

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 25 (1980), No. 4, 305–314

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103863>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1980

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*Benjamin S. Duran, Patrick L. Odell: CLUSTER ANALYSIS. A survey. Lectures notes in economics and mathematical systems, vol. 100. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974, stran VI + 137.*

Shluková analýza (dnes již snad běžně užívaný český termín pro "cluster analysis") je jednou z moderních partií aplikované matematiky a lze ji zařadit do analýzy mnohorozměrných dat. Zabývá se řešením problémů následujícího typu: Je-li dána množina  $N$  objektů, charakterizovaných  $r$ -ticemi naměřených hodnot, tedy body v  $r$ -rozměrném prostoru, úkolem je rozřadit, seskupit tyto objekty (= body) do  $n$  shluků (= podmnožin) tak, aby objekty patřící do stejného shluku si byly v určitém smyslu podobné, blízké, avšak objekty patřící do různých shluků aby byly co nejvíce odlišné, vzdálené. Shluková analýza bohužel je stále spíše jen sjednocující název pro soubor procedur řešících zmíněný úkol; obecnějších, teoretických výsledků je stále velmi málo.

Recenzovaná kniha představuje, jak je z názvu patrné, přehled shlukové analýzy. Kapitola 1 pojednává o základních pojmech a otázkách, o mírách vzdálenosti a podobnosti objektů a shluků, o některých nejběžnějších shlukovacích metodách založených na euklidovské vzdálenosti a o hierarchických metodách. Kapitola 2 se zabývá shlukováním na základě úplného výčtu a příslušnými kombinatorickými otázkami počtu rozřazení  $N$  objektů do  $n$  neprázdných podmnožin; jde tu vlastně o okrajové teoretické úvahy, jelikož v praxi se zpravidla nesetkáváme s tak malým  $N$ , aby metoda úplného výčtu byla proveditelná. V kapitole 3 se probírají aplikace dynamického programování a celočíselného programování na problém nalezení shluků. Kapitola 4 je opět teoretičtější, pojednává o reprezentaci matic podobnosti a hierarchických shlukovacích postupů pomocí dendrogramů, tj. grafů stromového typu, a o příbuzných otázkách. V kapitole 5 se popisují shlukovací metody užívající modové analýzy (od slova *modus* = vrchol rozložení) a odhadů hustot. Kapitola 6 obsahuje na ukázkou dvě konkrétní aplikace, kapitola 7 pak historické poznámky. Kniha se uzavírá obsáhlým a proto velmi užitečným seznamem literatury (409 položek); je však méně příjemné, že bohužel seznam obsahuje prakticky jen prameny publikované v anglickém jazyce, kdežto prameny např. ze SSSR, Francie apod. jsou zcela opominuty, ačkoliv v těchto dvou zemích je shluková analýza dosti pěstována.

Mé dojmy z této knihy jsou poněkud smíšené. Na zadní straně desek se říká (ve volnější reprodukci): „Snahou této série knih je referovat o nových výzkumech ... rychle, neformálně... K publikaci se přijímají ... předběžné verze originálních článků a monografií.... Aktuálnost rukopisu je důležitější než jeho forma, která může být nedokončená nebo předběžná...“ Myslím, že recenzovaná kniha skutečně odpovídá této linii, a to v dobrém i špatném ohledu. Její publikace přišla včas, v době, kdy je zřejmá potřeba souborných pramenů o shlukové analýze, je tedy aktuální a její užitečnost je nesporná. Na druhé straně však opravdu působí dojmem jen předběžné, nehotové, nepromyšlené verze: je v ní dost chyb (i ve vzorcích apod.), text často vypadá spíše jako výpisky z literatury jen volně řazené za sebou, bez snahy o nějaký nadhled či konfrontaci různých odstavců, výběr a vyváženost tematiky je problematická, atd.

Začátečníkovi bych doporučil kapitolu 1 jako dobrý úvod do shlukové analýzy. Obávám se však, že kniha jako celek dá začátečníkovi poněkud zkraslený, ne právě reprezentativní přehled o shlukové analýze: na jedné straně trochu zbytečně se v ní podrobně rozvádějí některé okrajové

věci (např. metoda úplného výčtu, aplikace celočíselného programování), zatímco na druhé straně se jiné, po mém soudu důležité věci opomíjejí (např. sekvenční shlukovací metody, funkcionály kvality rozkladu atd.). Pro toho, kdo však chce být specialistou ve shlukové analýze, je znalost této knihy potřebná, protože se v ní dozví řadu věcí, které v jiných knihách nejsou, včetně např. některých zajímavostí z nepublikovaných výzkumných zpráv a disertací z USA, které jsou u nás nedostupné.

*Zbyněk Šidák*

*Stanislaw Kowal: MATEMATIKA PRO VOLNÉ CHVÍLE.* (Zábavou k vědění.) V edici Polytechnická knižnice, sv. 114, vydalo SNTL, Praha 1975. Z polského originálu přeložil J. Jarník. 404 stran, 343 obrázků, cena Kčs 25,-.

