

Aplikace matematiky

Josef Čermák

Algoritmy. 22. PNCHOLES. Řešení systému lineárních algebraických rovnic
Choleskeho metodou

Aplikace matematiky, Vol. 15 (1970), No. 4, 301–302,303

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103298>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1970

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ALGORITMY

22. PNCHOLES

ŘEŠENÍ SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ALGEBRAICKÝCH ROVNIC
CHOLESKÉHO METODOU

JOSEF ČERMÁK CSc., VŠChT Pardubice

```

procedure PNCholes (n, p, a) result: (y);
integer n, p;
real procedure a; array y;
comment n je počet rovnic, p počet vektorů pravých stran, a funkční procedura pro
určení hodnot prvků  $a(i, j)$  rozšířené matice,  $y[1 : n, 1 : p]$  je matice výsledku;
begin integer i, j, k, ii;
real t, r;
array  $b[1 : n]$ ,  $c[1 : n \times (n - 1) \div 2]$ ;
real procedure  $s(v)$ ;
value v; integer v;
  begin integer kk; t := 0; kk := -n;
    for k := 1 step 1 until v do
      begin kk := kk + n - k; t := t +  $b[k] \times c[kk + j]$  end;
      s := t
    end;
  ii := -n;
for i := 1 step 1 until n do
  begin  $b[1] := a(i, 1)$ ; ii := ii + n - i;
    for j := 2 step 1 until i do  $b[j] := a(i, j) - s(j - 1)$ ;
    r :=  $1/b[i]$ ;
    for j := i + 1 step 1 until n do  $c[ii + j] := (a(i, j) - s(i - 1)) \times r$ ;
  end;

```

```

L1: for j := 1 step 1 until p do
    begin t := 0;
        for k := 1 step 1 until i - 1 do t := t + b[k] × y[k, j];
            y[i, j] := (a(i, n + j) - t) × r
        end j
    end i, konec přímého chodu;
ii := n × (n - 3) ÷ 2;
for i := n - 1 step -1 until 1 do
    begin
L2: for k := 1 step 1 until p do
        begin t := y[i, k];
            for j := i + 1 step 1 until n do t := t - c[ii + j] × y[j, k];
                y[i, k] := t
            end k;
            ii := ii + i - n
        end i, konec zpětného chodu
    end PNCholes;

```

Algoritmus předpokládá čtení, případně *postupný* výpočet hodnot prvků plné matice i prvků pravých stran systému rovnic (procedura *a*). Do paměti se však ukládá již jen horní trojúhelníková matice soustavy. Pro výpočet tedy není třeba pro matici soustavy n^2 buněk, ale pouze $n(n - 1)/2$. Algoritmy jsou obdobou algoritmů pro řešení $2m + 1$ diagonálových systémů. Citované algoritmy lze též použít na plné matice, pro tento případ jsou však zbytečně komplikované.

Procedura *PNCholes* je určena pro řešení systémů s p vektory pravých stran.

Kontrolní příklad:

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4; \quad = 16;$$

$$-x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 12; \quad = 13;$$

$$4x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 11; \quad = 19;$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 = 7; \quad = 18;$$

Funkční procedura *a* pro řešení tohoto příkladu spočívala v přečtení jednoho čísla na pásce dat a dosazení za hodnotu $a(i, j)$.

Algoritmus procedury je založen na Choleského metodě řešení soustavy lineárních algebraických rovnic.

Páska dat obsahovala tyto hodnoty:

$$\begin{array}{l} 4 \text{ počet rovnic} \\ 2 \text{ počet vektorů pravých stran} \\ \left. \begin{array}{cccccc} 3 & 2 & -1 & 0 & 4 & 16 \\ -1 & 3 & 5 & -2 & 12 & 13 \\ 4 & -3 & 7 & -2 & 11 & 19 \\ 2 & 5 & -3 & 1 & 7 & 18 \end{array} \right\} \text{rozšířená matice} \end{array}$$

Výsledek:

$$x_1 = 1 ; 4$$

$$x_2 = 2 ; 3$$

$$x_3 = 3 ; 2$$

$$x_4 = 4 ; 1$$

Pro tento konkrétní případ bylo deklarováno pro matici systému pouze 6 složek polí místo 16, jichž by bylo třeba při použití klasických přímých metod.

Proceduru *PNCholes* snadno upravíme na proceduru pro řešení systému lineárních rovnic s jediným vektorem pravých stran. V tomto případě z *PNCholes* vyloučíme 1. formální parametr *p*, 2. hlavičky cyklů *L1* a *L2*, takže příslušné příkazy za **do** se nebudou opakovat, nýbrž se provedou jen jednou, 3. všechny druhé indexy pole *y*.

Literatura

- [1] J. Čermák: Aplikace matematiky, 1970, č. 1. Algoritmus č. 21. PCHOLES.