Josef Vaňous

O jednotě principu při strojích jednoduchých

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 12 (1883), No. 4, 210--227

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108814

Třetí svazek Exp. Res. jest zakončen opět řadou menších úvah a pojednání, které skoro výhradně se zanášejí magnetismem. Jsou vesměs pozoruhodny, zvláštního povšimnutí zasluhují statě: Myšlénky o vibracích paprskových (1846) a Úvahy o magnetické vědě (Magnetic Philosophy, 1855).

Doufám, že tento ovšem velmi neúplný náčrtek obrovských výkonů Faradayových v oboru elektrické nauky mnohému bude pohnutkou, by se obrátil, hledá-li poučení o této části fysiky, k nejlepšímu v ohledu tom pramenu. Považuji studium spisů Faradayových za povinnost každého, kdo theoreticky s elektřinou zanášeti se chce. Méně pro *věcný* obsah jejich, neboť ten dávno přešel v kompendia a učebné knihy fysiky, stav se takto všeobecným majetkem; každý zajisté, kdo jen zavadil o fysiku, ví o proudech indukovaných neb o otáčení polarisační roviny paprsku, způsobeném magnetickou silou. Hlavně tedy pro *formalnou* jejich stránku, pro znamenitý bezprostřední způsob nazírání na úkazy fysikalní. Faradayovy spisy zůstanou po dlouhou dobu výtečnou školou pro každého, kdo se chce — v jakémkoli odvětví fysiky — osvoboditi od pout všelijakých přímětků hypothetických a péči má o to, by při jeho snaze po vyhledání vzájemné souvislosti jednotlivých úkazů všechny výroky jeho se staly věrným odleskem skutečnosti.

O jednotě principu při strojích jednoduchých.

Studujícím napsal

Dr. Josef R. Vaňaus.

1.

Vždy více vzmahá se přesvědčení, že rozšiřování a zdokonalování poznatků spočívá především na nepředpojatém pozorování a zkoumání zjevů.

Tyto tvoří základní a hlavní skupiny, jichž společnou pásku ve formě zákona vyhledati zůstaveno jest duchu badatelovu. Netušený rozvoj přírodních věd v době novější jest toho neomylným dokladem. Čím větší počet rozmanitých zjevů podaří se zahrnouti v jediný souvislý celek, co příčinný svazek, tím více vzrůstá platnost všeobecného zákona, těm zjevům společně vládnoucího. Zjevy samy nabývají pak větší jasnosti, objevujíť se co přirozený, nutný výsledek onoho zákona. Proto čelí veškerá snaha věd přírodních k tomu, aby se přirozená souvislost zjevů co nejúžeji omezovala. V přírodě vládne ta největší jednoduchost. Touž jednoduchostí a přirozeností má vynikati i bádání o přírodě. Jediným mathematickým vzorcem, jedinou myšlénkou snažíme se přehlednouti co nejrozsáhlejší souvislé skupiny zjevů fysikalních, na zdání rozptýlených. Studium stává se tím zajímavějším a mysli přístupnějším, čím více k postihnutí jednotného principu směřuje.

Kdo měl příležitost vyučovati základům úkazů fysikálních, jest si zajisté vědom velkých obtíží, které hlavně pojmy poměrů statických mysli začátečníků působí a uzná výhody, které z přesněji usjednocené úpravy látky učebné plynou. Okolnost tato byla příčinou sepsání pojednání následujícího. Hlavní myšlénkou jest tu, ukázati, kterak nauka o všech jednoduchých strojích dá se na jedinou společnou větu převésti. Dokáže-li se tedy platnost této věty, ovšem způsobem co nejjednodušším, bude v ní i celá nauka o rozličných strojích spolu obsažena a netřeba tedy poměry sil při každém stroji zvlášť uvažovati. Zároveň bude možno i tlak na podporu čili třetí sílu, jíž k rovnováze jest potřebí, poznati a vyměřiti, ku kteréž okolnosti v obyčejných případech se ani nepřihlíží. A přec jest známost této třetí síly k důkladnému porozumění rovnováhy, jakož i v ohledu praktickém velmi důležitá.

2.

Bylo by sice prospěšno napřed promluviti o pojmu síly, o měření a rovnomocnosti sil, o pojmu rovnováhy sil a o jiných poměrech týkajících se geometrie sil a geometrie hmot. Avšak správné výměry těchto pojmů nalézti lze v každé dobré knize fisiky a můžeme je co známé předpokládati a ihned přistoupiti k rozboru věty, která tvoří základní kámen úvah všeobecné mechaniky. Jest to věta o rovnoběžníku sil.

Mnozí považují tuto větu za axioma, jež žádného důkazu nepotřebuje a nevyžaduje. Jiní neupírají sice větě té samozřejmosti, ale hledí jí také se stanoviska pouhé empirie zjednati platnosti nepopíratelné, čehož dokladem jsou mnohé velmi zdařilé důkazy rovnoběžníku sil. Nám se zde nejedná tak tuze o důkaz té věty, ale o jiné z ní plynoucí poměry, jichž ku řešení svrchu vytknuté otázky, totiž k dokázání jednoty principu u strojů jednoduchých bude vhodno užiti.

Na hmotný bod M účinkují dvě síly P a Q k sobě jakkoliv nakloněné. Úměrné intensity jejich buďtež

$$P = MA, \quad Q = MB \quad \text{(obr. 1.)}$$

a hledá se síla jediná jim rovnomocná.