Tato sympatická knížka se úspěšně zařazuje mezi zábavné a popularizační publikace o matematice. Je v ní 35 kapitol nejrozmanitějšího obsahu, přičemž každá kapitola se dělí na dvě části. První část vždy obsahuje čtení o nějakém zajímavém tématu z matematiky; často to bývá krátký výlet do historie matematiky, ale také třeba čtení o nějaké konkrétní skupině problémů, o některých partiích matematiky, o základech matematického myšlení, občas také něco z elementární fyziky, apod. Na ukázkou uvedme namátkou některá témata: vznik číslíc, zavedení iracionálních, záporných a komplexních čísel, kvadratura kruhu, zdvojení krychle, trisekce úhlu, velká Fermatova věta, dvojková soustava, teorie informace, magické čtverce, zlatý řez, parketáže, kongruence, Möbiův list, geometrická sořizmata, neeuclidovská geometrie, uzly, křivky, variační počet, kombinatorika, pravděpodobnost, intuice, abstrakce, induktivní metoda atd. Druhá část každé kapitoly (kromě tří) pak vždy obsahuje řadu zábavných úloh (v celé knížce přes 180 úloh), různého obsahu i úrovně obtížnosti, od prostých „chytáků“ na sekundu přemýšlení až po úlohy vyžadující poněkud delší přemýšlení či výpočet. V každém případě však čtenáři plně postačí k řešení znalost elementární matematiky.

K poutavosti knížky též přispívá hojnost obrázků. Je nutno se zmínit o velmi kvalitním překladu; překladatel připojil na řadě míst osvětlující, upřesňující či doplňující poznámky a je zřejmé, že jejich přípravě věnoval mnoho času.

Knížku bych vřele doporučil jako užitečný pramen vedoucím matematických kroužků, učitelům na různé úrovni pro osvětlení hodin matematiky, i nejšířšímu okruhu čtenářů, kteří mají rádi inteligentní zábavu pro volné chvíle.

*Zbyněk Šidák*

*Heinz Kres: STATISTISCHE TAFELN ZUR MULTIVARIATEN ANALYSIS.* (Ein Handbuch mit Hinweisen zur Anwendung.) Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1975, stran XVIII + 431.

Knihla obsahuje 26 tabulek pro různé metody mnohorozměrné statistické analýzy. Její obsah se dělí na 3 části. Do první části jsou zahrnuty tabulky pro testování obecných mnohorozměrných lineárních hypotéz: pro Wilksův test poměrem věrohodností, pro několik verzí Royova testu pomocí maximálního charakteristického kořenu, pro dvě verze Hotellingova-Lawleyova testu pomocí stopy matice a také pro Hotellingův  $T^2$ -test pro jedno- a dvouvýběrový problém. V druhé části se předkládají tabulky související s mnohorozměrným normálním rozložením: distribuční funkce (se stejným argumentem) normálního rozložení se stejnými korelacemi, procentní body rozložení maxima  $N$  stejně korelovaných normálních veličin, tabulky pro Mauchlyho test sféricity, pro Wilksovy testy  $L_{mve}$ ,  $L_{vc}$  a  $L_m$  pro testování rovnosti středních hodnot, rozptýlů a kovariancí v jednom normálním rozložení, pro Wilksův test outsiderů, pro konstrukci tolerančních oblastí, pro test jedné kovarianční matice, pro test rovnosti  $k$  kovariančních matic, pro Mardióv test

mnohorozměrné normality, šikmosti a špičatosti, a konečně tabulky mnohorozměrného  $t$ -rozložení a rozložení extrémních vlastních hodnot Wishartovy matice. Třetí část obsahuje různé další tabulky: gamma rozložení pro Bergmannův test jednoduché struktury ve faktorové analýze, procentní body pro simultánní  $\chi^2$ -testy na základě Bonferroniho nerovnosti a nakonec tabulky pro sekvenční testy vektoru středních hodnot.

Na začátku knihy je krátký, 8 stránkový přehled o testech obecných mnohorozměrných lineárních hypotéz. Každá tabulka je pak uvedena zcela stručným popisem testu, jeho užití a tabelovaných veličin, odkazy na literaturu a případně i několika poznámkami o aproximacích, souvislostech, dalším použití apod. Podrobnější poučení o příslušných testech a metodách by ovšem čtenář musel hledat jinde.

Vzhledem ke stále rostoucímu významu a rozšíření mnohorozměrných statistických metod je kniha jistě užitečným přírůstkem do řady praktických příruček, neboť je zde soustředěno mnoho tabulek doposud roztroušených v různých pramenech. Pro českého uživatele je zvláště atraktivní tím, že v ní najde některé tabulky u nás nedostupné, např. z různých výzkumných zpráv z USA nebo Pillaiovy tabulky publikované na Filipínách.

*Zbyněk Šidák*

*F. M. Dimentberg: ТЕОРИЯ ВИНТОВ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ. Nauka, Moskva 1978, stran 328, obrázků 67, cena 2,40 Rbl. (31 Kčs) (rusky).*

Recenzovaná kniha (Teorie šroubů a její aplikace) je monografií věnovanou systematickému studiu tzv. šroubového a motorového počtu a jejich aplikacím v mechanice, zvláště v kinematice. Šroubový počet je zobecněním vektorového počtu zaměřeným na užití v mechanice. Základní pojmy „motor“ (= moment a vektor) a „šroub“ jsou definovány pomocí vektorů a duálních čísel (komplexní vektory s imaginární jednotkou  $\omega$ , kde  $\omega^2 = 0$ ). Kinematicky interpretován vyjadřuje „šroub“ pohyb tuhého tělesa v  $E_3$  sestávající z otáčení kolem dané osy a současné translace ve směru této osy.

