

Topologie

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 74 (1949), No. 3, 236--240,241--246

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109430>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1949

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

4. A sekce:

Topologie.

**OKRUH SPOJITÝCH FUNKCÍ NA KOMPAKTNÍM PROSTORU
KONEČNÉ DIMENSE.**

MIROSLAV KATĚTOV, Praha.

Obsah sdělení bude publikován v *Časopise pro pěstování matematiky a fysiky*, **75** (1950), pod názvem „О кольцах непрерывных функций и размерности бикомпактов“ (O okruzích spojitých funkcí a dimensi kompaktních prostorů.)

*

Summary. — Výtah.

On the ring of continuous functions in a finite-dimensional compact space.

MIROSLAV KATĚTOV, Praha.

To be published under the title „О кольцах непрерывных функций и размерности бикомпактов“ (On rings of continuous functions and the dimension of compact spaces) in *Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, **75** (1950).

UN PROBLÈME SUR LES BANDES INSCRITES.

BRONISŁAW KNAŠTER, Wrocław.

Colloquium Mathematicum **2** (1949—1950), à paraître.

Problème concernant la possibilité de remplir d'une bande de carrés égaux un polygone découpé d'un réseau quadratique lorsque la situation des carrés extrêmes de la bande est donnée d'avance.

Streszczenie. — Résumé.

Zagadnienie wstęg wpisanych.

BRONISŁAW KNASTER, Wrocław.

Colloquium Mathematicum **2** (1949—1950), w druku.

Zagadnienie możliwości wypełnienia wieloboku wykrojonego z siatki kwadratowej wstęgą złożoną z równych kwadratów, gdy położenie kwadratów skrajnych tej wstęgi jest dane z góry.

QUELQUES GÉNÉRALISATIONS DES THÉORÈMES SUR LES COUPURES DU PLAN.¹⁾

KAZIMIERZ KURATOWSKI, Warszawa.

Soit, sur le plan des nombres complexes, augmenté du point à l'infini, A_0, \dots, A_{n-1} un système de $n (\geq 3)$ ensembles arbitraires. Posons

$$X = A_0 + \dots + A_{n-1}, \quad (1)$$

$$B_k = A_{k+1} + \dots + A_{k+n-1}, \quad (2)$$

$$C_k = A_{k+1} + \dots + A_{k+n-2}, \quad (3)$$

$$D = C_0 \cdot \dots \cdot C_{n-1}, \quad (4)$$

les indices étant réduits mod. n (dans les formules (2) et (3)).

Dans l'hypothèse que

(i) *les ensembles C_0, \dots, C_{n-1} sont connexes,*
j'établis les deux théorèmes suivants:

Théorème 1. Soient p et q deux points situés en dehors de X . Sous les hypothèses que:

- (ii) aucun des ensembles B_k ne coupe le plan entre p et q^2 ,
- (iii) $D \neq 0$,

— l'ensemble X ne coupe pas le plan entre p et q .

Théorème 2. Soient p, q et r trois points situés en dehors de X . Sous l'hypothèse que:

- (ii') aucun des ensembles B_k ne coupe le plan entre aucun des trois couples: (p, q) , (q, r) et (r, p) ,

— l'ensemble X ne coupe pas le plan entre l'un au moins des trois couples précités.

En m'appuyant sur les théorèmes de M. EILENBERG (Fund. Math., **26**, p. 88 et 90), je déduis les théorèmes 1 et 2 des théorèmes suivants:

¹⁾ Voir Fund. Math., **36** (1949), 277—282.

²⁾ Un ensemble E coupe le plan entre les points p et q lorsqu'il n'existe aucun continu unissant ces points en dehors de E .

Théorème 1*. Soit $f \in P^{X^3}$. Sous les hypothèses: (i), (iii) et

$$(ii^*) f \sim 1 \text{ sur } B_k^4 \text{ où } k = 0, \dots, n-1,$$

on a $f \sim 1$ sur X .

Théorème 2*. Soient $f \in P^X$ et $g \in P^X$. Sous les hypothèses (i) et (ii'*) $f \sim 1$ sur B_k et $g \sim 1$ sur B_k (où $k = 0, \dots, n-1$), il existe deux entiers: m et j , qui ne s'annulent pas simultanément et tels que $f^m \cdot g^j \sim 1$ sur X .

