

# Časopis pro pěstování matematiky a fyziky

---

Drobnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 56 (1927), No. 1, D12--D15

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108868>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1927

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## DROBNOSTI.

**Poznámka ke složitému úrokování a aritmetice pojišťovací.**  
 K okrajovým poznámkám z učebnic, jimž v této příloze bylo dopřáno místa, připojuji příspěvek z oboru, který činí žákům nemalé obtíže. Podle Aritmetiky Bydžovského užívá se při složitém úrokování tři základních vzorců: pro jistinu  $K_n = Kq^n$ , pro strádání  $K = aQ_n$ , pro důchod  $K = rR_n$ . Předpoklady posledních dvou vzorců tříští svojí růzností myšlení žákovo. Oba vzorce mají totiž též základní význam, vyjádřiti řadu částek jediným obnosem, obou je možno použiti za týchž podmínek, přece však v příslušném výkladu mluví se při jednom vzorci o vkladech počátkem, při druhém o důchodech koncem období; také doba splatnosti celkové hodnoty položena jest u  $Q_n$  na konec, u  $R_n$  na počátek období. Tyto různosti působí žákům při řešení úloh, jejichž formulace bývá často odlišna od obou těchto znění, zbytečné nesnáze a starosti o okolnosti lhostejné. Chceme-li již podržeti oba tyto vzorce, pak je možno vyhověti požadavku koncentrace učiva a ekonomie myšlení a nahraditi příslušné k nim poučky jedinou poučkou, na př. takto upravenou: »Jde-li o  $n$  částek téže velikosti  $k$ , splatných v intervalech shodných s úrokovacími, po sobě jdoucími obdobími, jest celková hodnota všech těchto částek dána 1. buď obnosem  $xQ_n$ , splatným na konci období následujícího po dni splatnosti poslední částky  $k$ , nebo 2. obnosem  $xR_n$ , který je splatný o jedno období dříve, než první částka  $k$ .« Znáznornění na ose číselné, která zobrazuje období úrokovací, usnadní pochopení i zapamatování poučky. Jest jednostejno, zda uvažované částky jsou vklady nebo důchody, nebo částky dluhované a pod.; splatnost počátkem období kryje se se splatností koncem období, ovšem předchozího, k čemuž však netřeba přihlížeti; jest patrné, že  $R_n$  liší se jen dobou splatnosti od  $Q_n$ . Postup vedoucí k odvození jednotlicího pravidla jest určen metodickým požadavkem postupovati od příkladu k pravidlu, od zvláštního k obecnému, a požadavkem, aby žáci sami pravidlo vystihli a vyslovili. Objasníme tudíž na úloze o strádání a na úloze o důchodu podstatné znaky obou vzorců a přivedeme žáky k vyjádření pravidla jednotlicího. Na základě tohoto je pak nutno vyložití a procvičiti různé varianty příslušných úloh.

V aritmetice pojišťovací dají se odstavce o pojištění na dožití premií roční a o pojištění důchodu buď premií jedinou neb roční zjednodušiti a usnadniti tak, že se nejdříve odvodí výraz  $a_x = N_x/D_x$ , který jest v učebnici uveden až v předběžné úloze k pojištění na úmrtí a značí dnešní (pravděpodobnou) hodnotu ročního důchodu 1  $K$ , placeného vždy předem osobou dnem  $x$ -letou po dobu trvání jejího života. Z téhož odvození vyplývá význam výrazů  $a_x^{(n)} = N_{x+n}/D_x$ , který nově zavedeme a kterýž značí dnešní (pravděpodobnou) hodnotu ročního důchodu 1  $K$ , placeného vždy předem osobou dnes  $x$ -letou počínajíc dosažením  $(x+n)$ -tého jejího roku po dobu trvání

dalšího jejího života. Rovněž vysvítá z předchozího význam výrazu  $a_{x, n} = (N_x - N_{x+n})/D_x$ . Za pomoci vzorce  $P = KD_{x+n}/D_x$  a uvedených tří výrazů je možno při vytčených druzích pojištění<sup>1)</sup> sestavit přímo rovnici, vyjadřující rovnost matematických nadějí pojištěného a pojišťovny a z té pak vypočítá neznámou veličinu.

Prof. Frant. Ondrák, Zábřeh.

**Chvění struny.** První pěkné pokusy o pohybu struny provedli v letech 1891 a 1893 Krigar-Menzel a Raps (Berichte der Berliner Akademie). Část struny před úzkou štěrbínou kolmo ke směru struny postavenou byla silně osvětlena a čočkou promítnuta na fotografickou desku rovnoměrně se pohybující.<sup>2)</sup> Tato cesta dá se pěkně obměniti použitím pohybující se projekční čočky.<sup>3)</sup> Podáváme tu jednoduchou úpravu uspořádání pokusu, která se dobře osvědčuje.