V úvodu knihy je podán zasvěcený historický přehled o vzniku a vývoji tohoto matematického kalkulu vzniklého v průběhu posledních více než 100 let na základě řady prací anglických, německých, ruských a dalších geometrů. Jsou zdůrazněny přednosti tohoto kalkulu před vektorovým nebo souřadnicovým vyjádřením. Autor je na poli geometrické teorie šroubového počtu pokračovatelem významného ruského matematika A. E. Kotelnikova. V recenzované knize si postavil za cíl vyložit v dostupné formě současný stav teorie šroubů a jejího užití v mechanice. Tohoto cíle se mu podařilo dosáhnout.

Monografie je rozdělena do tří částí, a ty pak do kapitol a odstavců. V první části (kapitola I–IV) je vyložena elementární teorie šroubů; jsou zde uvedeny základní motivace a geometrické a mechanické interpretace základních pojmů, vše v souřadnicovém podání. Druhá část (kapitola V–XV) je jak obsahem, tak rozsahem hlavní částí knihy. Jsou v ní uvedeny základy algebry duálních čísel, duální vektorové algebry, analytické teorie šroubů v duálním trojdimenzionálním vektorovém prostoru. V kapitole IX jsou vyloženy základy šroubové analýzy (diferenciální a integrální počet šroubové funkce skalárního argumentu, duální skalární funkce šroubového argumentu a šroubové funkce šroubového argumentu). Tato teorie je aplikována v dalších kapitolách. V kapitole X je vyložena teorie konečných přemístění tuhého tělesa, v dalších dvou kapitolách pak aplikace šroubového počtu v teorii prostorových mechanismů. Kap. XIII je věnována diferenciální geometrii přímkových ploch a poslední dvě kapitoly kinematickým aplikacím (je uvedena též zobecněná Eulerova-Savaryova věta). Ve třetí části (kapitola XVI–XIX) je vyložen motorový počet a některé jeho aplikace. V závěru knihy je uveden bohatý přehled literatury vztahující se k studovanému tématu.

Recenzovaná monografie je určena vědeckým pracovníkům, přednášejícím vysokých škol

a aspirantům specializujícím se na teoretickou a aplikovanou mechaniku. Bez zajímavosti nebude ani pro matematiky — geometry a matematiky věnující se aplikacím v mechanice.

*Zdeněk Jankovský*

*H. Bandemer a kol.: THEORIE UND ANWENDUNG DER OPTIMALEN VERSUCHS-PLANNUNG I. Akademie — Verlag, Berlin, 1977. V edicii Mathematische Monographien, zv. 47.*

Problematika navrhovania (plánovania) štatistických experimentov je v súčasnosti rozdelená na dva smery. Prvý, starší, vychádza z variančnej analýzy a rozvíja sa hlavne pomocou kombinatorických metód. Tento smer je zastúpený viacerými monografiami. Druhý smer, novší, je orientovaný na optimalizáciu experimentov (hlavne regresných). Donedávna jedinou monografiou tu bola kniha V. V. Fedorova: Teorija optimal'nogo experimenta, Nauka, Moskva 1971. V súčasnosti vychádzajú alebo sa pripravujú ďalšie (v NDR, NSR, Veľkej Británii; v ČSSR sú v tlači „Základy optimalizácie experimentu“).

Kniha prof. Bandemera (z „Bergakademie“, Freiberg, NDR) a jeho ôsmich spolupracovníkov patrí do tejto druhej skupiny. Líši sa od podobných monografií encyklopedickým spracovaním rozsiahleho materiálu o teórii a metódach navrhovania experimentov (zväzok má 478 strán, v tlači je druhý diel monografie venovaný aplikáciám). Je rozdelená do trinástich kapitol, ktoré postupne pojednávajú o formulácii problému navrhovania experimentov v rámci štatistického rozhodovania, o optimalizačných vlastnostiach a o robustnosti metódy najmenších štvorcov, o bayesovských odhadoch, o metódach navrhovania experimentov v lineárnych a čiastočne aj v nelineárnych regresných modeloch s nekorelovanými pozorovaniami, o navrhovaní experimentov pri bayesovskom odhadovaní a pri určovaní správneho regresného modelu experimentu, o navrhovaní „faktorových experimentov“ pri nedostatku apriorných predpokladov o modeli a nakoniec o niektorých metódach navrhovania experimentov pre pozorovania gaussovských náhodných procesov.

