Aplikace matematiky

Josef Čermák

Algoritmy. 21. PCHOLES. Řešení $(2m+1)$ diagonálového systému lineárních algebraických rovnic s p pravými stranami Choleského metodou

Aplikace matematiky, Vol. 15 (1970), No. 1, 75–77

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/103269`

21. PCHOLES

ŘEŠENÍ $(2m + 1)$ DIAGONÁLOVÉHO SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ALGEBRAICKÝCH ROVNIC S p PRAVÝMI STRANAMI CHOLESKÉHO METODOU

JOSEF ČERMÁK CSc., VŠChT Pardubice

Procedure *PCHOLES* (n, m, p, a) result: (y);

integer n, m, p; **real procedure** a; **array** y;

Comment n je počet rovnic, m šíře pásu nenulových koeficientů vedle hlavní diagonály, p počet vektorů pravých stran, a funkční procedura pro určení pásu nenulových hodnot prvků $a(i, j)$ matice a prvků vektorů pravých stran, $y[1 : n, 1 : p]$ je matice výsledku;

begin

integer $i, j, jj, k, kk, kkk, k1, k2, l$;

real r, s;

real array $b[1 : m + 1]$, $c[1 : m \times n - m \times (m + 1)/2]$;

$kk := 0$;

for $i := 1$ **step** 1 **until** n **do**

begin $l :=$ **if** $i \leqq m$ **then** i **else** $m + 1$;

$k :=$ **if** $i > n - m$ **then** $n - i$ **else** m;

$kk := kk + ($if $i > n - m + 1$ **then** $i - n + m - 1$ **else** $0)$;

for $j := i - l + 1$ **step** 1 **until** i do

begin $s := 0$; $kkk := 0$;

for $jj := m + 2 - l$ **step** 1 **until** $m + j - i$ **do**

begin $k1 := jj - m + i - 1$;

```
        kkk := kkk + (if k1 > n - m + 1 then k1 - n + m - 1 else 0);
        s := s + b[jj] × c [(m - 1) × k1 - m + j - kkk]
      end jj;
      b[m - i + j + 1] := a(i, j) - s
  end j;
  r := 1/b[m + 1];
  for j := 1 step 1 until k do
    begin s := 0; kkk := 0;
      for jj := j + 1 step 1 until m do
        begin k1 := jj - m + i - 1;
          kkk := kkk + (if k1 > n - m + 1 then k1 - n - m - 1 else 0);
          k2 := (m - 1) × k1 - m + j - kkk + i;
        if k2 > 1 then s := s + b[jj] × c[k2]
      end jj;
      c[m × (i - 1) + j - kk] := (a(i, i + j) - s) × r
    end j;
  for jj := 1 step 1 until p do
    begin s := 0;
      for j := m + 2 - l step 1 until m do
      s := s + b[j] × y[i + j - m - 1, jj]; y[i, jj] := (a(i, n + jj) - s) × r
  end jj
end i, konec přímého chodu;
for i := n step -1 until 1 do
  for l := 1 step 1 until p do
    begin s := 0;
      k := if i > n - m then n else i + m;
      kk := if i > n - m + 1 then entier ((i - n + m - 1) × (i - n + m)/2)
      else 0;
      for j := i + 1 step 1 until k do
        s := s + y[j, l] × c[(i - 1) × m + j - i - kk];
        y[i, l] := y[i, l] - s
  end konec obráceného chodu
end proc PCHOLES;
```

Metoda předpokládá čtení, případně postupný výpočet hodnot prvků na hlavní diagonále a $2 \times m$ diagonálách podél ní, dále pak prvků vektorů pravých stran. Do paměti stroje ukládá již jen pás šíře m odpovídající horní trojúhelníkové matici. Metoda je obdobná algoritmu č. 20.

Kontrolní příklad:

Je dán systém rovnic:

$$
\begin{aligned}
3x_1 + x_2 &= 5 = 15 \\
4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 12 = 23 \\
2x_2 - x_3 &= 1 = 4 \\
3x_3 - x_4 &= 5 = 5
\end{aligned}
$$

Funkční procedura programu pro řešení tohoto příkladu spočívala v přečtení jednoho čísla na pásce dat a dosazení za hodnotu $a(i, j)$.

Páska dat obsahuje tyto hodnoty:

4 počet rovnic

1 poloviční počet nenulových vedlejších diagonál

2 počet vektorů pravých stran

	3	1	5	15
4	1	2	12	23
2	−1	0	1	4
3	−1		5	5

Řešení:

$$
\begin{array}{l|l}
x_1 = 1 & 4 \\
x_2 = 2 & 3 \\
x_3 = 3 & 2 \\
x_4 = 4 & 1
\end{array}
$$