Na dřevěném kotouči 30 cm v průměru, 1 cm tloušťky umístěny jsou souměrně ve vhodných výřezech čtyři stejné čočky v průměru 8 cm, ohniskové dálky 40 cm asi 2 cm od kraje desky. Před kondensorem projekčního stroje je vodorovná štěrbina asi 2 mm široká a 4 cm dlouhá a před ní napiata je svisle struna tak, aby mohla volně kmitati. Jednou ze čtyř čoček zobrazíme na stínítku štěrbinu — stínový obraz struny. Otáčíme-li kotoučem mírnou rychlostí, zobrazen je časově rozvinutý pohyb struny na stínítku a pěkně vystoupí rozdílné tvary struny podle způsobu, jak byla struna ve chvění uvedena: prstem, kladívkem, smyčcem. Dr. Josef Zahradníček, Brno.

**Elektromagnetická siréna.** Malý generátor střídavého proudu střední frekvence ( $1/16$  kilowattu, 500 period), jakých se užívalo v radiotelegrafii k buzení oscilací, uveden je v rotaci o proměnném počtu obrátek stejnosměrným motorkem, jenž s generátorem obyčejně bývá spojen na téže ose. Střídavý proud generátoru je veden vhodnou tlumivkou do telefonu. Membrána telefonu je schopna vydávat celou řadu kmitů a máme v tomto uspořádání silný zdroj zvukový s kmitočtem proměnným v mezích dosti širokých. Této elektromagnetické sirény můžeme použití k různým pokusům, na př. pro vzbuzení plaménkových vlnovek na trubici Rubensově.<sup>4)</sup> Telefon je připevněn v tomto případě na jednom konci trubice Rubensovy, ukončené membránou železnou — 0.2 mm. — Membrána telefonu rozkmitá blánu trubice Rubensovy a tím rozvlní se podélně sloupec

<sup>1)</sup> Také případ pojištění na úmrtí je řešitelný touto metodou, zavedeme-li fiktivní každoroční platy: počátkem výplatu  $Kq^{-1}$  od pojišťovny a koncem vrácenou částku  $K$ , dokud pojištěnec nezemřel. Pak řeší úlohu rázem rovnice:

$$P + K ax^{(1)} = Kq^{-1} ax, \text{ resp. } pa_x + Kax^{(1)} = Kq^{-1} ax. \quad F.$$

<sup>2)</sup> Viz na př. fotografické zařízení v Grimsehlově »Lehrbuch der Physik«, I. díl, 5. vyd., str. 621, Lipsko 1921.

<sup>3)</sup> Podle udání ceníku Spindler-Hoyerova pochází myšlenka tato od Pohla (1925) — viz Olshausen, Zeitschrift für Elektrochemie 31, 502, 1925.

<sup>4)</sup> Viz autorův článek »Rubensova trubice« v »Časopisu« 48, 230, 1919.

svítíplynu v trubici, což projeví se plaménkovými vlnovkami zvláště intenzivními tehdy, je-li prostor trubice naladěný na tón sirény, t. j. je-li délka plynového sloupce rovna  $k\lambda/2$ . Tón sirény — počet obrátek — měníme tak dlouho, až nastane žádané maximum. V našem praktiku používá se trubice délky 200 cm, průměru 6,5 cm s dírkami 1,5 mm ve vzdálenostech 2 cm rozloženými. Teplota svítíplynu v trubici ve stavu ustáleném je mezi 60° až 65° C podle délky plaménků. Jedna řada měření při  $t = 63^\circ \text{C}$  jest obsažena v tabulce:

$k$ počet půlvln	$n$ počet obrátek	$N=16n$ výška tónu	$V_t$ m/sek rychlost zvuku
4	35	560	560
5	44	704	563
6	52	832	554
7	61	976	556
8	69	1104	552
9	79	1264	562
10	88	1408	563

střed 559

Ze vztahů platných pro délku vlny a výšku tónu

$$N\lambda = V, \quad d = k\lambda/2,$$

kde  $d$  je délka trubice, plyne

$$V = 2dN/k.$$

Pro rychlost zvuku ve svítíplynu uvádí Strouhalova »Akustika« str. 360 hodnotu  $V_0 = 490,4 \text{ m/sek}$ , Landolt-Börnsteinovy tabulky 5. vyd. z 1923 str. 1632 hodnotu  $453 \text{ m/sek}$  při  $13,6^\circ \text{C}$ , t. j.  $442 \text{ m/sek}$  při  $0^\circ \text{C}$ ; ze svrchních měření plyne  $V_0 = 509 \text{ m/sek}$ . Různost těchto hodnot souvisí s různým složením svítíplynu.

Rubensovy trubice jednou proměřené — v našem případě pro  $k = 4, 5, \dots, 10$  — může se použít k měření výšky tónu  $N$  zdrojů zvukových, na př. frekvence přerušovače Wehneltova; přerušovaný proud veden je po transformaci do elektromagnetické sirény.