Monografia je v prvom rade súhrn výsledkov publikovaných vo vyše 500 citovaných prácach. Tieto výsledky sú pôvodným spôsobom systematicky spracované z pozície štatistického rozhodovania. Knihu dominuje snaha o univerzálny prístup a súčasne o zachytenie veľkého množstva rôznych variantov prístupu ku štatistickej inferencii, hlavne ku odhadom (bayesovským a nebayesovským odhadom je venované 100 strán) a z toho vyplývajúcim rôznym prístupom ku navrhovaniu experimentov. Snaha o zostručnenie výkladu tohto rozsiahleho materiálu viedla autorov ku systematickému používaniu logických kvantifikátorov a značného množstva ťažko pamätateľných symbolov (súpis symbolov obsahuje vyše 250 značiek, ďalšie „lokálneho významu“ sú v texte). Výsledkom je obsahovo bohatý, ale veľmi obtiažne čitateľný text. Kniha preto nie je vhodná ako učebnica, alebo ako monografia uvádzajúca do problematiky. Pre špecialistu, ktorý sa prelúska cez formálne úskalía, je cenná pre množstvo uvedených výsledkov i niektoré pôvodné pohľady.

*Andrej Pázman*

*Delia Koo: ELEMENTS OF OPTIMIZATION. With Applications in Economics and Business, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1977. Počet stran 220.*

Kniha je určená predvážne pro odborníky z praxe, ktorí sa zabývajú alebo hodljú zabývať problémy matematické optimalisace a majú pouze základní matematické znalosti v rozsahu výuky matematiky na vysokých školách ekonomického a technického zaměření. Je psána velice srozumitelnou formou a začíná výklad od těch nejjednodušších základů matematického programování. Nejprve jsou vždy uvedeny pojmy a formulace problému, po nich následují důležitá tvrzení,

případně jejich jednoduché důkazy a geometrická interpretace a na závěr přesný popis metody řešení. Uvedená teorie je vždy doprovázena podrobně propočítanými příklady, které jsou většinou brány z konkrétní ekonomické praxe a jsou matematicky ilustrativní. Na závěr je doplněna sbírkou příkladů k řešení.

Kniha má osm kapitol, z nichž první dvě jsou věnovány volným extrémům funkce jedné a více proměnných, třetí obecně problémům vázaného extrému a čtvrtá vektorové optimalisaci. Největší pozornost je v knize věnována lineárnímu programování (kapitola 5,6) od simplexové metody včetně degenerace, mnohoznačnosti řešení, přes dualitu, souvislost optimálních řešení duálních úloh, duální simplexovou metodu až po analýzu citlivosti. V kapitole sedm se pojednává o úlohách nelineárního programování. Jsou zde uvedeny obecné Kuhnovy-Tuckerovy podmínky, jejich souvislost se sedlovým bodem příslušné Lagrangeovy funkce a dualitou v lineárním programování. Zvláštní pozornost je pak věnována úlohám kvadratického programování, k jejichž řešení je uvedena Wolfeho metoda a úlohám se separabilními funkcemi. V poslední kapitole je čtenář seznámen se základy klasického a moderního variačního počtu a dynamického programování. Ve dvou dodatcích jsou na závěr uvedeny definice a vlastnosti kvadratických forem konvexní a kvazikonvexní funkce.

Způsobem výkladu a celou koncepcí je kniha velmi přístupná a užitečná širokému okruhu těch pracovníků, kteří se zabývají problémy racionalisace řízení a výroby.

*Libuše Grygarová*

*Eutiquio C. Young: VECTOR AND TENSOR ANALYSIS, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics 48, Marcel Dekker, Inc., New York and Basel, 1978, IX + 526 stran, cena neuvedena.*

Jde o zdařilou elementární učebnici vektorové a tensorové analýzy, která je určena zejména inženýrům a aplikovaným matematikům. Názvy kapitol: 1. Vektorová algebra. 2. Vektorové funkce jedné proměnné. 3. Diferenciální počet skalárních a vektorových polí. 4. Integrovaný počet skalárních a vektorových polí. 5. Tensory v pravoúhlých souřadnicích. 6. Tensory v křivočarých souřadnicích. Výběr látky je klasický a autor podrobně rozebírá řadu fyzikálních i technických aplikací. Klasický je i způsob výkladu (integrování a Stokesova věta bez použití vnějších forem), přičemž autor všude klade důraz na názornost a rozvoj geometrické intuice. V textu je hojně řešených příkladů a četná cvičení na konci každého odstavce dávají dohromady pěknou sbírku příkladů, která je schopna pokrýt běžné potřeby praktické výuky. Knihu lze zvláště doporučit každému, kdo stojí před úkolem přednášet úvodní kurs vektorové a tensorové analýzy.

*Ivan Kolář*

*J. F. Pommaret: SYSTEMS OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND LIE PSEUDOGROUPS, s předmlouvou André Lichnerowicze, Mathematics and its Applications 14, Gordon and Breach Science Publishers, New York—London—Paris, 1978, XIV + 411 stran, cena £ 21.90.*

