} y^{2n-1} \\ \cotg \varphi &= 1 : \left[\frac{1}{2\alpha_2 y} - \alpha_2 y + \sum_{n=2}^{\infty} \alpha_{2n} y^{2n-1} \right]. \end{aligned} \tag{6}$$

L'inversion des séries pour $\tg(\varphi + i)$ et $\cotg \varphi$ donne

$$\begin{aligned} \tg(\varphi + i) &= \frac{1}{2\alpha_2 y} + \beta_2 y + \sum_{n=2}^{\infty} \beta_{2n} y^{2n-1} \\ \cotg \varphi &= 2\alpha_2 y + \sum_{n=2}^{\infty} \gamma_{2n} y^{2n-1} \end{aligned} \tag{7}$$

avec les nouveaux coefficients

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{1}{\alpha_2^2} \cdot \alpha_4 \\ \beta_4 &= \frac{1}{2\alpha_2} \left(4\alpha_4 \beta_2 + \frac{3\alpha_6}{\alpha_2} \right) \\ \beta_6 &= \frac{1}{2\alpha_2} \left(4\alpha_4 \beta_4 + 6\alpha_6 \beta_2 + \frac{4\alpha_8}{\alpha_2} \right) \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\beta_{2n} = \frac{1}{2\alpha_2} \left(4\alpha_4 \beta_{2n-2} + 6\alpha_6 \beta_{2n-4} + \dots + 2n\alpha_{2n} \beta_2 + \frac{(n+1)}{\alpha_2} \alpha_{2n+2} \right), \quad n \geq 2$$

et

$$\begin{aligned} \gamma_4 &= 4\alpha_2^3 \\ \gamma_6 &= 2\alpha_2(\alpha_2 \gamma_4 - 2\alpha_2 \alpha_4) \\ \gamma_8 &= 2\alpha_2(\alpha_2 \gamma_6 - \alpha_4 \gamma_4 - 2\alpha_2 \alpha_6) \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\gamma_{2n} = 2\alpha_2(\alpha_2 \gamma_{2n-2} - \alpha_4 \gamma_{2n-4} - \dots - \alpha_{2n-4} \gamma_4 - 2\alpha_2 \alpha_{2n-2}), \quad \text{pour } n \geq 2.$$

Au moyen de ces quatre développements on obtient ensuite

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} - \operatorname{tg} \varphi &= (\alpha_2 + \beta_2) y + \sum_{n=2}^{\infty} (\beta_{2n} - \alpha_{2n}) y^{2n-1} \\ \frac{dx}{dy} - \operatorname{cotg} \varphi &= - \sum_{n=2}^{\infty} (2n\alpha_{2n} + \gamma_{2n}) y^{2n-1} \\ \frac{dx}{dy} - \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{2\alpha_2 y} + (\beta_2 - 2\alpha_2) y + \sum_{n=2}^{\infty} (2n\alpha_{2n} + \beta_{2n}) y^{2n-1} \quad (8) \\ \operatorname{cotg} \varphi \left[\frac{dx}{dy} - \frac{dy}{dx} \right] &= \left[2\alpha_2 y + \sum_{n=2}^{\infty} \gamma_{2n} y^{2n-1} \right] \times \\ &\times \left[\frac{1}{2\alpha_2 y} + (\beta_2 - 2\alpha_2) y + \sum_{n=2}^{\infty} (2n\alpha_{2n} + \beta_{2n}) y^{2n-1} \right] = \\ &= 1 + \delta_2 y^2 + \sum_{n=2}^{\infty} \delta_{2n} y^{2n} \end{aligned}$$

avec les nouveaux coefficients

$$\delta_2 = \frac{\gamma_4}{2\alpha_2} + 2\alpha_2(\beta_2 - 2\alpha_2)$$

$$\delta_4 = \frac{\gamma_6}{2\alpha_2} + \gamma_4(\beta_2 - 2\alpha_2) + 2\alpha_2(4\alpha_4 + \beta_4)$$

$$\delta_6 = \frac{\gamma_8}{2\alpha_2} + \gamma_6(\beta_2 - 2\alpha_2) + \gamma_4(4\alpha_4 + \beta_4) + 2\alpha_2(6\alpha_6 + \beta_6)$$

.....

$$\delta_{2n} = \frac{\gamma_{2n+2}}{2\alpha_2} + \gamma_{2n}(\beta_2 - 2\alpha_2) + \gamma_{2n-2}(4\alpha_4 + \beta_4) \dots +$$

$$+ \gamma_4[(2n-2)\alpha_{2n-2} + \beta_{2n-2}] + 2\alpha_2(2n\alpha_{2n} + \beta_{2n}), \text{ pour } n \geq 2.$$