Krátká úvaha vede nás k těmto výsledkům.

Sílu poznáváme po účinku a jakost účinku odůvodňujeme jakostí síly, co příčiny jeho. Správnost toho soudu jde z pouhého pojmu síly. Tedy síly P a Q na bod M působící jakýsi účinek míti musí a ten nemůže se říditi ani pouze jednou, ani pouze druhou silou, nýbrž společně oběma. Udílejí-li síly bodu M urychlení, nemůže toto díti se ani směrem MA, ani směrem MB; působí-li síly na bod M přiměřené tlaky, nemohou se tyto jeviti výhradně ani ve směru jedné, ani ve směru druhé složky. Plyne tedy nutně, že společným působením obou sil povstati musí přiměřený společný výsledek, jejž by i jinou jedinou silou rovnomocnou, výslednicí, bylo lze vzbuditi. Z daných podmínek jest ale snadno i vlastnosti této rovnomocné síly stanoviti a to následovně.

1. Výslednice sil P a Q musí býti obsažena v rovině jejich. Neboť silami $P = MA$, $Q = MB$ dá se toliko jediná rovina položiti a musí účinek pouze v této rovině se jeviti, neboť není příčiny, proč by účinek z roviny vybočující měl míti spíše místa než symetrický k němu vůči rovině. K vybočení účinku z té roviny bylo by potřebí ještě jiné síly a té není.

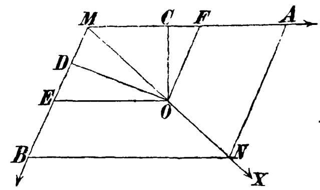
2. Ješto účinek síly jest vždy úměrný její intensitě, plyne z toho nutně, že, čím větší jedna z obou sil jest, tím více musí se společný výsledek obou sil kloniti ku síle větší; čemuž spůsobem nejjednodušším vyhovuje následující zákon: kterýkoliv bod v rovině sil, jehož vzdálenosti od směrů složek jsou v poměru nepřímém s intensitami sil, musí býti obsažen ve směru

společné výslednice. Budiž O (obr. 1.) jeden z těch bodů, OC $\perp$ MA, OD $\perp$ MB. Platí-li o vzdálenostech OC a OD bodu O od daných sil P a Q relace

$$\frac{P}{OD} = \frac{Q}{OC}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

musí výslednice jíti bodem O a MOx jest jejím směrem, poněvadž všecky body tohoto směru shodují se s podmínkami v relaci (1) obsaženými. Naproti tomu každý bod mimo přímku MOx položený zákonu v rov. (1) vyslovenému se příčí a tedy také mimo společný účinek sil býti musí. Body O aneb jejich souvislý tvar, totiž přímka MOx, objevuje se co geometrické místo průsečných bodů přímek k daným silám rovnoběžně vedených a *s jejich intensitami úměrných.* K důkazu toho veďme z bodu O přímky k daným silám rovnoběžné, tedy OE || MA, OF || MB.

(Obr. 1.)



Trojúhelník OFC jest podoben trojúhelníku OED, ješto jejich úhly na vzájem se rovnají. Z této podobnosti plyne pak úměrnost stran stejnolehlých, totiž:

$$OE : OD = OF : OC \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Spojením rovnic (1) a (2) obdržíme srovnalost, která dříve zmíněnou souvislost těch rovnoběžek s intensitami sil potvrzuje, totiž:

$$OE : P = OF : Q.$$

Nyní soudíme následovně: Rovnoběžky z kteréhokoliv bodu (O) směru výslednice ku směrům daných složek vedené, jsou v témž poměru, jako velikosti složek. Dosáhnou-li tedy tyto rovnoběžky téže velikosti, jakou mají poměrné délky daných sil, totiž:

$$OE = NB = P \quad a \quad OF = NA = Q$$

bude i bod (N) z něhož tyto rovnoběžky vycházejí, posledním bodem, který ku společnému účinku obou složek přísluší. Tím ale vzniká rovnoběžník, jehož strany se rovnají poměrným délkám daných sil a úhlopříčna jeho značí směr i velikost síly výslední, oněm rovnomocné R = MN.

Připojením této poslední části ku srovnalosti dříve vytknuté dá se význam rovnoběžníku sil, aneb jeho polovice trojúhelníku sil, podati v této známé formě

$$\frac{P}{BN}=\frac{Q}{MB}=\frac{R}{MN} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Podobným způsobem lze i více daných sil na jedinou výslednici složiti a ješto jest všem rovnomocná, může se jí výhodněji užiti k stanovení některých poměrů statických, nežli původně daných složek.

3.

První takový poměr budiž vyhledání podmínek, za kterými síly v rovině v týž bod působící udržují se v rovnováze.

Úkolem tímto se vyžaduje, aby současným a vzájemným působením sil toliko účinek na venek se rušil čili aby výslednice všech daných sil kromě jedné měla s touto silou účinek v intensitě rovný, směrem pak protivný.