Zhruba řečeno, Lieova pseudogrupa je grupa lokálních transformací, která je určena soustavou parciálních diferenciálních rovnic. Úzká souvislost geometrie a analýzy je zde doložena i historicky, neboť Cartanova teorie soustav parciálních diferenciálních rovnic v involuci byla vytvořena jako nástroj ke zpracování ucelené teorie Lieových pseudogrup. V šedesátých letech vypracoval D. C. Spencer se svými spolupracovníky novou metodu, která je zaměřena především na formální teorii (tj. konstrukci formálních mocninných řad schopných být řešením dané soustavy) a využívá mohutných algebraických prostředků, jež se dnes nazývají Spencerovými kohomologiemi. V recenzované knize je tento moderní přístup poprvé knižně zpracován, přičemž autor hovoří i o snaze zpřístupnit poněkud esoterickou Spencerovu teorii tak, aby ji bylo možno aplikovat na

příslušné problémy teoretické fyziky. První polovina knihy je věnována teorii soustav parciálních diferenciálních rovnic na fibrovaných varietách. Po úvodní kapitole o fibrovaných varietách a jetových bandlech studuje autor nejprve nelineární rovnice, kde výklad vrcholí důkazem následujícího hlavního kritéria. Jestliže první prolongace soustavy  $q$ -tého řádu  $R_q$  je fibrovanou varietou nad  $R_q$  a symbol soustavy  $R_q$  je 2-acyklický, pak  $R_q$  je formálně integrabilní. Protože lineární soustavy na vektorových bandlech mají mnoho specifických rysů, je jim v další kapitole věnován samostatný výklad nezávisle na předchozí obecné teorii. V druhé části knihy jsou nejprve uvedeny základní vlastnosti Lieových transformačních grup a jejich prolongací na jetové prostory. Dále je pak probráno několik ústředních témat z teorie Lieových pseudogrup, včetně základů teorie deformací pseudogrupových struktur a jejich vztahu ke kohomologiím příslušných Lieových algeber.

Knihla zahrnuje všechny základní partie a obsahuje mnoho vhodných příkladů, řešených problémů a cvičení. Výklad je dosti podrobný, je v něm však řada drobných nepřesností, které mohou začátečníkovi působit určité potíže. Po pečlivém prostudování celé knihy může čtenář sledovat původní vědecké práce z tohoto oboru.

*Ivan Kolář*

*M. A. Crane, A. J. Lemoine: AN INTRODUCTION TO THE REGENERATIVE METHOD FOR SIMULATION ANALYSIS* (Úvod do regenerativní metody v simulační analýze). Jako 4. svazek edice *Lecture Notes in Control and Information Science* vydalo v r. 1977 nakladatelství Springer, Berlín—Heidelberg—New York; 118 stran.

Při studiu složitějších systémů hromadné obsluhy, modelů skladů a zásob či v jiných oblastech operačního výzkumu se neobejdeme bez simulačních metod, které tu dnes patří již ke standardní výzbroji analyzy. Výhodou těchto metod je jejich universálnost, poskytují však výsledky především ve tvaru empirických dat, která je třeba dále zpracovávat, většinou metodami matematické statistiky.

Klasické statistické metody ovšem předpokládají, že máme k dispozici řadu nezávislých pozorování zkoumaných veličin, kdežto při simulaci obvykle pozorujeme jeden průběh sledovaného procesu se všemi jeho vnitřními závislostmi.

Regenerativní metoda má za úkol vypořádat se s tímto problémem závislosti. Hlavním předpokladem její použitelnosti je „regenerační“ vlastnost sledovaného procesu: v opakujících se okamžicích se proces vrací do určitého stavu (resp. do určité množiny stavů) tak, že jeho další vývoj se pak řídí vždy znovu stejnou zákonitostí, nezávislou na minulém průběhu. Klasickým příkladem takových okamžiků jsou okamžiky začátků pracovních intervalů v systému hromadné obsluhy nebo okamžiky doplnění skladu na plný stav v modelech řízení zásob.

Pozorování simulovaného procesu se tedy rozdělí na úseky mezi jednotlivými návraty do regeneračních stavů, čímž se dostaneme do standardní situace pozorování nezávislých stejně rozložených náhodných veličin.

Charakteristickým rysem recenzované knížky je snaha autorů o názornost a srozumitelnost. Po obecném úvodu je nejprve metoda předvedena na třech jednoduchých příkladech; teprve po této přípravě následuje výklad abstraktního jádra metody, která je pak znovu ilustrována dalšími podrobně zpracovanými příklady aplikací. V dalších paragrafech se pak probírají některá doplňující témata: procesy s diskrétními stavy, přibližné metody, různé varianty užívaných bodových odhadů parametrů, optimalisace uspořádání pokusů, apod.

Sepsáním tohoto vskutku čtivého a instruktivního textu si autoři získali nemalou zásluhu o rozšíření a zpřístupnění metody, jejíž principy a příklady aplikací byly dosud roztroušeny v literatuře ne právě nejsnáze dostupné. Jejich knížka si bezpochyby zaslouží plnou pozornost všech, kdo se zabývají simulací a jejím využitím v oblasti operačního výzkumu i v jiných disciplínách analyzy systémů.

*František Zitek*

*Herbert Büning, Götz Trenkler: NICHTPARAMETRISCHE STATISTISCHE METHODEN. Mit Aufgaben und Lösungen und einem Tabellenanhang. Walter de Gruyter. Berlin. New York 1978. 435 stran, 20 tabulek.*

První z autorů učebnice je profesorem statistiky na ekonomické fakultě Freie Universität Berlin, druhý je profesorem ekonometrie a statistiky na Technische Universität Hannover. Se zaměřením autorů souvisí i celkové pojetí knihy, ve které je minimální počet důkazů, která však podává velmi přehledný výklad vlastností i aplikací jednotlivých pořadových testů.