*

Streszczenie. — Résumé.

Pewne uogólnienie twierdzeń o rozcinaniu płaszczyzny.

KAZIMIERZ KURATOWSKI, Warszawa.

Twierdzenia 1 i 2, stanowiące uogólnienia znanych twierdzeń „o trzech continuach“, wyprowadzone są z ogólniejszych twierdzeń (1* i 2*) dotyczących grupy przekształceń ciągłych o wartościach zespolonych różnych od 0.

ON THE BICOMPACT SPACE $\beta(N) - N$.

JOSEF NOVÁK, Praha.

Let $\beta(N)$ denote ČECH'S extension bicomcompact space of the isolated set N of natural numbers. Independently from TARSKI and POSPIŠIL. I proved that the cardinal number of the space $\beta(N)$ is $2^{2^{\aleph_0}}$. The system of all infinite countable subsets has the cardinal number $2^{2^{2^{\aleph_0}}}$ which equals $2^{2^{\aleph_0}}$. Therefore it is possible to construct two compact subsets A and B of $\beta(N)$ using the method of transfinite induction such that

$$A \cap B = N, \quad A \cup B = \beta(N).$$

Though both spaces A and B are compact, the Cartesian space $A \times B$ is not compact. This is the solution of ČECH'S problem dating from the year 1938.

The space $\alpha(N) = \beta(N) - N$ has some remarkable properties. E. g. every closed $G_\delta \neq 0$ in $\alpha(N)$ is the intersection of a countable system of sets, which are closed and open in $\alpha(N)$ at the same time. The cardinal number of all simultaneously closed and open sets in $\alpha(N)$

³) C'est-à-dire que f est une fonction continue à valeurs complexes ($\neq 0$), définie sur X .

⁴) $f \sim 1$ sur E veut dire que l'on a $f(x) = eu(x)$ pour $x \in E$, $u(x)$ désignant une fonction continue convenablement choisie.

is 2^{\aleph_0} . This system forms a base for the space $\alpha(N)$. In $\alpha(N)$ there exists a monotonous system of cardinal number \aleph_1 , whose elements are sets closed and open in $\alpha(N)$ simultaneously. In $\alpha(N)$ there exist closed sets with characters $\aleph_0, \aleph_1, 2^{\aleph_0}$.

*

Výtah. — Summary.

O bikompaktním prostoru $\beta(N) - N$.

JOSEF NOVÁK, Praha.

Označme symbolem $\beta(N)$ bikompaktní obal izolované množiny přirozených čísel N . Mohutnost množiny $\beta(N)$ je $2^{2^{\aleph_0}}$. Táž je mohutnost systému všech spočetných nekonečných podmnožin v $\beta(N)$. Metodou transfinitní konstrukce dají se sestrojiti dvě kompaktní podmnožiny A a B v $\beta(N)$ tak, že

$$A \cap B = N, \quad A \cup B = \beta(N).$$

Kartézský součin $A \times B$ těchto dvou *kompaktních* prostorů *není kompaktní*. To je řešení ČECHOVA problému z roku 1938.

Prostor $\alpha(N) = \beta(N) - N$ má několik pozoruhodných vlastností. Na př. každá uzavřená $G_\delta \neq \emptyset$ v $\alpha(N)$ je průnikem spočetného systému množin současně uzavřených i otevřených v $\alpha(N)$. V $\alpha(N)$ existují uzavřené množiny o charakterech \aleph_0, \aleph_1 , and 2^{\aleph_0} .

O ZOBECNĚNÍ WEYROVY THEORIE CHARAKTERISTICKÝCH ČÍSEL MATIC.

MIROSLAV NOVOTNÝ, Brno.

Nulitou čtvercové matice A řádu n rozumíme v klasické WEYROVÉ theorii rozdíl $n - h$, kde h znamená hodnost této matice. E. WEYR uvažuje o posloupnosti matic $A - aE, (A - aE)^2, (A - aE)^3, \dots$; zde a znamená kořen charakteristické rovnice matice A . Nulity těchto matic budte $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$; pak čísla $\alpha_1 = \gamma_1, \alpha_2 = \gamma_2 - \gamma_1, \alpha_3 = \gamma_3 - \gamma_2, \dots$ jsou WEYROVA charakteristická čísla matice A patřící ke kořeni a .