Ku vnitřnímu napnutí a jiným z toho vzbuzeným úkazům se tu nepřihlíží. Vyjma jediný zcela zvláštní případ, nemohou býti dvě síly na bod v jakémkoliv úhlu působící v rovnováze. Jest tedy potřebí ku vzniku rovnováhy nejméně tří sil. Ale toto minimum jest postačitelné i pro kterékoliv množství sil, jelikož princip rovnoběžníku sil redukcí na tři síly umožňuje. Tři v téže rovině na bod v úhlech libovolných působící síly mohou býti tedy v rovnováze, když výslednice vždy dvou a dvou daných sil rovná se síle třetí a má k ní směr opačný. Aby se ale této podmínce vyhovělo, musejí intensity daných složek býti v určitých poměrech s některými význačnými přímkami k úhlům sil se vztahujícími. Buď M bodem, na nějž síly

$$P=MA, \quad Q=MB$$

čili jejich společná výslednice $R=MN$ působí. (Obr. 2. a 3.) Síla $R'=MN'$, která v téže přímce MN směrem protivným účinkuje a intensitě síly R se rovná, způsobí rovnováhu. Přihlížíme-li pouze k relativním intensitám těchto sil, plyne jejich vzájemný poměr z trojúhelníku sil MNB

$$\frac{P}{BN}=\frac{Q}{MB}=\frac{R}{MN} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Spustíme-li z některého bodu výslednice na směry složek kolmice

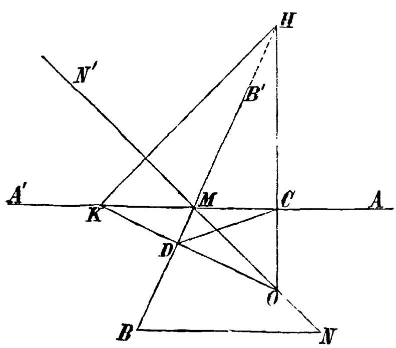
$$OC \perp MA, \quad OD \perp MB$$

a spojíme-li paty kolmic přímkou CD, vznikne trojúhelník DOC s trojúhelníkem sil podobný, což pomocí kružnice nad průměrem MO vedené a body C a D procházející snadno jest dokázati. Z podobnosti těchto trojúhelníků plyne, přihlíží-li se zároveň k relaci (3)

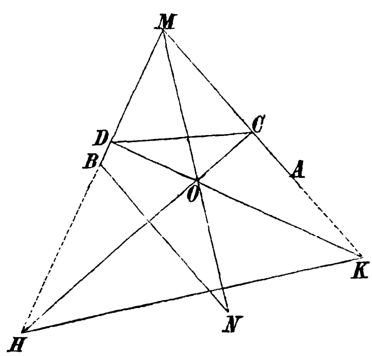
$$\frac{P}{OD} = \frac{Q}{OC} = \frac{R}{DC} = \frac{R'}{DC} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Tato rovnice (4) udává vzájemný poměr sil P, Q, R′ s určitými přímkami OD, OC, DC s úhly sil souvislými, pro

(Obr. 2.)



(Obr. 3.)



ten případ, aby společný účinek dvou sil třetí silou zrušen byl a jest tedy mathematickým výrazem pro podmínku rovnováhy těch tří sil. Z platnosti rovnice (4) dají se odvoditi ještě jiné výrazy, jichž často k označení rovnováhy sil se užívá, totiž:

$$P . OC = Q . OD, \quad P . DC = R' . OD, \quad Q . DC = R' . OC.$$

V těchto výrazech, které současnou platnost mají, obsažena jest známá věta, že *statické momenty* těch sil musejí se na vzájem rovnati. Zároveň jest patrno, že v poslednějších součinech jsou kolmice při statických momentech zastoupeny jinými aequivalentními přímkami z bodu výslednice k daným silám v témž úhlu vedenými, čímž pojem o statickém momentu dochází rozšíření v rovnici (2) již obsaženého.

Jmenujme trojúhelník DOC, jehož strany k tvoření statických momentů slouží, *trojúhelníkem momentovým.* Prodloužíme-li kolmice OC a OD až k průseku se směry druhých daných sil a spojíme-li průsečné body přímkou HK, vznikne nový trojúhelník HOK, jehož strany vesměs kolmo strmí na směrech sil P, Q, R′ a proto jej *trojúhelníkem kolmic* nazývati budeme. Také tento trojúhelník kolmic jest podoben trojúhelníku sil a má tedy platnost úměra:

$$\frac{P}{\overline{HO}} = \frac{Q}{\overline{KO}} = \frac{R}{\overline{HK}} = \frac{R'}{\overline{HK}} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Slovy proneseno: síly, které jsou spolu v rovnováze, musejí býti v přímém poměru s oněmi stranami trojúhelníku kolmic, na které jejich směr jest kolmý.

4.

Rovnice (4) a (5) tvoří společný náklad nauky o rovnováze sil při strojích jednoduchých. Stroj skládá se z pevné hmoty tedy z určitého množství hmotných bodů, jejichž vzájemná poloha musí se míti za stálou, to jest působením sil, jejichž rovnováha se má stanoviti, v molekulárním rozpoložení neproměnlivou. Jinak by účinek některých sil nesouvisel s účinkem jiných; síly netvořily by pro sebe jedinou soustavu, nýbrž nezávisle na sobě každá na jinou část hmoty by působila. Proto jest třeba ukázati, že i při působení sil na pevnou soustavu hmotných bodů rovnice (4) a (5) platnosti své nepozbývají.