První dvě kapitoly pojednávají o zpracování dat, o základních pojmech teorie pravděpodobnosti a testování hypotéz včetně přehledu testů optimálních za předpokladu normálního rozdělení pozorovaných veličin. Kapitola 3 pojednává o pořádkových statistikách, pořadích a empirických distribučních funkcích. Lze zde nalézt i řadu vzorců pro rozdělení, střední hodnoty a rozptyly těchto statistik jakož i statistik z nich odvozených. Kapitola 4 je věnována testům dobré shody: podrobně popisuje zejména Kolmogorovův-Smirnovův test a  $\chi^2$ -test a stručně se zmiňuje o některých dalších, např. o Cramérově-von Misesově testu. Kapitola 5 uvažuje testy rovnosti 2 populací na základě 2 nezávislých výběrů. Z testů vhodných proti obecným alternativám popisuje hlavně Waldův-Wolfowitzův iterační test a Kolmogorovův-Smirnovův test; pro alternativy posunutí populací v poloze nebo v měřítku uvažuje testy založené na lineárních pořadových statistikách. Kapitola 6 se zabývá testováním rovnosti dvou populací na základě spárovaných pozorování; popisuje hlavně znaménkový test a Wilcoxonův test symetrie. Kapitola 7, která uvažuje problém testování shodnosti několika populací, se dělí na dvě části: (1) testy založené na nezávislých výběrech (Kruskalův-Wallisův test) a (2) testy založené na závislých výběrech (Friedmanův test). Kapitola 8 se zabývá testy nezávislosti ve dvourozměrné populaci: podrobně popisuje  $\chi^2$ -test nezávislosti v kontingenční tabulce a Spearmanův a Kendallův koeficient korelace. Kapitola 9 zavádí Pitmanovu relativní asymptotickou vydatnost testů. Konečně kapitola 10 („Ausblick“) se stručně zmiňuje o dalších problémech a výsledcích teorie testování hypotéz a odhadu: pořadové testy významnosti regrese, tzv. rychlé metody, robustní metody, sekvenční metody. Dodatek obsahuje potřebné matematické vzorce. Kniha dále obsahuje 20 tabulek kritických hodnot různých testů.

Velkou výhodou knihy je její naprostá přehlednost. Popis každého testu obsahuje formulaci hypotézy a alternativy, testové statistiky, popis provedení testu, doporučený způsob, jak zacházet se shodnými daty, asymptotické rozdělení testové statistiky, vlastnosti testu a diskusi. V řadě případů se uvažují i odpovídající konfidenční intervaly. Text je doplněn řadou příkladů a odkazů na literaturu. Každá kapitola je zakončena shrnutím a je doplněna řadou cvičení.

Z toho všeho vyplývá, že knihu použije zejména pracovník, který chce získat dobrý přehled používaných pořadových testů nebo který chce nalézt vhodný test pro svůj problém. Jako takovou považují knihu za velmi užitečnou a doporučují ji Vaší pozornosti.

*Jana Jurečková*

*R. E. Barlow, F. Proschan: STATISTISCHE THEORIE DER ZUVERLÄSSIGKEIT. Akademie Verlag, Berlin, 1978, stran 250.*

Jedná se o překlad knihy amerických autorů, která vyšla v roce 1975. Stejní autoři vydali v roce 1965 u Johna Wileya knihu „Mathematical Theory of Reliability“, která spolu s knihou „Matematické metody v teorii nádežnosti“ autorů B. V. Gnedenka, Ju. K. Beljaeva a A. D. Soloveva (1965) položila základy nové aplikačně pravděpodobnostní a statistické disciplíny — teorie spolehlivosti. Dá se říci, že recensovaná kniha odráží desetiletý vývoj této teorie, který přinesl řadu nových specificky spolehlivostních pojmů a samozřejmě řešení nových problémů a prohlubování již známé problematiky. Je pochopitelné, že se autoři omezili na ta témata, která jsou jim blízká, a tak kniha nevyčerpává všechny oblasti současné teorie spolehlivosti. Neproniká také



mimořádně hluboko do jednotlivých problémů, ale lze ji charakterizovat jako výborný úvod do teorie spolehlivosti, který oproti první knize autorů je podstatně systematictější. Zvláště lze uvítat, že ke každému paragrafu je připojeno dosti příkladů, které často rozšiřují vyloženou látku a velmi užitečný stručný komentář, ve kterém se komentuje historický vývoj a literární prameny.

První dvě kapitoly jsou věnovány strukturálním vlastnostem a spolehlivosti monotónní soustavy, seznamují nás se základními pojmy a modely. Jednotícím hlediskem dalších dvou kapitol je kritérium stárnutí, které je použito jednak pro třídění parametrických rozdělení prvků soustavy, jednak pro třídění rozdělení popisujících život monotónní soustavy, kde se zavádějí důležité IFR, DFR, IFRA a DFRA třídy. V páté kapitole se probírají některá vícerozměrná rozdělení pro závislé prvky soustavy. Následující dvě kapitoly jsou věnovány modelům údržby a výměny prvků, kde se zavádějí další třídy rozdělení života prvku či soustavy, a to NBU, NWU, NBUE a NWUE, které s předchozími třídami jsou nástrojem autorů pro získání výrazných zobecnění a pro utřídění mnohých výsledků. Poslední kapitola řeší některé případy limitních rozdělení převážně pro sériovou a paralelní soustavu. Následuje doplněk o použití teorie monotónní struktury pro komplexní soustavu.