Matici můžeme chápati jako deformaci vektorového prostoru do sebe. Definici charakteristických čísel lze pak zobecniti tak, že místo vektorového prostoru vezmeme projektivní A -prostor (viz HAUPT, NÖBELING, PAUC: *Über Abhängigkeitsräume*, *Journ. f. d. reine u. angewandte Math.*, 1940) a místo jeho deformace do sebe vezmeme A -kolineaci projektivního A -prostoru. Tyto pojmy jsou definovány takto:

Mějme množinu M , k jejíž každé podmnožině $N \subset M$ patří uzávěr $u(N)$ splňující tyto axiomy: $N \subset M \Rightarrow u(N) \supset N(T_1)$, $N_1 \subset N_2 \subset M \Rightarrow u(N_1) \subset u(N_2)(T_2)$, $N \subset M \Rightarrow u[u(N)] \subset u(N)(T_3)$, $N \subset M, x_1, x_2 \in M$,

$x_1 \text{ non } \in u(N), x_2 \text{ non } \in u(N + x_1) \Rightarrow x_1 \text{ non } \in u(N + x_2) (T_4)$. Basi podmnožiny $N \subset M$ nazveme každou její minimální podmnožinu B takovou, že $u(N) = u(B)$. Předpokládejme, že každá podmnožina $v M$ má konečnou basi (T_5). Pak mohutnost libovolné base $v N$, již značíme $r(N)$, je hodnost množiny N a nezávisí na volbě base. Konečně nechť pro libovolné dvě uzavřené množiny $N_1, N_2 \subset M$ platí $r[u(N_1 + N_2)] = r(N_1) + r(N_2) - r(N_1 \cdot N_2) (T_6)$. Pak M je projektivní A -prostor.

Uzavřené spojitě zobrazení projektivního A -prostoru do sebe nazveme jeho *endomorfismem*. *Jednoznačným rozkladem* prostoru M patřícím k endomorfismu f rozumíme dvojici podprostorů (= uzavřených podmnožin) M_1, M_2 takových, že $r(M) = r(M_1) + r(M_2)$, $M_1 \cdot M_2 = u(\emptyset)$, $f(M_1) \subset M_1$, $f(M_2) \subset M_2$, které mají tu vlastnost, že pro každou trojici prvků x_1, x_2, x , pro niž jest $x_1 \in M_1, x_2 \in M_2, x_1 \text{ non } \in u(\emptyset), x_2 \text{ non } \in u(\emptyset), f(x_1) \in u(x_1), f(x_2) \in u(x_2), x \in u(x_1 + x_2), x \text{ non } \in u(x_1), x \text{ non } \in u(x_2)$, platí $f(x) \text{ non } \in u(x)$. Budte $M_1, M_2; M_1', M_2'$; dva libovolné jednoznačné rozklady libovolného podprostoru $N \subset M$ takového, že $f(N) \subset N$, patřící k endomorfismu f , jejichž složky M_1', M_1, M_2, M_2' mají hodnoty $m_1' \leq m_1 \leq m_2 \leq m_2'$; buď $p = r(M_1 \cdot M_1')$. Endomorfismus f pak nazýváme *silným*, jsou-li hodnoty podprostorů $M_1 \cdot M_2', M_1' \cdot M_2, M_2 \cdot M_2'$ po řadě $m_1 - p, m_1' - p, m_2 - m_1' + p = m_2' - m_1 + p$. Systém všech jednoznačných rozkladů téhož silného endomorfismu f definuje jistý rozklad prostoru M se složkami M_1, M_2, \dots, M_p tak, že $r(M) = r(M_1) + r(M_2) + \dots + r(M_p)$, $M_i \cdot M_j = u(\emptyset)$ pro $i \neq j$ a $f(M_i) \subset M_i$, $f(M_2) \subset M_2, \dots, f(M_p) \subset M_p$. Tyto složky nazýváme *charakteristickými podprostory*.

Endomorfismus f nazýváme *úplným* vzhledem k M , jestliže má tuto vlastnost: Jsou-li $N_0 \neq N, N_0 \subset N \subset M$ libovolné dva podprostory, jež se deformují endomorfismem f do sebe, pak existuje alespoň jeden prvek $x \in N, x \text{ non } \in N_0$ tak, že $f(x) \in u(N_0 + x)$.