Pro krátkost budiž dovoleno míti roviny obrazců (2) a (3) za soustavu pevných bodů a zároveň za roviny, ve kterých síly účinkují. Stanovme, že síly P a Q působí v poměrných velikostech P = MA a Q = MB v bodech C a D na pevnou přímku CD. Ješto působištěm může býti každý bod pevný ve směru dané síly obsažený a tedy také průsečný bod M, jest patrno, že výslednicí sil P, Q na přímku CD působících bude síla R = MN. Rovnováha nastane zrušením síly R silou rovnou a protivnou R′ = MN′; a poněvadž na vzájemnosti sil P, Q, R′ nenastalo žádných jiných proměn, tedy platí rovnice (4) a (5) i pro tuto soustavu pevných bodů a to útvaru jakéhokoliv, pokud jen dané síly v téže rovině zůstávají.

Směry sil P a Q byly až posud libovolné v mezích 0°—180° obsažené. Avšak i pro tyto pomezné hodnoty úhlu sil neztrácejí rovnice (4) a (5) platnosti všeobecné.

Vezměme úhel sil P, Q na přímku CD působících rovný nulle, čili směry sil buďtež rovnoběžné $(P = CA) \parallel (Q = DB)$ (obr. 4.). Kolmice z dřívějšího bodu O na některou sílu spuštěná musí patřičně prodloužena státi i na druhé rovnoběžné síle kolmo.

Je-li $OD \perp DB$ musí i $OC' \perp CA$.

Trojúhelník kolmic i trojúhelník momentový přechází v tomto zvláštním případu ve přímku DOC′ co svoji pomeznou hodnotu. Byla-li dříve, jakož v planimetrii o každém trojúhelníku se dá dokázati, v $\triangle DOC$ strana $DC < DO + OC$ a v $\triangle HOK$ strana $HK < HO + OK$ tedy také vždycky $R < P + Q$, což z rovnice (4) a (5) snadno jde; jest nyní $DC' = DO + OC'$ a proto také dle rovnice (4) a (5) musí býti výslednice

$$R = P + Q = O'N \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Přímka DOC′ zastupuje trojúhelník kolmic. Mají tedy všechny tři síly P, Q, R jedinou společnou kolmici a z toho následuje, že jest směr síly výslední R se směry daných složek P, Q rovnoběžný. Zároveň jest z podobnosti trojúhelníků DOO′ a DC′C možno polohu bodu O, jímž výslednice jíti musí, stanoviti. Neboť lze rovnici (5)

$$\frac{P}{DO} = \frac{Q}{OC'} = \frac{R}{DC'} \text{ zaměniti s } \frac{P}{DO'} = \frac{Q}{O'C} = \frac{R}{DC} \; . \; . \; (7)$$

Nalezáme tedy známá pravidla o vlastnostech výslednice sil rovnoběžných těmitéž rovnicemi (4), (5), (6) a (7) potvrzena.

Ješto vzdálenost bodů D a C může býti jakákoliv, tedy i $DC = 0$, jde z toho dle (6) věta jinak axiomatická: „*výslednice dvou sil v témž směru na bod působících rovná se součtu jejich.*“

Aby síly P, Q na přímku DC směry rovnoběžnými působící byly v rovnováze, musí se jejich výslednice zrušiti silou třetí co do velikosti jí rovnou a směrem protivnou

$$R' = O'N' = O'N.$$

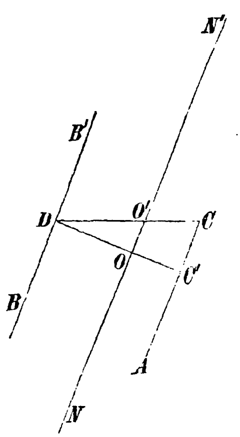
V tom případě lze ale každou z těch tří sil P, Q, R′ míti za sílu, která jest výslednici dvou ostatních rovná a opáčná. Pročež je možno použiti souvislosti veličin rovnicemi (6) a (7) podané i k stanovení výslednice sil protirovnoběžných, to jest takových, které na pevnou soustavu bodů působí rovnoběžně, ale ve směrech protivných čili úhel 180° tvořících.

Nechť síly R' = O'N' a P = CA (obr. 4.) jsou ty dvě protirovnoběžné síly, které na soustavu O'C působí. Velikost výslednice (Q) jakož i polohu působiště (D) jejího lze najíti pomocí rovnic (6) a (7); jenže ovšem bráti dlužno směr její opáčně, jakž dříve připomenuto bylo. Bude tedy dle (6)

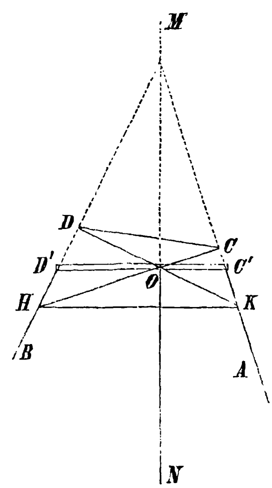
$$Q = R' - P = DB' \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Všecky vlastnosti, které o výslednici sil protirovnoběžných pronášíváme, obsaženy jsou v rovnicích (7) a (8). Ona jest:

(Obr. 4.)



(Obr. 5.)



a) intensitou rovná rozdílu složek,

b) má směr složky větší, anať síla R' > P dle (6),

c) působí na straně větší složky R' v poloze D rovnicí (7) s dostatek určené.