Kniha Barlowa a Proschana je velmi užitečná pro čtenáře, kteří ji využijí jako úvodního kurzu k seznámení se současným stavem užití matematických modelů a metod ve spolehlivosti, ale sáhnou po ní i ti, kteří teorii spolehlivosti znají, aby si s chutí přečetli další knihu jím důvěrně známých autorů mnoha stěžejních prací v této oblasti.

*Vladimír Klega*

*Lothar Collatz, Werner Krabs: APPROXIMATIONSTHEORIE. Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. B. G. Teubner, Stuttgart 1973. Stran 208, cena DM 26,80.*

Tato útlá knížka je pozoruhodnou učebnicí teorie obecné nelineární Čebyševovy aproximace (aproximace s nejmenší maximální chybou), kladoucí důraz zejména na aproximace funkcí více proměnných. Charakteristickým rysem knihy je souběžné studium teorie Čebyševovy aproximace a jejich aplikací v matematice, fyzice a technice. Studiu aplikací slouží množství příkladů řešených průběžně v textu a řada cvičení s výsledky.

První ze sedmi kapitol knihy je přehledem vybraných problémů z aplikované matematiky a techniky vedoucích na úlohy, kterými se zabývá teorie aproximací. Ve zbývajících kapitolách jsou pak popsány klasické i moderní teoretické výsledky. Druhá, nejrozsáhlejší kapitola podává obecnou teorii nelineárních Čebyševových aproximací. Ve třetí kapitole se studují tzv. „*H*-množiny“, které u funkcí více proměnných figurují na místě množin extrémálních bodů. Zavedení těchto množin umožňuje odhadnout minimální chybu a formulovat podmínky postačující k tomu, aby daná aproximace byla Čebyševovou aproximací dané funkce. Čtvrtá kapitola pojednává o obecných racionálních a lineárních aproximacích, kapitola pátá o nelineárních aproximacích exponenciálního typu. V šesté kapitole se zkoumají aplikace Stoneovy věty a souvislost jisté diskrétní arpximační úlohy s algebraickou úlohou o vlastních číslech. Sedmá kapitola je dodatek obsahující jednak přehled potřebných pojmů a tvrzení z funkcionální analýzy, jednak cvičení a jejich řešení. Kniha je doplněna rejstříkem a seznamem literatury, který má asi 120 citací (převážně ze šedesátých let), a to jak knih tak časopiseckých článků.

Autoři ve svém výkladu začínají vždy studiem co nejobecněji formulovaného problému a získané výsledky pak ilustrují na problémech jednodušších nebo je aplikují na konkrétní úlohy. Současně před čtenářem vytyčují dosud nevyřešené teoretické problémy. Styl výkladu v této knížce, kde se studium teorie prolíná se studiem jejich aplikací, je však místy poněkud roztržštěný, stojí tu vedle sebe pasáže hluboké i povrchní, významné i méně významné. Kniha se mi proto při prvním čtení nečetla právě dobře. Na některých místech (např. str. 18—22) je také poměrně dosti

tiskových chyb, ovšem podružného rázu. Ke studiu knihy je zapotřebí zběhlosti v základech funkcionální analýzy (kompaktní metrické prostory, konvexní množiny v lineárních prostorech); některé speciálnější výsledky je možno studovat přímo ze sedmé kapitoly.

Collatzova a Krabsova kniha je stimulujícím úvodem do problematiky Čebyševových aproximací a teorie aproximací vůbec. Se zájmem ji prostuduje jak čtenář inklinující k čisté matematice, tak ten, kdo tíhne spíše k matematice aplikované. Kniha by se také dala velmi dobře použít jako materiál pro úvodní seminář v oboru teorie aproximací či snad i numerické matematiky.

*Petr Příkrýl*

*Robert L. Long: ALGEBRAIC NUMBER THEORY.* Marcel Dekker, Inc., New York—Basel, 1977, v edici Pure and Applied Mathematics: A Program of Monographs, Textbooks, and Lecture Notes, sv. 41, XII + 192 stran.

Kniha je pěkným úvodem do moderní teorie algebraických čísel, předpokládajícím u čtenáře kromě základů teorie čísel v rozsahu běžné úvodní přednášky pouze znalost základních pojmů topologie metrických prostorů.

