

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 27 (1982), No. 5, 391–392

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103984>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1982

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*H. Grauert, W. Fischer: DIFFERENTIAL UND INTEGRALRECHNUNG II.* Differentialrechnung in mehreren Veränderlichen. Differentialgleichungen. Springer - Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1978. XII + 227 stran, cena DM 16,80.

Knížka je třetím vydáním vysokoškolské učebnice obsahující následujících 8 kapitol: Cesty v  $\mathbf{R}^n$ . Topologie  $\mathbf{R}^n$ . Diferenciální počet více proměnných. Tečné vektory a regulární zobrazení. Některé typy obyčejných diferenciálních rovnic. Existenční věty. Metody řešení. Systémy diferenciálních rovnic, diferenciální rovnice vyšších řádů.

Výklad je velice srozumitelný, doplněný řadou vysvětlujících příkladů i protipříkladů. Kladem knížky je to, že přestože se autoři přidržují klasické látky, definice a metody jsou často voleny tak, že umožňují snadné či bezprostřední použití v obecnějších situacích.

*František Neuman*

**BIFURCATION PROBLEMS AND THEIR NUMERICAL SOLUTION.** Edited by H. D. Mittelman and H. Weber, Birkhäuser Verlag, Basel—Boston—Stuttgart 1980. 243 stran, cena sFr. 39.

Jedná se o sborník konference „Workshop on Bifurcation Problems and their Numerical Solution“, pořádané 15.—17. ledna 1980 na Univerzitě v Dortmundu. Konference se zúčastnilo 24 odborníků a bylo na ní předneseno 17 přednášek, z nichž většina je ve sborníku otištěna. Uvedme jejich seznam:

H. D. Mittelman, H. Weber: Numerical Methods for Bifurcation Problems — A Survey and Classification. W. - J. Beyn: On Discretizations of Bifurcation Problems. A. Bongers: Über ein Raileigh-Ritz-Verfahren zur Bestimmung kritischer Werte. T. Küpper: Pointwise Error Bounds for the Solutions on Nonlinear Boundary Value Problems. W. F. Langford, G. Iooss: Interactions of Hopf and Pitchfork Bifurcations. G. Moore, A. Spence: The Convergence of Approximations to Nonlinear Equations at Simple Turning Points. R. Scholz: Computation of Turning Points of the Stationary Navier-Stokes Equations Using Mixed Finite Elements. R. Seydel: Programme zur numerischen Behandlung von Verzweigungsproblemen bei nichtlinearen Gleichungen und Differentialgleichungen. H. Voss: Lower Bounds for Critical Parameters in Exothermic Reactions. H. Weber: Shooting Methods for Bifurcation Problems in Ordinary Differential Equations. B. Werner: Turning Points of Branches of Positive Solutions. U. Wiesweg: Eine numerische Behandlung von primären Bifurkationszweigen.

První článek je velice přehledným a (nejen pro odborníky) srozumitelným úvodem do problematiky teorie bifurkací a stručným seznámením s dosavadními numerickými přístupy. Další články přinášejí nové výsledky v různých oblastech tohoto oboru. Celek dává pěkný přehled o současném stavu zmíněné problematiky.

*Milan Kučera*

*Karel Rektorys a spolupracovníci: PŘEHLED UŽITÉ MATEMATIKY.* SNTL, Praha 1981 (Česká matice technická, č. spisů 415, ročník 85 (1980)). Čtvrté nezměněné vydání. 1140 str., 404 obr., 307 odkazů na literaturu. Cena Kčs 99,—.

Užitečnost a obliba recenzované knihy je zřejmá ze skutečnosti, že vychází již ve čtvrtém vydání. Doba sedmnácti let, která uplynula od 1. vydání, dostatečně prověřila její kvalitu, a tak ji lze

bez rozpaků doporučit jako cennou příručku širokému okruhu uživatelů základních matematických disciplin.

Podrobnější recenze 1. vydání vyšla v Aplikacích matematiky 9 (1964), 232–233.

Jiří Jarník

*Fumi-Yuki Maeda*: DIRICHLET INTEGRALS ON HARMONIC SPACES. Lecture Notes in Mathematics vol. 803, Springer - Verlag 1980, 178 stran, cena DM 21,50.