Poněvadž i zde vzdálenost bodů, kde síly směry protirovnoběžnými působí, může dosáhnouti té nejmenší pomezné hodnoty, totiž nully, jde z toho platnost věty, jinak za axioma považované, že „výslednice dvou sil směry protivnými na bod působících rovná se rozdílu jejich“ aneb všeobecněji, uvážíme-li dříve již vytčené poměry a věty: „výslednice všech sil v téže přímce na soustavu pevných bodů působících rovná se algebraickému součtu daných sil"; tedy po případě i nulle — při rovnováze sil.

Ve zvláštním případu, že by složky směry protirovnoběžnými v různých bodech soustavy působící byly spolu intensitou rovné, musela by výslednice jejich dle (8) rovnati se nulle a vzdálenost (D) jejího působení octlo by se dle (7) v nekonečné dálce. Značí to, že takové síly nemají žádné společné výslednice a že tedy také žádnou jedinou silou nemohou udržány býti v rovnováze.

Jest to známá *dvojice sil,* jejíž účinek k otáčení pevné soustavy kolem středního bodu té dvojice směřuje.

Uvedené případy postačí již úplně k výkladu podmínek rovnováhy při strojích jednoduchých.

5.

K jednoduchým strojům čítá se: páka, kladka nepostupná, kladka postupná, kolo na hřídeli, klín, rovina nakloněná a šroub. Jakkoliv tyto stroje na venek různými se jeví, přec jejich vnitřní tvar toliko na jediný společný základ ukazuje a theorie stroje jednoho zahrnuje v sobě theorii ostatních. Na důkaz toho probereme ty stroje po sobě.

Páka.

Již při výkladu sil působících na pevnou soustavu hmotných bodů bylo připomenuto, že útvar soustavy může býti jakýkoliv, pokud jest neproměnlivý a síly rovnováhu útvaru udržující jsou v téže rovině. Proto představuje každá taková soustava pevných bodů, která by se kolem jednoho bodu (O) volně mohla otáčeti, páku v nejširším toho slova smyslu. Relace pro poměry sil při rovnováze dříve uvedené platí tedy i pro páku. Na tom nezáleží a na věci také ničeho nemění, máme-li dřívější přímku DC, aneb pevný útvar DOC aneb tyč D'C' (obr. 5.) za délku páky ve smyslu užším, jenom když některý bod, kterým výslednice daných sil prochází, na př. bod O s pákou pevně souvisí a za podporu páky slouží. Účelem stroje toho jest, aby zrušením výslednice daných sil pevností podpory čili odporem bodu O bylo lze udržeti tyto síly v rovnováze. Velikost tlaku na podporu, jakož i poměry druhých sil možno pak najíti buď dle rovnice (4) aneb (5). Obyčejně se užívá pouze rovnice (4) totiž

$$\frac{P}{DO} = \frac{Q}{OC} = \frac{R}{DC}$$

a to s vypuštěním třetího členu a není tuším potřebí význam té rovnice slovy zde pronášeti. Připomenouti ale musíme několik slov o velikosti tlaku R, který se podporou a tedy rovnou a protivnou silou tamtéž působící R′ ruší, čili čili síly P a Q v rovnováze udržuje. Tlak tento mění se při působení týchž sil P a Q rozličným jejich sklonem ku páce. To nejenom rov. 4. dokazuje, nýbrž i skutečné jeho vyměření na př. pomocí závaží na kladkách. Největší bude tlak na podporu, když síly spolu tvoří úhel $= 0$ čili když účinkují směry rovnoběžnými, neboť tu jest dle (6) $R = P + Q$. Vzrůstáním úhlu sil od 0—180^0, při kteréž pomezné hodnotě pozbývá páka své důležitosti, tlaku neustále ubývá.

Ješto páka co hmota účinku přítažlivosti země spolu podrobena jest, patrno, že část váhy páky, která podporou o sobě se neruší, musí co spoluúčinkující sílu s některou z daných složek P, Q v jednotu spojena býti, čímž se ovšem vzájemný poměr sil P, Q, R mění, avšak dle týchž zásad jako při pouhé páce mathematické.

Kladka nepostupná.

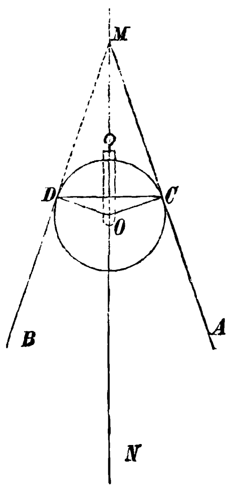
Ze soustavy pevných bodů a tedy z páky ve smyslu širším vzniká kladka, dostane-li soustava bodů útvar kotouče čili desky kruhové, jejíž všecky body v obvodu mají touž vzdálenost od středu, za podporu od kladky zvoleného. Poměry sil na kladku působících musí býti při stanovení rovnováhy opět vytčeny podmínkami z trojúhelníku momentového DOC (obr. 6.) odvozenými a v rovnici (4) obsaženými, totiž

$$\frac{P}{DO} = \frac{Q}{OC} = \frac{R'}{DC}.$$

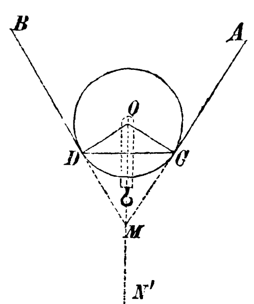
Jelikož při kladce vždy DO = OC, plyne, že při rovnováze složky P a Q rovněž vždycky budou se rovnati. Avšak tlak na podporu R aneb jemu rovný protitlak R′ i zde bude pokaždé jiný. Největší bude, když složky rovnoběžně, po případě jakož obyčejně bývá, svismo působiti budou; neboť tu jest tětiva DC, která tomu tlaku jest úměrná, největší, průměru kladky rovná a tedy R = P + Q.

