Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

J. Sobička

O sestrojování racionálních trojúhelníků

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 3, 191--192

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109120

a $v\alpha$, $v\beta$, $v\gamma$ dolejšími částmi výšek. Buďtež α' β' γ' druhé průseky výšek s kruhem K.

Poněvadž $\gamma' \gamma c' = 90^0$, jest též $\gamma' a' c' = 90^0$ t. j. $\gamma' a' \perp a' c'$ a jelikož $a' c' \perp ac$ a $b\beta \perp ac$, bude též $\gamma' a' \parallel b\beta$ a jelikož $ca' = a'b'$ musí též $c\gamma' = \gamma' v$ býti, t. j. bod γ' rozpoluje hořejší část $\overline{cv}$ výšky $\overline{c\gamma}$.

Zcela obdobně dokážeme, že body α', β' rozpolují hořejší části výšek $\overline{a\alpha}$ a $b\beta$. Kruh K prochází tedy taktéž body $\alpha' \beta' \gamma'$ rozpolujícími hořejší části výšek trojúhelníku abc.

Kruh ten, který dle dokázaného prochází následujícími devěti body:

1. polovinami $a' b' c'$ stran
2. patami α, β, γ výšek a
3. polovinami α', β', γ' hořejších částí výšek

nazýváme „*kruhem devíti bodů*". (Le cercle des neuf points, Kreis der neun Punkte.)

Úloha. Dokaž, že poloměr kruhu devíti bodů jest polovina poloměru kruhu trojúhelníku abc opsaného.

Úloha. Dokaž, že střed kruhu devíti bodů rozpoluje vzdálenost průseku (v) výšek od středu 0 kruhu opsaného.

Úloha. Dokaž, že těžisko z trojúhelníku dělí vzdálenost průseku výšek od středu 0 kruhu devíti bodů dle poměru

$$\left(-\frac{1}{2}\right).$$

O sestrojování racionálních trojúhelníků.

(Sděluje *J. Sobička.*)

Ku kterémukoliv celému číslu co odvěsně najdeme druhou odvěsnu a racionální přeponu takto:

a) je-li číslo liché, rozdělme jeho čtverec na dvě o 1 se lišící části, menší jest druhá odvěsna, větší přepona;

b) je-li číslo sudé, zdvojmocněme jeho půl; odejmeme-li od toho čtverce 1, máme druhou odvěsnu, přičteme-li k němu 1, máme přeponu.

Příklady

ad a)	$3^2 = 4 + 5$	tudíž	$3^2 + 4^2 = 5^2$
	$5^2 = 12 + 13$	„	$5^2 + 12^2 = 13^2$
	$7^2 = 24 + 25$	„	$7^2 + 24^2 = 25^2$ a t. d.
ad b)	6 dá $(\frac{6}{2})^2 = 9$	tudíž	$6^2 + 8^2 = 10^2$
	8 „ $4^2 = 16$	„	$8^2 + 15^2 = 17^2$
	10 „ $5^2 = 25$	„	$10^2 + 24^2 = 26^2$ a t. d.

Důkaz:

ad a) $(2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 = (2n^2+2n+1)^2$

ale $(2n^2+2n) + (2n^2+2n+1) = (2n+1)^2$

ad b) $(2n)^2 + (n^2-1)^2 = (n^2+1)^2$.

Geometrické upotřebení některých pouček o determinantech.

(Podává Dr. *F. J. Studnička.*)

(Pokračování.)

Na str. 70., 80. a 144. bylo upotřebeno determinantů, aby se určil obsah trojúhelníku a čtyrstěnu pomocí souřadnic vrcholů neb rovnic útvaru omezujících. Nyní jest nám tedy ještě vyložiti spůsob, jakým se pomocí determinantů určuje obsah trojúhelníku a čtyrstěnu, známe-li délky tuto hran, onde stran.

Značí-li, jako prvé, x_k, y_k souřadnice vrcholu B_k, jest podle vzorce (2) pag. 70. obsah trojúhelníku $B_1 B_2 B_3$ vyjádřen vzorcem

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1, & x_1, & y_1 \\ 1, & x_2, & y_2 \\ 1, & x_3, & y_3 \end{vmatrix}$$

aneb nahradíme-li determinant tento determinantem stupně čtvrtého, *) vzorcem

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & x_1, & y_1 \\ 0, & 1, & x_2, & y_2 \\ 0, & 1, & x_3, & y_3 \end{vmatrix};$$

---

*) Viz *Studnička* „O determin antech“ pag. 21.