

V. I. Kval'vasser; Ja. F. Rutner; L. P. Skrjabina

Исправление к: "Смешанные краевые задачи уравнения теплопроводности для бесконечной полосы"

*Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae*, Vol. 10 (1969), No. 1, 37--40

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/105215>

## Terms of use:

© Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ИСПРАВЛЕНИЕ К: "СМЕШАННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛО-  
ПРОВОДНОСТИ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ ПОЛОСЫ"

В.И. КВАЛЬВАССЕР, Я.Ф. РУТНЕР, Л.П. СКРЯВИНА  
(V.I. KVAL'VASSER, JA.F. RUTNER, L.P. SKR'JAVINA)

Куйбышев

В нашей статье того-же названия опубликованной в СМУС  
9,1 (1968), при получении уравнения (5) (стр.5) по нашему  
недосмотру допущена неточность, должно быть:

$\bar{u}'_+(r, l, s) = \bar{u}'_+(r, 0, s)$ , поэтому решение задачи сводится  
к функциональному уравнению, не совпадающему с функциональ-  
ным уравнением для полуплоскости, а к уравнению аналогично-  
му ему:

$$(5) \quad \bar{u}_-(r, 0, s) \gamma + \bar{u}'_+(r, 0, s) t h^{\frac{\gamma l}{2}} = -\gamma \bar{f}_2(r, s), \quad -m < \beta < m,$$

которое после факторизации принимает вид

$$(6) \quad \bar{u}'_+(r, 0, s) \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\gamma l}{2\pi})}{i \sqrt{r} + i k \Gamma(i \frac{\gamma l}{2\pi})} + \\ + \bar{u}_-(r, 0, s) \frac{\sqrt{r - i k} \Gamma(1 - i \frac{\gamma l}{2\pi})}{\Gamma(\frac{1}{2} - i \frac{\gamma l}{2\pi})} = - \frac{\bar{f}_2(r, s) \sqrt{r - i k} \Gamma(1 - i \frac{\gamma l}{2\pi})}{\Gamma(\frac{1}{2} - i \frac{\gamma l}{2\pi})}.$$

Решая уравнение (6), находим:

$$\bar{u}_{(0)}(x, y, t) = - \frac{\sqrt{a}}{e \sqrt{\pi}} \int_0^{t_0} dt_0 \int_0^{\infty} \frac{W_2(x_0, t_0)}{\sqrt{t - t_0}} \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2}{4a(t - t_0)}\right] \cdot \\ \cdot \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{4a\pi^2 n^2}{l^2}(t - t_0)\right] \cdot \cos \frac{2\pi n y}{l} \right\} dx_0,$$

где

$$W_2(x, t) = - \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_i - i\infty}^{\sigma_i + i\infty} e^{s x} ds \int_{\sigma_i - i\infty}^{\sigma_i + i\infty} e^{-i s x} \left\{ \frac{\Gamma(i \frac{\gamma l}{2\pi}) \bar{f}_2(r, s) \sqrt{r - i k} \Gamma(1 - i \frac{\gamma l}{2\pi})}{\Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\gamma l}{2\pi}) \cdot \Gamma(\frac{1}{2} - i \frac{\gamma l}{2\pi})} \right\}$$

$$+ \frac{\Gamma(i \frac{\beta l}{2\pi}) \sqrt{n+ik}}{\Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\beta l}{2\pi})} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{F}_2 [i \sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2}, b] \sqrt{i} \sqrt{\sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2} - k} (-1)^m 2^{m+1}}{m! (2m+1)!! \sqrt{\pi} (i \sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2} - \rho)} \right. \\ \left. + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{F}_2 (i\rho + ik, b) \sqrt{i\rho}}{(i\rho + ik - \rho)} \left[ \frac{\Gamma(1 + \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} + \frac{\Gamma(1 - \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} \right] d\rho \right] dp;$$

$$\underline{u_{(a)}(x, y, t)} = -\frac{2\sqrt{a}}{l\pi} \int_0^{t_0} dt_0 \int_0^{\infty} \frac{W_1(x_0, t_0)}{\sqrt{t-t_0}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{4a(t-t_0)}\right] \sum_{m=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{a\pi^2(2m+1)^2}{l^2} \cdot (t-t_0)\right] \cos \frac{(2m+1)\pi y}{l} dx_0,$$