Endomorfismus silný a úplný vzhledem k prostoru M se nazývá jeho *A-kolineací*.

Buď f A -kolineace projektivního A -prostoru M . Ta definuje jisté charakteristické podprostory. Buď tedy N charakteristický podprostor. Pak v něm existuje alespoň jeden prvek $x \text{ non } \in u(\emptyset)$ takový, že $f(x) \in u(x)$. Množinu všech takových prvků označme S_1 . Definujme nyní rekurentně: S_k je množina všech $x \in N$ takových, že $x \text{ non } \in u(S_1 + S_2 + \dots + S_{k-1})$, $f(x) \in u(S_1 + S_2 + \dots + S_{k-1} + x)$. Pak $r(S_1) = \gamma_1, r(S_1 + S_2) = \gamma_2, \dots, r(S_1 + S_2 + \dots + S_n) = r(N) = \gamma_n$ jsou nulity a čísla $\alpha_1 = \gamma_1, \alpha_2 = \gamma_2 - \gamma_1, \alpha_3 = \gamma_3 - \gamma_2, \dots, \alpha_n = \gamma_n - \gamma_{n-1}$ jsou charakteristická čísla patřící k charakteristickému podprostoru N .

Sur une généralisation de la théorie de Weyr concernant les nombres caractéristiques des matrices.

MIROSLAV NOVOTNÝ, Brno.

La théorie classique de WEYR peut être généralisée en prenant un A -espace projectif au lieu de l'espace vectoriel et une A -collinéation de cet A -espace au lieu de l'endomorphisme de l'espace vectoriel donné par la matrice.

Un A -espace projectif a été défini par MM. HAUPT, NÜBELING et PAUC. Il est caractérisé par les axiomes $T_1 - T_6$. Par ces axiomes, le rang $r(N)$ est défini pour chaque sous-ensemble de l'espace.

Une application fermée et continue d'un A -espace projectif M dans lui-même s'appelle *endomorphisme*. Nous disons que deux sous-espaces (= sous-ensembles fermés) $M_1, M_2 \subset M$ forment une *décomposition univoque* appartenant à f lorsque les relations suivantes sont valables: 1. $r(M) = r(M_1) + r(M_2)$, $M_1 \cdot M_2 = u(\emptyset)$, $f(M_1) \subset M_1$, $f(M_2) \subset M_2$; 2. $x_1 \in M_1$, $x_2 \in M_2$, x_1 non $\in u(\emptyset)$, x_2 non $\in u(\emptyset)$, $f(x_1) \in u(x_1)$, $f(x_2) \in u(x_2)$, $x \in u(x_1 + x_2)$, x non $\in u(x_1)$, x non $\in u(x_2) \Rightarrow f(x)$ non $\in u(x)$. Si les relations $r(M_1 \cdot M_2') = r(M_1) - r(M_1 \cdot M_1')$, $r(M_1' \cdot M_2) = r(M_1') - r(M_1 \cdot M_1')$, $r(M_2 \cdot M_2') = r(M_2) - r(M_1 \cdot M_1')$, $r(M_1 \cdot M_1') = r(M_2') - r(M_1) + r(M_1 \cdot M_1')$ sont valables pour tous les couples de décompositions univoques $M_1, M_2; M_1', M_2'$ d'un sous-espace quelconque $N \subset M$, pour lequel $f(N) \subset N$, l'endomorphisme f est appelé *fort*. S'il existe un élément $x \in N$, x non $\in N_0$ vérifiant la relation $f(x) \in u(x + N_0)$ pour tous les sous-espaces $N_0 \subset N \subset M$, $N_0 \neq N$, $f(N_0) \subset N_0$, $f(N) \subset N$, l'endomorphisme s'appelle *complet* par rapport à M . L'endomorphisme fort et complet s'appelle *A -collinéation*.

On donne une construction des sous-espaces, dont les rangs définissent les nombres caractéristiques généralisés.

SUR L'INTRODUCTION DES COORDONNÉES DANS LE PLAN PROJECTIF.

EDWARD OTTO, Łódź.

Soit x_2 un espace satisfaisant en même temps aux axiomes d'Hilbert du plan projectif et au théorème de Desargues pour les triangles perspectifs. Soit x_1 une droite du plan x_2 ; choisissons ensuite deux points différents sur cette droite, O et N .