Při kterémkoliv jiném úhlu, větším než 0, vzbuzují tytéž složky P, Q tlak na podporu O menší, pokaždé příslušné tetivě DC úměrný. Rozumí se samo sebou, že váha skutečné kladky tlak tento o svou velikost rozmnožuje, ku změně poměru sil P a Q ničím nepřispívajíc.

(Obr. 6.)



(Obr. 7.)



Kladka postupná.

Při této kladce není střed desky kruhové volen za podporu, nýbrž za působiště jedné z těch sil, jichž podmínky rovnováhy mají se stanoviti. Za to ale účinek jiné z dřívějších složek na př. Q zrušen jest oporem v bodu B. Na vzájemném poměru těch tří sil se tím ničeho nemění.

Srovnání (obr. 6.) a (obr. 7.) nasvědčuje, že jedná se tu toliko o jinou polohu kladky ku podpoře. A proto platí i zde srovnalost. (4)

$$\frac{P}{DO} = \frac{Q}{OC} = \frac{R'}{DC},$$

Z rovnosti přímek $DO = OC$ jde, že účinkující síla P bude se vždy rovnati tlaku Q v bodu B způsobenému. Poměr síly P ku břemenu či síle R' podán jest poměrem poloměru kladky (DO) ku tětivě (DC) šňůrou obejmuté. Pročež bude při směrech protirovnoběžných, kde na př. síla R' má směr svismý a síla P směr protisvismý poměr sil

$$\frac{P}{DO} = \frac{R'}{DC = 2DO}, \text{ z čehož } P = \tfrac{1}{2}R' = Q \text{ (srov. rov. 8.).}$$

Ve všech ostatních případech bude $DC < 2DO$, tedy i $P > \frac{1}{2}R'$, i $Q > \frac{1}{2}R'$ a mohou při $DC \doteq 0$ dosáhnouti hodnoty téměř nekonečné.

Ve skutečnosti dlužno váhu kladky, jelikož týmž směrem jako R' působí s touto silou v jedno spojiti a kromě zvětšení sil P a Q o polovici této váhy není jiného vlivu na jejich poměry.

Kolo na hřídeli.

Při obou kladkách není těžko poznati, že působící síly mohou se položiti do jediné roviny. Neboť jednak výslednice složek, jimiž osa kladky se podepírá při rovnováze, skutečně v rovině sil P a Q se nalezati musí, jednak i přiměřenou úpravou kladka tak zaříditi se dá, aby jemným ostřím ve středu svém o překážku téměř v jediném bodu, jako při páce, se opírala. Větších obtíží činí to při kole na hřídeli a ostatních strojích.

Poinsot ve svém velkém díle „Eléments de statique“ a jiní rozeznávají z té příčiny tři druhy strojů:

a) stroje, kde úplně volný pohyb hmotného útvaru překažen jest pevným bodem čili oporem jediného bodu; t. j. páka.

b) stroje, jichž úplně volný pohyb zamezen jest pevnou přímkou, co osou; k těm počítají kladky a kolo na hřídeli.

c) stroje, kde hmotný útvar pro pevnou rovinu, po níž se může pošinovati, nemá úplně volného pohybu; k těmto strojům patří klín, šroub a rovina nakloněná.

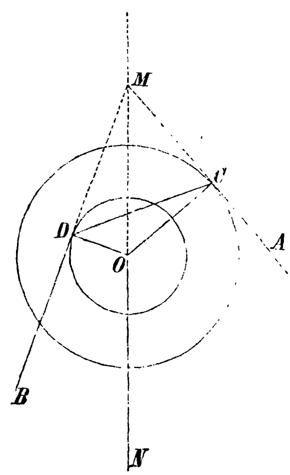
Avšak, ježto theorie páky od skutečnosti již tím se uchyluje, že se za podporu páky jediný bod bere na místo v pravdě většího počtu bodů, a naproti tomu theorie kladky, při patřičné úpravě kladky, s požadavky při páce činěnými se úplně shoduje, rovněž tak jest i při kole na hřídeli. Obě složky podpory, na nichž pevná přímka (osa) čili vlastně hřídel spočívá, dají se dle zásady složek rovnoběžných nahraditi silou jedinou R, jejiž poloha i vlastnosti známy jsou z rovnic (7) a (6).

Do roviny této síly R, na osu hřídele kolmé, dají se pomocí dvojic sil přenésti i síly P a Q, tak že podmínky rovnováhy theoreticky podati lze touž rovnicí (4)

$$\frac{P}{DO} = \frac{Q}{OC} = \frac{R'}{DC} \text{ čili } \frac{P}{r} = \frac{Q}{r_{\prime}} = \frac{R'}{DC},$$

jestliže poloměr hřídele $DO = r$ a poloměr kola $OC = r'$ (obr. 8).