Kap. 1 “Dedekind Domains and Algebraic Number Theory” má úvodní charakter a podává především stručný přehled látky, kterou by čtenář měl již znát. Kromě toho je zde krátce pojednáno o Hilbertově teorii rozvětvení v Galoisových rozšířeních a o struktuře konečně generovaných beztorsních modulů nad Dedekindovými okruhy. Vlastní základy teorie algebraických čísel jsou vyloženy v kapitolách 2—5, nazvaných po řadě “Localization and Module Indices”, “Absolute Values and Completions”, “The  $p$ -adic Fields” a “The Different and Ramification”. Metody používané v těchto kapitolách jsou založeny na technice lokalizace a zúplnění a jsou téměř výlučně algebraického charakteru. Kapitoly 6—8, nesoucí výstižné názvy “Cyclotomic and Abelian Extensions of the Rationals”, “Zeta Functions and L-series” a “Class Number Formulas”, jsou naproti tomu založeny na analytických metodách a jsou věnovány především podrobnému studiu Abelových rozšíření tělesa racionálních čísel. V závěrečné kap. 9 “Action of the Group Ring in a Galois Extension” se studují normální rozšíření jakožto moduly nad vhodnými grupovými okruhy. Důležitou součástí knihy jsou četná cvičení, jež čtenáři pomáhají aktivně si osvojit vyloženou teorii a nalézat a chápat skryté souvislosti mezi jednotlivými kapitolami. Některá z nich kromě toho naznačují, v jakých směrech může být ta či ona teorie dále rozvíjena nebo zobecněna.

Kniha je určena především studentům a aspirantům v oboru teorie čísel a algebry, lze ji však doporučit jako vhodnou učebnici všem zájemcům o teorii algebraických čísel.

*Vojtěch Bartík*

*David J. Clements, Brian D. O. Anderson: SINGULAR OPTIMAL CONTROL: The Linear — Quadratic Problem.* (Lecture Notes in Control and Information Sciences 5.) Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1978, 93 stran.

Autoři se v knize zabývají lineárně-kvadratickou optimalizační úlohou

$$\dot{x} = F(t)x + G(t)u, \quad x(t_0) = x_0,$$

$$V(x_0, t_0, u(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_f} \{x' G(t)x + 2x' H(t)u + u' R(t)u\} dt + x'(t_f) Sx(t_f)$$

s cílem určit nutné a postačující podmínky pro to, aby bylo

$$V(0, t_0, u(\cdot)) \geq 0$$

pro každé  $u(\cdot)$  v množině přípustných regulací. Tato úloha je známá a dostatečně propracovaná v případě, že  $R(t) > 0$  pro  $t \in \langle t_0, t_f \rangle$ . Autoři se zajímají o singulární případy  $R(t) \equiv 0$  resp.  $R(t) = 0$  pro některá  $t \in \langle t_0, t_f \rangle$ . Udávají jak nutné tak i postačující podmínky pro řešitelnost úlohy. Tyto podmínky jsou vyjádřeny pomocí tzv. Riemannovy-Stieltjesovy nerovnosti a jsou si v jistém smyslu dosti blízké. Když se úloha trochu pozmění a hledá se konečné infimum  $\inf V(0, t_0, u(\cdot))$  pro přípustné regulace  $u(\cdot)$  a studuje se tzv. robustní úloha (spojitě závislá na parametrech, např. na počáteční podmínce), je podmínka autorů nutná i postačující. Studují se různé případy vazeb na počáteční i koncový stav systému, jsou uvedeny algoritmy pro určení hodnoty optimalizačního kritéria a zkoumána diskrétní analogie dané úlohy.

*Štefan Schwabik*

*E. Berane, H. Knorr, F. Lowke: GEWÖHNLICHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN HÖHERER ORDNUNG — Übungsprogramm — Lehrprogrammbücher Hochschulstudium Mathematik, 7. Akademische Verlagsgesellschaft Geest Portig K. G. Leipzig 1978, 112 stran, 7,50 M.*

Programovaná cvičebnice určená pro studenty vysokých škol inženýrského směru. Jejím cílem je vést studenty k samostatnému řešení lineárních diferenciálních rovnic vyšších řádů. Student se může seznámit s metodou redukce řádu rovnice, řešením homogenních a nehomogenních lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty, Eulerovou rovnicí a řešením soustav diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty.

*Štefan Schwabik*

*B. Davies: INTEGRAL TRANSFORMS AND THEIR APPLICATIONS (Applied Mathematical Sciences Vol. 25). Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1978, XII + 411 stran, DM 32,—.*

V knize se v prvních dvou kapitolách pojednává o základních integrálních transformacích, tj. o Laplaceově a Fourierově transformaci. Jsou vyloženy základní vlastnosti transformací. Matematické prostředky jsou popsány formou výčtu vlastností, autor uvádí pouze důkazy v praxi užitečné a instruktivní. Hlavní důraz je položen na použití metod integrálních transformací při řešení úloh aplikované matematiky. Je uvedeno velké množství úloh a cvičení. Ve třetí kapitole se pojednává o dalších důležitých transformacích Mellinově, Hankelově a o transformacích, které jsou vytvořeny Greenovými funkcemi. Výsledky jsou opět vydatně využívány v aplikovaných úlohách. Poslední čtvrtá kapitola je věnována speciálním metodám, např. Wienerově-Hopfově metodě, metodám založeným na Cauchyových integrálech. Je popsána Laplaceova metoda reprezentace řešení obyčejné diferenciální rovnice ve tvaru křivkového integrálu v komplexním oboru a vyložena metoda řešení pomocí speciálních funkcí. Nakonec se autor zabývá numerickou inverzí Laplaceovy transformace.

Kniha velmi dobře informuje o bohatých možnostech praktického použití integrálních transformací, které jsou jedním z mála prostředků matematiky, dávajících explicitní řešení úloh aplikované matematiky.

*Štefan Schwabik*