Pour chaque couple de points X_1 et X_2 , différents de N , appelons somme de ces points (en symbole $X_1 + X_2$) le point qui se trouve sur le même couple de cotés opposés du quadrilatère complet que le

point O , tandis que le deuxième couple de cotés passe par les points X_1 et X_2 et le troisième couple se coupe au point diagonal N . La somme ainsi définie est univoque, commutative et associative, le point O étant zéro.

Chosissons encore sur x_1 un point J différent de O et de N . Le produit X_1X_2 des points X_1 et X_2 différents de N , sera défini comme point situé sur le même couple de cotés opposés du quadrilatère complet que le point J , tandis que X_1 et X_2 se trouvent sur le deuxième couple et les points O et N sur le troisième. Le produit ainsi défini est univoque et satisfait aux lois de commutativité et de distributivité par rapport à l'addition. J est alors égal à 1.

La relation d'ordre sera d'abord définie pour les points qui forment avec J des couples ne séparant pas le couple ON ; à savoir, on pose $X_1 < X_2$ lorsque le couple OX_2 sépare le couple X_1N . Nous écrirons $-X$ si $X + (-X) = O$ et nous poserons $-X_1 < -X_2$ lorsque $X_2 < X_1$ pour les points $-X$ qui forment avec J des couples séparant ON .

Si nous admettons encore $-X < O < X$ et $-X < X$ pour chaque X formant avec J un couple ne séparant pas ON , nous obtiendrons une relation satisfaisant aux axiomes d'ordre des nombres réels.

On peut prouver que les axiomes d'Archimède et de compacité se trouvent vérifiés sur un ensemble de points de la droite x_1 dont le point N a été enlevé. Il en résulte que l'ensemble $x_1 - N$ est isomorphe avec l'ensemble des nombres réels. Le nombre x attribué dans cette isomorphie au point x est dit sa coordonnée.

En considérant la droite $J_1 \neq x_1$ avec deux points $O' = O, N' \neq O$, on peut définir, pour chaque point qui ne se trouve pas sur la droite NN' un couple de coordonnées x, y . L'équation de la droite sera alors du premier degré.

*

Streszczenie. — Résumé.

O wprowadzeniu współrzędnych w płaszczyźnie rzutowej.

EDWARD OTTO, Łódź.

Niech x_2 oznacza przestrzeń spełniającą aksjomaty Hilberta płaszczyzny rzutowej oraz twierdzenie Desargues'a o trójkątach perspektywicznych. Jeśli x_1 jest prostą płaszczyzny x_2 , to wybierzmy na niej dwa punkty różne O i N .

Określamy sumę punktów X_1 i X_2 różnych od N jako punkt $X_1 + X_2$ znajdujący się z punktem O na jednej parze boków przeciwległych czworokąta zupełnego, gdy druga para przechodzi przez X_1 i X_2 a równocześnie trzecia para przecina się w punkcie przekątnym N . Suma ta jest jednoznacznie określona, przemienna i łączna przy czym punkt O jest zerem.

Obierając jeszcze punkt J na x_1 różny od O i N definiujemy iloczyn $X_1 X_2$ punktów X_1 i X_2 różnych od N jako punkt leżący z punktem J na jednej parze boków przeciwległych czworokąta zupełnego, gdy X_1 i X_2 leżą na drugiej a punkty O i N na trzeciej. Iloczyn jest jednoznacznie określony, przemienny, łączny i rozdzielny względem dodawania, przy czym punkt J jest jednością.

Stosunek mniejszości określimy najpierw dla punktów X_i , które z J tworzą parę nie rozdzielającą pary ON ; kładziemy mianowicie $X_1 < X_2$ jeśli para OX_2 rozdziela parę $X_1 N$. Pisząc $-X$, jeśli $X + (-X) = 0$, kładziemy dalej dla punktów $-X$, które tworzą z J pary rozdzielające ON : $-X_1 < -X_2$, gdy $X_2 < X_1$. Przyjmując jeszcze $-X < O < X$ i $-X < X$ dla każdego X , który z J tworzy parę nie rozdzielającą ON , otrzymujemy relację spełniającą aksjomaty porządku liczb rzeczywistych.