(Obr. 8.)



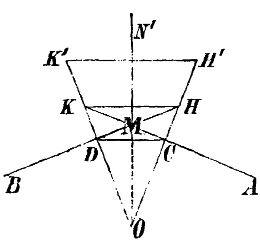
Ze známé této relace — až na člen třetí — jíž se poměr síly P ku břemenu Q stanoví, dá se i tlak na osu R aneb protitlak R′ vyznačiti. Jeť v každém případě přímce DC úměrný. Jako při páce, bude i při kole na hřídeli tlak největší, když síly působí směry rovnoběžnými. Jestiť to $DC = r + r'$ a tedy $R = P + Q$ dle (6) i (7).

Ve všech jiných případech jest tlak hřídele menší než součet $P + Q$ a ubývá jej tou měrou, jakou úhel sil P, Q vzrůstá a hodnotě 180^0 se blíží. I v praktickém ohledu lze se tomuto theoretickému vzoru kola na hřídeli přiměřenou úpravou co nejvíce přiblížiti. Pro pokus zařídí se totiž kolo asi na způsob dvojkladky (differencialní), takže šňůry, na kterých síly P, Q působí, do téže roviny přijdou. Středobod (O) hřídele v rovině sil se nolezající tak jest podepřen, aby tlak R strojem tam vzbuzený mohl se pro rozličné směry sil určiti. Závěs na kladkách hodí se k tomu velmi dobře.

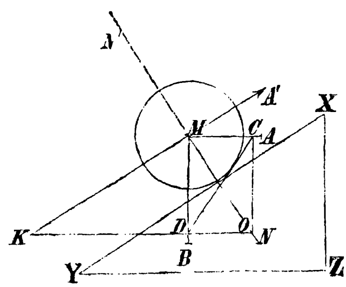
Klín.

Také tento stroj připouští idealní tvar ve způsobě trojúhelníka rovinného K′OH′ (obr. 9), jemuž i zevnější úpravou dosti těsně může se přiblížiti. Všechen tlak z překonání molekulární spojivosti tělesa, do kterého klín vniká, vzešlý dá se na základě zákonů rovnoběžníku sil konečně nahraditi silou $P = AM$, která kolmo na stěnu klínu H′O působí a silou $Q = BM$, která směrem kolmým na stěnu K′O účinkuje. Rovnováha jest možna, když výslednice těchto sil zruší se silou rovnou a protivnou totiž $R' = N'M$. Směr této třetí síly musí, jakž dříve dokázáno bylo, státi kolmo na přímce, která průsečné body KH spojuje. Tyto průseky K, H povstávají totiž prodloužením kolmic z nějakého bodu O ve výslednici (R) na směry daných sil P a Q spuštěných.

(Obr. 9.)



(Obr. 10.)



Jest tedy KOH trojúhelníkem kolmic a buď shodným a nebo podobným trojúhelníku, který tvoří průřez daného klínu.

Pro stanovení podmínky rovnováhy používá se obyčejně tohoto trojúhelníka, ježto s rozměry klínu lépe se dá v souhlas přivésti, než trojúhelník momentový DOC, který pro předcházející stroje byl významnější. Bude tedy dle rov. (4)

$$\frac{P}{HO} = \frac{Q}{KO} = \frac{R'}{KH},$$

Obyčejně se dělává klín průřezem co trojúhelník rovnoramenný. Pak jest $HO = KO$ délkou klínu a tedy tlaky z obou stran P a Q rovné. Síla R′, jíž zapotřebí jest k udržení rovnováhy břemenu (P, Q) úměrná jest šířce klínu, přímkou KH s dostatek charakterisované.

Rovina nakloněná.

Rozdíl mezi posud udanými stroji a rovinou nakloněnou nejeví se v principu rovněž žádný; zejmena srovnáli se tento stroj s klínem. Jinak ale jest, přihlíží-li se k výkonům těch strojů; a ty jsou hlavní příčinou jejich rozeznávání. Při páce, kladce a kole na hřídeli může hmotný útvar převahou některé síly otáčením kolem jednoho pevného bodu práci svou vykonávati.

Při klínu koná se práce pošinováním hmotného útvaru (klínu) ve směru síly, která má převahu. Naproti tomu hmotný útvar, který tvoří rovinu nakloněnou, má se za nehybný a slouží hlavně za směrnici k pošinování bodu podpůrného. Z té příčiny, že rovina nakloněná naproti ostatním strojům co nehybná se jeví, mnozí ji ani za stroj nemají a příslušné úkazy do dynamiky odkazují.

Jedná-li se ale o stanovení podmínek, za kterými síly působící na nějakou hmotu, na rovině nakloněné se nalezající, v rovnováze se udržují, jest poměr těch sil vždycky v určité souvislosti s rozměry roviny nakloněné, tak jako dříve závislým byl na rozměrech strojů.

I užívá se k označení těch poměrů týchž rovnic (4) a (5) jako při ostatních strojích. Budiž XYZ (obr. 10) průřez roviny nakloněné a M hmota, na kterou síla Q = MB směrem svismým působí. Druhá síla může jakkoliv uchýlena ku síle první působiti. K vůli jednoduchosti bere se však buď kolmo na směr síly Q, tedy vodorovně čili rovnoběžně ku základnici roviny nakloněné na př. P = MA; anebo ku síle první Q uchýlená o úhel, který se rovná součtu úhlu pravého a úhlu sklonu té roviny, tedy s délkou roviny nakloněné rovnoběžná na příklad P′ = MA′.