Avec les quatre développements (8) on obtient successivement

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\varphi + 2i) - \operatorname{tg} \varphi &= \\ &= 2 \left[(\alpha_2 + \beta_2) y + \sum_{n=2}^{\infty} ((2n-1)\alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}) y^{2n-1} \right] : \\ &\quad : \left[1 - \delta_2 y^2 - \sum_{n=2}^{\infty} \delta_{2n} y^{2n} \right] = \\ &= 2 \left[(\alpha_2 + \beta_2) y + \sum_{n=2}^{\infty} ((2n-1)\alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}) y^{2n-1} \right] \times \\ &\quad \times \left[1 + \varepsilon_2 y^2 + \sum_{n=2}^{\infty} \varepsilon_{2n} y^{2n} \right], \end{aligned}$$

avec les nouveaux coefficients

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \delta_2 \\ \varepsilon_4 &= \delta_2 \varepsilon_2 + \delta_4 \\ \varepsilon_6 &= \delta_2 \varepsilon_4 + \delta_4 \varepsilon_2 + \delta_6 \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{2n} = \delta_2 \varepsilon_{2n-2} + \delta_4 \varepsilon_{2n-4} + \dots + \delta_{2n-2} \varepsilon_2 + \delta_{2n}, \text{ pour } n \geq 2.$$

5. Si l'on effectue la dernière multiplication formellement, on obtient pour la fonction $\Delta(y)$ cherchée la série des puissances paires

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta(y) &= (\alpha_2 + \beta_2) y^2 + \sum_{n=2}^{\infty} [(2n-1) \alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}] y^{2n} \quad (9) \\ &+ \varepsilon_2 (\alpha_2 + \beta_2) y^4 + \sum_{n=2}^{\infty} [(2n-1) \alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}] \varepsilon_2 y^{2n+2} \\ &+ \varepsilon_4 (\alpha_2 + \beta_2) y_6 + \sum_{n=2}^{\infty} [(2n-1) \alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}] \varepsilon_4 y^{2n+4}, \\ &\dots \end{aligned}$$

ou sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta(y) &= (\alpha_2 + \beta_2) \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_{2k} y^{2k+2} \\ &+ \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_{2k} \sum_{n=2}^{\infty} [(2n-1) \alpha_{2n} + \beta_{2n} + \gamma_{2n}] y^{2n+2k}, \\ &\text{avec } \varepsilon_0 = 1. \end{aligned}$$

Pour les premiers termes on a

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta(y) &= (\alpha_2 + \beta_2) y^2 \\ &+ [(\alpha_2 + \beta_2) \varepsilon_2 + (3\alpha_4 + \beta_4 + \gamma_4)] y^4 \\ &+ [(\alpha_2 + \beta_2) \varepsilon_4 + (3\alpha_4 + \beta_4 + \gamma_4) \varepsilon_2 + (5\alpha_6 + \beta_6 + \gamma_6)] y^6 \\ &+ [(\alpha_2 + \beta_2) \varepsilon_6 + (3\alpha_4 + \beta_4 + \gamma_4) \varepsilon_4 + (5\alpha_6 + \beta_6 + \gamma_6) \varepsilon_2 + (7\alpha_8 + \beta_8 + \gamma_8)] y^8 \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Les coefficients de cette série dépendent uniquement des constantes du système optique Ritchey-Chrétien sans aucune variable auxiliaire.

On pourrait chercher, par la voie indiquée, l'expression de toutes les aberrations du système et cela avec la précision telle que l'on voudrait, à condition de trouver les points d'incidence des rayons par la solution des équations transcendantes, par approximations successives.

Si nous avons poussé les développements jusqu'à la 8ème puissance de y , c'est évidemment pour montrer la marche simple des transformations et la formation successive des coefficients facile à contrôler.

Observatoire National de Prague.

Příspěvek k teorii Ritchey-Chrétienova aplanatického teleskopu.

(Obsah předešlého článku.)

Užití teorémů geometrické optiky na systém dvou reflektujících ploch umožnilo objevení aplanatického teleskopu Ritchey-Chrétienova, anastigmatického teleskopu Schwarzschildova o rovinném poli a anastigmatu Couderova o nulovém astigmatismu; k nim druží se nejnověji i sféricky korigovaný kulový teleskop Schmidtův o velikém poli.

U prvních tří systémů bylo dosaženo aplanasie neb anastigmatické korekce opuštěním parabolických a hyperbolických ploch a nahrazením jich velmi málo odchylnými plochami transcendentními.

Autor se zabývá teorií aplanatického teleskopu Ritchey-Chrétienova. Odvozuje výraz pro longitudinální aberraci paprsku vycházejícího ze středu křivosti vrcholu velikého zrcadla a odražejícího se k ose. Výraz pro tuto aberraci dá se vyjádřit jako potenční řada v y , dopadové výšky paprsku, jejíž koeficienty jsou racionální funkce koeficientů řady definující transcendentní plochu zrcadla. Výpočet longitudinální aberrace lze provésti obecně i numericky s libovolnou přesností a bez zavedení jakékoliv pomocné proměnné.

Státní hvězdárna v Praze.