Można dowieść, że w zbiorze punktów prostej x_1 po odrzuceniu N jest spełniony aksjomat Archimedesesa i aksjomat zupełności. Wynika z tego, że zbiór $x_1 - N$ jest izomorficzny ze zbiorem liczb rzeczywistych. Liczbę x przypisaną w tej izomorfii punktowi X nazywamy jego współrzędną.

Przyjmując prostą $y_1 \neq x_1$, a na niej punkty $O' = O$ i $N' \neq O$ określić można dla każdego punktu nie leżącego na prostej $N'N$ parę współrzędnych x, y . Równanie prostej będzie wówczas rzędu pierwszego.

O TOPOLOGICKÉ REPREZENTACI DISTRIBUTIVNÍCH SVAZŮ.

LADISLAV RIEGER, Praha.

Viz Časopis pro pěst. mat. fys., **74** (1949), 55—61.

*

Summary. — Výtah.

A note on topological representations of distributive lattices.

LADISLAV RIEGER, Praha.

See Časopis pro pěst. mat. fys., **74** (1949), 55—61.

SUR UN ENSEMBLE SINGULIER.

WACŁAW SIERPIEŃSKI, Warszawa.

A paraître dans Fundamenta Mathematicae, **37** (1950).

O pewnym zbiorze osobliwym.

WACŁAW SIERPIEŃSKI, Warszawa.

Ukaże się w *Fundamenta Mathematicae*, **37** (1950).

ON P. S. ALEXANDROFF'S SPACE αP .

LIBUŠE VOTAVOVÁ, Praha.

In his paper [1], P. S. ALEXANDROFF defined the extension αP for every regular space P . He proposed several problems, viz.: does there exist a regular space P such that αP is irregular; does there exist a completely regular space P such that $\alpha P \neq \beta P$, where βP denotes E. ČECH'S extension, defined in [2]. The solution of these problems, as well as some other results, are given here.

We recall briefly the definition of the space αP . Let P be a regular space. The space αP consists of all maximal regular centred collections $x = \{X\}$ of open sets X of the space P , where a point x of the space P is identified with the collection $x = \{X\} \in \alpha P$ consisting of all open neighborhoods X of the point x in the space P . If the set G is open in P , let G^* be the set of all $x \in \alpha P$ such that $G \in x$. Let the topology of P be determined by taking the family of all G^* , G open in P , for an open base. Then αP is a Hausdorff space and P is imbedded in αP .

The results are as follows:

1. The space αP is H -closed (i. e. closed in any Hausdorff space in which it is contained) if and only if, for every maximal centred collection \mathfrak{F} of closed sets F of the space P , there exists a point $x = \{X\} \in \alpha P$ such that $X \in x$ implies: there exists $F \in \mathfrak{F}$, $F \subset X$.
2. The space αP is compact (= bicompact) if and only if it is a continuous image of the space ωP , defined in [3].
3. If the space αP is H -closed, it is regular.
4. The space P is regularly imbedded (see [4]) in the space αP .

Example. Let P_1 be the set of all pairs of ordinals (ξ, η) , $\xi \leq \omega_1$, $\eta \leq \omega_0$, except the point (ω_1, ω_0) , with its customary topology. Let $A_{k,n}$ be the set of all (k, n, ξ, η) , where k, n are naturals and ξ, η are ordinal numbers, $\xi \leq \omega_1$, $\eta \leq \omega_0$, except the point $(k, n, \omega_1, \omega_0)$. Let $(k, 2n, \omega_1, \eta) = (k, 2n + 1, \omega_1, \eta)$, $(k, 2n - 1, \xi, \omega_0) = (k, 2n, \xi, \omega_0)$ for $\xi < \omega_1$, $\eta < \omega_0$, $n = 1, 2, \dots$. Let $B_k = \sum_{n=1}^k A_{k,n}$, $P_2 = \sum_{k=1}^{\infty} B_k$. The topology of the space P_2 is defined in such a way that all B_k are both open and closed in P_2 and B_k is homeomorphic with $I_k \times P_1$; here, I_k is the set of

numbers $1, 2, \dots, k$, and, in the space $I_k \times P_1$, there obtain identifications, analogous to those for B_k .

It is easy to show that P_2 is completely regular; as a matter of fact, B_k is homeomorphic with a subspace of Tychonoff space R^* from [5].