Výslednice R = MN sil P(P′) a Q ruší se pevnou podporou, již rovina nakloněná neprostupností svou skytá, neboť tím vzniká protitlak téže velikosti R′ = MN′, co síla třetí.

Sestrojíme-li trojúhelník momentový DOC a trojúhelník kolmic MOK, obdržíme pro síly P, Q, R tyto podmínky rovnováhy dle (4)

$$\frac{P}{DO}=\frac{Q}{CO}=\frac{R'}{DC} \text{ čili } \frac{P}{XY}=\frac{Q}{YZ}=\frac{R'}{XY} \quad . \quad . \quad (9)$$

jelikož $\triangle$ DOC $\sim$ XZY. XZ značí výšku, YZ základnu a XY délku roviny nakloněné.

Pro síly P', Q, R obdržíme podobně dle rov. (5) podmínky rovnováhy

$$\frac{P'}{MO}=\frac{Q}{KO}=\frac{R'}{KM} \text{ čili } \frac{P'}{ZX}=\frac{Q}{XY}=\frac{R'}{YZ} \quad . \quad . \quad (10)$$

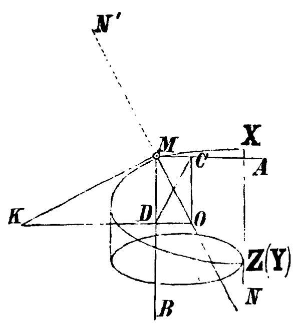
ješto $\triangle$ MOK $\sim$ ZXY.

Srovnáním těchto dvou výrazů (9) a (10) poznává se, že k udržení rovnováhy témuž břemenu Q výhodněji jest účinkovati silou P vodorovně, než silou P' rovnoběžně s délkou roviny. Za to ale jest tlak na rovinu nakloněnou při té menší síle P větší, a při té větší síle P' menší.

Šroub.

Jak známo lze míti šroub buď za klín, který se nějakou silou R', na výšku závitu kolmo a tečmo působící, do hmoty vráží, aneb za rovinu nakloněnou, po které hmota obyčejně na příslušné matici upevněná se pošinuje. V prvním případě překážka jest nehybná a vřeteno (co stroj) jest pohyblivé, v druhém vřeteno jest nehybné a matici lze po něm smýkati. Rozdíl tedy jenom ve změně směru jedné složky spočívá. V obou případech jest ale průřez jednoho závitu šroubového aneb i celého šroubu trojúhelník pravoúhlý kolem válce navinutý (obrazec 11).

(Obr. 11.)



Pročež platí i zde tytéž relace (4) a (5) k posouzení rovnováhy sil. Dosadíme-li tedy do rovnice (9) za XY délku závitu $= l$, za XZ výšku šroubu neb závitu $= v$ a za základnici YZ obvod vřetena totiž $2\pi r$ jest poměr sil

$$\frac{P}{v}=\frac{Q}{2\pi r}=\frac{R}{l}.$$

Obyčejná to rovnice, dle níž se poměr sil P : Q posuzuje.

Sluší podotknouti, že ve skutečnosti spoluúčinkování mnohých jiných sil nelze vždy z úvahy vypustiti a proto právě uvedená relace mezi P, Q, R má platnost toliko theoretickou a vztahuje se pouze k těmto silám.

I při ostatních strojích upouští se v theorii od jiných mimotných sil (tření a jiných překážek), vyjma ten případ, že by se tyto mimotné síly zvlášť napřed vyšetřily a s danými silami v patřičné spojení přivedly.

A i za těch okolností dá se identita principu, na kterém podmínky rovnováhy při strojích jednoduchých spočívají, při vší zdánlivé zevnější různosti zřejmě poznati.

Pravděpodobnost a posteriori.

Napsal

Augustin Pánek.

1. Pravděpodobnost jistého zjevu určená pouhým rozumováním, na základě podmínek v samé úloze obsažených, sluje *pravděpodobností a priori* (pravděpodobnost důvodná neb deduktivní).

Ve společenském životě, v politice, a zejmena ve vědách přírodních, kde nejvíce se užívá pravděpodobnosti, v nejmenším počtu případů známy jsou příčiny, které k uskutečnění jakéhosi zjevu působí. Zde nutno *pokusem, experimentem* aneb *pozorováním*, cestou tedy *empirickou*,*) určiti pravděpodobnost, že ten neb onen zjev nastane. Tato pravděpodobnost, odvozená na základě zkušenosti, praxe, jmenuje se *pravděpodobností ze zkušenosti* neb *z pozorování* aneb *pravděpodobností a posteriori* (pravděpodobnost návodná neb induktivní).

Jak povědomo, jest každý zjev účinkem jakési příčiny

---

*) Tak na základě statistiky lze sestrojiti approximativní vzorec

$$y = 59 - \tfrac{3}{4}x,$$

podle kterého možno vypočítati, kolik let bude ještě jakás osoba živa (y), jestliže nynější stáří její jest x. Vzorec tento má platnost pro osoby, které mají 6 až 64 léta.