Elektromagnetické sirény shora popsané dá se použít k ukázaní interference zvuku pomocí trubice Rubensovy. Siréna vložena jest do nálevkovitého nastavku interferenční trubice Stefanovy, jež souvisí s trubicí Rubensovou. Interferenční trubici nastavíme tak, aby obě její ramena byla stejně dlouhá a necháme zaznívat tón kmitočtu  $N-k$  půlvln ve svítíplynu; mezi trubicí Rubensovou a Stefanovou je napiat tenký smočený papír pergamenový. Vysuneme-li pohyblivé rameno trubice Stefanovy, objeví se nám minimum na trubicí Rubensově, plaménky jsou stejně vysoké a stejně intenzivní; při dalším vysunování dojdeme opět k maximu atd. Rozdíl drah zvuku v trubicí Stefanově pro dvě po sobě následující minima — maxima — dává půlvlnu příslušného tónu ve vzduchu.

Interferenční trubice musí být ovšem také naladěna na zaznívající tón  $N$  (aspoň přibližně — kmitů vynucené —), čehož se docílí

prodloužením nebo zkrácením přímé zvukovodné části. V našem případě jsou rozměry trubice následující: část zvukovodu od telefonu k rozvodu drah 24 cm, — dvě trubice do sebe zasahující průměru 2 cm, na straně u telefonu nálevkovité rozšíření —, rovné části ramen  $2 \times 20$  cm, mezi nimi se nalézající polokruhovitá dráha o poloměru 10 cm, délky 31·4 cm, rovná dráha společného zvukovodu k bláně trubice Rubensovy 12 cm, tedy celková dráha v interferenční trubici asi 107 cm, v mezích několika centimetrů měnitelná. Dá se pak docílit maxima, na př. pro 8 půlvln na trubici Rubensové —  $N = 1104$  1/sek. Aby vzniklo druhé maximum, je nutno vysunouti pohyblivé rameno trubice interferenční o 15·3 cm, což odpovídá délce vlny ve vzduchu (18·0° C) 30·6 cm v dobré shodě s výpočtem.

Dr. Josef Zahradníček, Brno.

## Z LITERATURY.

Dr. Fr. A. Jungbluth: *Mathematischer Arbeitsunterricht*. (Handbuch des Arbeitsunterrichts für höhere Schulen, Heft 9. Frankfurt a. M. M. Diesterweg, 1925.

Autor vzpomíná starších metod matematického vyučování, které — ač postupně stále zdokonalovány — nedosáhly posledního účelu: podnítiti bezprostřední samočinnost žákovu. Nová metoda, vypracovaná v intencích činné školy, vyžaduje samočinnosti žactva jak po stránce vnější, tělesné, tak po stránce vnitřní, duševní.

Vnější samočinnost jeví se spojením vjemů optických a motorických, t. j. vyvozením jasných pojmů z názoru co největšího. Proto nutno v přípravném kursu odmítnouti jako příliš abstraktní postuláty, důkazy a definice a logický postup nahraditi tělesnou činností žákovou, tedy cestou ne příliš matematickou; samostatně získaný názor podněcuje všeobecněji mladého ducha a vede k samočinnosti zájmem povzbuzované. Proniknutím matematického vyučování ručními pracemi — hotovením modelů, které má mít každý žák v ruce, co nejčastějším měřeními, používáním hojných pomůcek žáky — třeba tuto vnější samočinnost pěstovati až do nejvyšších tříd. Ačkoliv spojení ručních prací s vyučováním naukovým musí býti co nejtěsnější, nestává se škola zavedením ručních prací ještě školou činnou. Daleko větší důležitost má vnitřní, duševní samočinnost žáků. Snaha, aby žák dospěl k poznání samostatně, vede k odložení metody tázačí (nesprávně heuristické); žák musí napnouti všechny síly a samostatně hledati výsledek. Nejsilnějším podnětem jest viditelný, zřetelný cíl, různý podle okolností, ba může býti cílů několik a nutno je jeden po druhém zdolat. Všem žákům nebude dopřáno, aby dospěli samostatně k vyřešenému cíli; ti, kteří zůstanou pozadu, budou vedeni šťastnějšími druhy; učitel sám spoří otázkami, omezuje je na nejmenší míru a při nutném zásáhu (na př. nedosáhl-li nikdo cíle) vyvaruje se suggestivnosti. Práce žáků jest střídavě společná (rozmluva) a samostatná (tiché zaměstnání); bude těžkou úlohou učitele stanovit okamžik, kdy kterým způsobem se má postupovati.

Autor ukazuje na příkladech (čtyřúhelník z tětiv, logaritmy) postup, kterým vede třídu k získání nových poznatků. Všichni se musí zúčastniti práce měření, musí otevřeně sdělit své výsledky ostatním, kteří je buď opraví nebo zavrhnou, vždy s udáním důvodů. Takové výsledky se zapisují na tabuli ve formě tabulky. Někteří jistě dospějí k hledané souvislosti, potvrzené provedeným měřením; pak ihned třeba nastoupiti obtížnou cestu důkazu a vyhledání všech pomocných veličin. Podobně lze postupovati při