V klasické teorii potenciálu odpovídající Laplaceově operátoru  $\Delta$  na euklidovském prostoru  $R^n$  hraje důležitou roli Dirichletův integrál, jenž je pro funkci  $f$  třídy  $C^{(2)}$  na otevřené  $U \subset R^n$  dán výrazem

$$\int_U \sum_{j=1}^n (\partial f / \partial x_j)^2 dx_1 \dots dx_n.$$

Autorova studie je věnována zavedení a vyšetřování analogického pojmu v kontextu abstraktních harmonických prostorů. V nejednodušší Brelotově axiomatice se harmonickým prostorem rozumí lokálně kompaktní prostor  $X$  s topologií určenou systémem otevřených množin  $O$ , v němž je každé  $U \in O$  přiřazen jistý reálný vektorový prostor  $H(U)$  spojitých funkcí na  $U$ , které se nazývají harmonické. Přitom se pro tyto abstraktní harmonické funkce postulují některé základní vlastnosti, jež jsou odporovány z klasické teorie harmonických funkcí a jsou společně řešením základních eliptických rovnic druhého řádu. Na Brelotově prostoru  $X$  lze přirozeně definovat subharmonické funkce. Autor značí symbolem  $R(U)$  vektorový prostor všech funkcí, které lze na  $U (U \in O)$  lokálně vyjádřit jako rozdíl dvou spojitých subharmonických funkcí; symbol  $\mathfrak{M}(U)$  značí prostor všech znaménkových Radonových měr na  $U$ . Je-li každé  $U \in O$  přiřazeno lineární zobrazení  $\sigma_U : R(U) \rightarrow \mathfrak{M}(U)$ , přičemž  $\sigma_U(f) \geq 0$  právě když  $-f$  je subharmonická, pak za jistého dalšího přirozeného požadavku (o souvislosti  $\sigma_{U_1}, \sigma_{U_2}$  pro  $U_1 \subset U_2$ ) se  $\{\sigma_U\}_{U \in O} = \sigma$  nazývá měrovou reprezentací. V klasické teorii potenciálu odpovídající Laplaceově operátoru na  $R^n$  je pro  $f \in R(U)$  vždy možno vytvořit distributivní  $\Delta f$ , což je Radonova míra na  $U$ , a zobrazení  $\sigma_U : f \rightarrow -\Delta f$  pak tvoří měrovou reprezentaci. Za jistých dodatečných předpokladů lze existenci měrové reprezentace dokázat i na abstraktním Brelotově prostoru  $X$ . Při pevně zvolené měrové reprezentaci  $\sigma$  autor přistupuje k zavedení vzájemného gradientu dvou funkcí na  $U \in O$ ; pro jednoduchost zde uvedeme jeho definici pouze v případě, kdy  $1 \in R(U)$ . Vzájemným gradientem dvou funkcí  $f, g \in R(U)$  je pak míra

$$\delta_{[f,g]} = \frac{1}{2}[f\sigma(g) + g\sigma(f) - \sigma(fg) - fg\sigma(1)].$$

V klasickém případě, kdy měrová reprezentace na  $R^n$  je zprostředkována Laplaceovým operátorem, má každá funkce z  $R(U)$  lokálně kvadraticky integrovatelné distributivní derivace prvního řádu a  $\delta_{[f,g]}$  má vzhledem k Lebesgueově míře hustotu  $\sum_{j=1}^n (\partial f / \partial x_j) \cdot (\partial g / \partial x_j)$ .

V obecném případě je míra  $\delta_f = \delta_{[f,f]}$  vždy nezáporná a nazývá se gradientní mírou funkce  $f \in R(U)$ ,  $\delta_f(U)$  přebírá roli klasického Dirichletova integrálu funkce  $f$  na  $U$ .

Po vyšetření základních vlastností gradientní míry odvozuje autor rozličné verze Greenových formulí a zavádí funkce s konečným Dirichletovým integrálem. S pomocí omezených spojitých funkcí s konečným Dirichletovým integrálem zavádí Roydenovu kompaktnífikaci  $X^*$  (na níž se dají uvedené funkce spojitě prodloužit) a studuje Neumannův problém pro Roydenovu hranici  $X^* \setminus X$ . V dodatku se zabývá gradientními mírami v sítích (networks), které jsou pojaty jako užitečný speciální příklad harmonických prostorů.

Text je originálním příspěvkem k abstraktní teorii harmonických prostorů.

Josef Král