Leopold Herrmann

Sur les solutions périodiques des équations paraboliques du deuxième ordre avec les coefficients discontinus

Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, Vol. 22 (1981), No. 1, 211--212

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/106065

SUR LES SOLUTIONS PERIODIQUES DES EQUATIONS PARABOLIQUES DU DEUXIEME ORDRE AVEC LES COEFFICIENTS DISCONTINUS

L. Herrmann (MÚ ČSAV, Žitná 25, 11567 Praha 1, Československo), received 6.11. 1980

On suppose que

(1) $\Omega \subset R^n$ est un ouvert borné et convexe avec la frontière $\partial\Omega$ assez régulière,

(2) $\{a_{jk}(t,x)\}_{j,k=1}^{n}$ est une matrice des fonctions de $L_{\infty}(Q)$ $(Q = R \times \Omega)$ ω-périodiques par rapport à t qui est symmetric et uniformément (pour presque tout $(t,x) \in Q$) positif definite.

On considère le problème

$$\begin{cases} Lu \equiv u_t(t,x) - \sum_{j,k=1}^{n} (a_{jk}(t,x)u_{x_k}(t,x))_{x_j} = g(t,x), \\ (t,x) \in Q, \ u \in U \end{cases}$$

où $U = H_{\omega}^{1,2}(Q) \cap \overset{\circ}{H}_{\omega}^{1}(Q)$ et $g \in L_{2,\omega}(Q)$.

Nous obtenons l'existence et l'unicité de la solution en suivant presque textuellement Campanato [1]. Il suffit de se rendre compte de deux faits:

a) l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t} - \Delta$ est un isomorphisme topologique de U sur $L_{2,\omega}(Q)$ (cf. Vejvoda et al.[2]),

b) $\int_0^{\omega}\int_{\Omega} u_t \Delta u \, dxdt = 0$ pour tout $u \in U$.

Théorème. On suppose que (1) and (2) ont lieu. On suppose en outre:

(3) si l'on désigne par $\mu_j(t,x)$ $(j = 1,\dots,n)$ les valeurs propres de la matrice $\{a_{jk}(t,x)\}_{j,k=1}^{n}$, il existe alors une constante $K \in [0,1)$ de sorte que pour presque tout $(t,x) \in Q$ on ait

$$\frac{\sum (\mu_j)^2}{\sum_j \mu_j^2} \geqq n - K^2,$$

(4) il existe deux constantes positives A et B telles que $0 < A \leqq \sum_j \mu_j(t,x) \leqq B$ (p.p. dans Q) et $\frac{2A}{A+B} > K$.

Alors l'opérateur L est un isomorphisme topologique de U sur $L_{2,\omega}(Q)$.

Bibliographie

[1] S. CAMPANATO: Sul problema di Cauchy-Dirichlet per equazioni paraboliche del secondo ordine, non variazionali, a coefficienti discontinui, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 41(1968), 153-163.

[2] O. VEJVODA ET AL.: Partial differential equations: time-periodic solutions, Sijthoff-Nordhoff, Alphen aan den Rijn (à paraître).

ON LENGTHS OF CLOSED GEODETICS

J. Souček (MÚ ČSAV, Žitná 25, 11567 Praha 1, Československo),
received 10.11. 1980

Theorem: Let M be a compact real-analytic Riemannian manifold. Denote by $\mathcal{L}$ the set of lengths of all closed geodetics on M. Then $\mathcal{L}$ is the discrete subset of $[0,+\infty)$, i.e. the set $\mathcal{L} \cap [0,c)$ is finite for all $c>0$.

Remark. The real-analytic Riemannian manifold is defined as a differentiable manifold, which can be covered by charts such that all transition functions are real-analytic and the metric, expressed in any chart of this cover, is real-analytic, too.

Outline of the proof. The energy functional E can be shown to be analytic in a neighborhood of a geodetic c in the space $H^1(S,M)$ of all curves (see [1]). It suffices to use the methods of [2, Chap. IV, App. VI] in local coordinates. If we use so called infinite-dimensional Morse-Sard theorem [2, Chap. IV], we can show that in a neighborhood of the geodetic c there is only one critical level of the functional E. The Fredholm condition, needed in the proof of this fact, follows from [1, 2.4.2]. Then it is sufficient to use the Palais-Smale condition [1, 1.4.7] and the relation between the length and energy of geodetics.

Detailed proof will be published elsewhere.

References

[1] W. KLINGENBERG: Lectures on Closed Geodetics, Springer-Verlag 1978.