где

$$W_1(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_1-i\infty}^{\sigma_1+i\infty} e^{st} db \int_{\sigma_2-i\infty}^{\sigma_2+i\infty} e^{-ipx} \left\{ \frac{\bar{F}_1(\rho, b) k^2 - \rho^2 \Gamma(\frac{1}{2} - i \frac{\beta l}{2\pi}) \Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\beta l}{2\pi})}{\Gamma(i \frac{\beta l}{2\pi}) \Gamma(1 - i \frac{\beta l}{2\pi})} \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{n+ik} \Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\beta l}{2\pi})}{2\pi \Gamma(i \frac{\beta l}{2\pi})} \int_0^{\infty} \frac{\bar{F}_2(i\rho + ik, b) \sqrt{i\rho}}{(n - ik - i\rho)} \left[ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(1 + \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(1 - \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} \right] d\rho - \frac{\sqrt{n+ik} \Gamma(\frac{1}{2} + i \frac{\beta l}{2\pi})}{\Gamma(i \frac{\beta l}{2\pi})} \right\} dt; \\ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 2^{m+1} \bar{F}_2(i \sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2}, b) \sqrt{i} \sqrt{\sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2} - k}}{m! (2m+1)!! \sqrt{\pi} (\rho - i \sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{l^2} (2m+1)^2})} dt;$$

$$\underline{u_{(b)}(x, y, t)} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{l^2} \int_0^{t_0} dt_0 \int_0^{\infty} \frac{W_2(x_0, t_0)}{\sqrt{t-t_0}} \exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{4a(t-t_0)}\right] \sum_{m=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{a\pi^2(2m+1)^2(t-t_0)}{l^2}\right] (2m+1) \sin \frac{(2m+1)\pi y}{l} dx_0,$$

$$W_3(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_1 - i\infty}^{\sigma_1 + i\infty} e^{st} ds \int_{\sigma_2 - i\infty}^{\sigma_2 + i\infty} e^{-inx} \{ \bar{\Psi}_1'(r, b) \}.$$

$$\cdot \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - i\frac{\beta l}{2\pi}) \Gamma(\frac{1}{2} + i\frac{\beta l}{2\pi})}{\Gamma(i\frac{\beta l}{2\pi}) \Gamma(1 - i\frac{\beta l}{2\pi}) \sqrt{p^2 + k^2}} + \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + i\frac{\beta l}{2\pi})}{\Gamma(i\frac{\beta l}{2\pi}) \sqrt{p + ik}}.$$

$$\cdot \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{\Psi}_1'(i\sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{2^2}(2m+1)^2}; b) (-1)^n 2^{m+1}}{\sqrt{\pi} m! (2m+1)! \sqrt{i} \sqrt{\frac{\pi^2}{2^2}(2m+1)^2 - k^2} (i\sqrt{\frac{\pi^2}{2^2}(2m+1)^2 + k^2} - p)} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{\Psi}_1'(i(p + ik, b))}{(ip + ik - r)} \left[ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{r}{2\pi} \sqrt{p^2 + 2pk})}{\Gamma(1 + \frac{r}{2\pi} \sqrt{p^2 + 2pk})} + \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - \frac{r}{2\pi} \sqrt{p^2 + 2pk})}{\Gamma(1 - \frac{r}{2\pi} \sqrt{p^2 + 2pk})} \right] dp \Big] dr;$$

$$\underline{u_{(2)}}(x, y, t) = \frac{4\sqrt{a\pi}}{l^2} \int_0^{t_0} dt_0 \int_0^{\infty} \frac{W_4(x_0, t_0)}{\sqrt{t-t_0}} \exp\left[-\frac{(x+x_0)^2}{4a(t-t_0)}\right] \sum_{m=0}^{\infty} m \cdot$$

$$\cdot \exp\left[-\frac{4a\pi^2 m^2 (t-t_0)}{l^2}\right] \sin \frac{2m\pi y}{l} dx_0,$$

где

$$W_4(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_1 - i\infty}^{\sigma_1 + i\infty} e^{st} ds \int_{\sigma_2 - i\infty}^{\sigma_2 + i\infty} e^{-inx} \frac{\Gamma(i\frac{\beta l}{2\pi})}{\sqrt{p+ik} \Gamma(\frac{1}{2} + i\frac{\beta l}{2\pi})}.$$

$$\cdot \left\{ -\bar{\Psi}_2'(r, b) \frac{\Gamma(1 - i\frac{\beta l}{2\pi})}{\sqrt{p-ik} \Gamma(\frac{1}{2} - i\frac{\beta l}{2\pi})} - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{\Psi}_2'(i\sqrt{k^2 + \frac{4\pi^2}{2^2}(m+1)^2}; b) (-1)^n 2^{m+1}}{\sqrt{\pi} m! (2m+1)! \sqrt{i} \sqrt{k^2 + \frac{4\pi^2}{2^2}(m+1)^2 - k^2} (i\sqrt{k^2 + \frac{4\pi^2}{2^2}(m+1)^2} - p)} \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{\Psi}'_2(i\rho + ik, s)}{\sqrt{i\rho} (i\rho + ik - \eta)} \left[ \frac{\Gamma(1 + \frac{k}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{k}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} + \right. \\
& \left. + \frac{\Gamma(1 - \frac{k}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})}{\Gamma(\frac{1}{2} - \frac{k}{2\pi} \sqrt{\rho^2 + 2\rho k})} \right] d\rho \} d\eta.
\end{aligned}$$

Соответственно изменится решение рассмотренного в статье примера.