Let $X_m = \text{Int} \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{n=m}^k A_{k,n}$, $m = 1, 2, \dots$. The sets X_m , $m = 1, 2, \dots$, form a regularly decreasing sequence (i. e. such that $\text{Int} X_m \supset \overline{X_{m+1}}$); hence there exists a point $x \in \alpha P_2$ such that $X_m \in x$, $m = 1, 2, \dots$. Let $Y = \sum_{k=1}^{\infty} \overline{B}_k^\alpha - B_k$, where \overline{B}_k^α denotes the closure of B_k in the space αP_2 .

According to the definition of the space αP , we have $\overline{X}_m^\alpha Y \neq 0$, for $m = 1, 2, \dots$, and $X_2^* Y = 0$. Since $\overline{X}^\alpha Y \neq 0$ for $X \in x$, we have $\overline{X}^\alpha - X_2^* \neq 0$, for every $X \in x$; therefore the space αP_2 is irregular at the point x . Obviously, $\alpha P_2 \neq \beta P_2$, for βP_2 is normal.

References.

- [1] P. S. ALEXANDROFF: O bikompaktných rasširenijach topologičeskich prostranstv Matem. Sbornik, **5** (1939), 403—420.
- [2] E. ČECH: On bicomact spaces, Annals of Math., **38** (1937), 823—844.
- [3] H. WALLMAN: Lattices and topological spaces, Annals of Math., **39** (1938), 112—126.
- [4] E. ČECH and J. NOVÁK: On regular and combinatorial imbedding, Čas. mat. fys., **72** (1947), 7—16.
- [5] A. TYCHONOFF: Über die topologische Erweiterung von Räumen, Math. Ann., **102** (1930), 544—561.

*

Výtah. — Summary.

O Aleksandrovově prostoru αP .

LIBUŠE VOTAVOVÁ, Praha.

Sdělení obsahuje m. j. podmínky pro kompaktnost a absolutní uzavřenost Alexandrovova obalu αP (viz [1]) a příklad úplně regulárního prostoru P , pro nějž αP není regulární.

O KATEGORII ZBIORU PUNKTÓW ROZSPAJAJĄCYCH KONTINUA PEWNEGO TYPU.*)

KAZIMIERZ ZARANKIEWICZ, Warszawa.

Rozważana jest kwestia kategorii zbioru punktów rozspajających takie kontinua, na których zbiór punktów rozspajających jak i jego

*) Pełny tekst tej pracy będzie opublikowany w „*Časopise pro pěstování matematiky a fysiky*“.

uzupełnienie są zbiorami gęstymi. Klasa takich kontynuów jest bardzo szeroka, zachodzi bowiem twierdzenie, że dla każdego n – wymiarowego kontynuów C istnieje kontynuów C^* również n – wymiarowe (leżące w przestrzeni euklidesowskiej o conajwyżej $2n + 1$ wymiarach), zawierające C i posiadające powyższą własność. Odpowiedź na pytanie jaką kategorię ma zbiór punktów rozspajających dla kontynuów o powyższej własności, zależy od specjalnego charakteru topologicznego występujących punktów nierozspajających. Fakt ten prowadzi do naturalnej dychotomicznej klasyfikacji punktów nierozspajających na punkty I-go gatunku (które okazują się punktami zatrzymania) oraz na punkty II-go gatunku. Jeżeli zbiór punktów nierozspajających, na kontynuach o powyższej własności, zawiera gęsty zbiór punktów nierozspajających I-go gatunku, to zbiór punktów rozspajających jest I-szej kategorii; jeżeli jednak tak nie jest, to o kategorii zbioru punktów rozspajających nie można powiedzieć, tzn. może on być zarówno I-szej jak i II-giej kategorii, jak to widać z podanego przykładu.

Przy okazji tych rozważań została podana nowa naturalniejsza definicja pojęcia, które amerykańanie nazywają „*simple link*”; przez to uzyskuje się naturalniejszą definicję elementu cyklicznego w sensie G. T. WHYBURN.

*

Streszczenie. — Summary.

On the category of the set of cut points of continua of a certain type.

KAZIMIERZ ZARANKIEWICZ, Warszawa.

To be published in „Časopis pro pěstování matematiky a fysiky“.