

Aplikace matematiky

Recense

Aplikace matematiky, Vol. 7 (1962), No. 3, 236–245

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102804>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1962

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

RECENZE

Jaroslav Hájek: TEORIE PRAVDĚPODOBNOSTNÍHO VÝBĚRU S APLIKACEMI NA VÝBĚROVÁ ŠETŘENÍ. Vydalo Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1960, stran 291, cena Kčs 28,—.

Hájkova kniha je výsledkem téměř desetileté teoretické i praktické vědecko-výzkumné práce v oboru pravděpodobnostního výběru z konečných souborů.

V tomto oboru se datují početnější práce teprve od dob publikací fundamentálních Neymanových statí z let 1934 resp. 1938 (On the two different aspects of the representative method resp. Contribution to the theory of sampling human populations), tedy relativně pozdě oproti jiným v té době již rozvinutým partiím matematické statistiky. Přes to však zde v poslední době dochází k velmi rychlému vývoji, vyvolanému zejména potřebami řízení velkých celků a potřebami tak zvaného terénního výzkumu v některých vědních oborech, na příklad v lékařství.

Svědčí o tom jak rozvoj angloamerické školy okolo praktiků velkých výběrových šetření (Hansen, Hurwitz, Deming, Yates), tak školy kolem Indického statistického institutu (Mahalanobis, Sukhatme). Potřeby praxe nutily často pracovníky v tomto oboru více k účelovým, příležitostným studiím, které, i když teoreticky správně, budovaly teorii přece jen bez určitého systému. K pokusům o vybudování systematické teorie se přistupuje teprve v poslední době, a Hájkova kniha má v těchto snahách významné místo.

Protože posouzení knihy jak z aspektu matematického, tak z aspektu přínosu pro aplikace statistické praxe a výuky statistiky přesahuje rámec pouhé recenze, zaměřím se zejména na druhé dvě stránky, tj. na možnost aplikace uvedených metod a na některé výukové problémy.

Hájkovo postavení je podle mého soudu ztíženo tím, že musel vycházet ze situace, kdy nemáme tištěnou vysokoškolskou učebnici matematické statistiky, na niž by bylo možno s výkladem navázat.

Proto si Hájek vytváří předpoklady pro další výklad v prvé kapitole, nazvané „Statistika, počet pravděpodobnosti a matematická statistika“. Jak zdůrazňuje v předmluvě, je zde způsob výkladu uzpůsoben specifickým potřebám pravděpodobnostního výběru.

Převážnou část oddílu o statistice tvoří stručné definice tak zvaných popisných charakteristik (úhrnů, rozptylů, korelačního koeficientu, regresního koeficientu) a popis distribučních a kvantilových funkcí. Matematická statistika je pak pojata jako disciplína, zabývající se převážně problémy odhadu a testování hypotéz. Jde tedy o důsledné oddělení „statistiky“ od „matematické statistiky“. Při tom ovšem statistika zůstává podle výkladu statistikou traktovanou matematicky. Takto pojatá statistika je pro řadu autorů již matematickou statistikou (tj. popisnou statistikou, používající matematických metod). Hájkovo vydělení statistiky jako samostatného celku je pro systém výkladu užitečné v tom, že postupuje od popisů jednodušších a konkrétních pojmů (soubor, četnost, průměr) ke složitějším a abstraktním (množina souborů v počtu pravděpodobnosti, systém množin souborů v matematické statistice).

Není to však obecně a jednoznačně přijatá koncepce, a na to by bylo vhodné čtenáře upozornit.

Na druhé straně může být Hájkovo pojetí užitečným podnětem k diskusi o vymezení nejen zmíněných disciplín, ale i dalších, s nimi určitým způsobem souvisících (např. ekonomické statistiky, statistické fyziky ap.).

I když tedy uvedené oddíly první kapitoly připravují další výklad, obsahují některé podnětné myšlenky a vynikají jasnými a účelnými formulacemi. Tak na příklad srovnávání pomocí poměrů

úhrnů (str. 24) se zdá být i pro tzv. popisnou statistiku vhodnější než její založení na koncepci průměrů.

Jedině snad poznámka, vysvětlující zavedení rozptylu a kovariance s dělitelem $(N - 1)$ nikoliv N , vysvětlující tuto zvláštnost tím, že „docilujeme porovnatelnost rozptylů vypočtených ze souborů o různých rozsazích N “, by si vyžádala odkaz na další výklad v teorii odhadu.

Druhou kapitolou knihy je pojednání o klasických metodách výběru a odhadu. Autor ji rozděljuje na sedm oddílů, které vlastně (až na prvý) obsahují základní způsoby výběru a uvnitř nich jsou vždy popsány základní způsoby odhadu.

V prvním oddílu se pak zkoumá vlastně technika výběru: jsou popsány tabulky náhodných čísel, uvádějí se požadavky na tak zvanou oporu výběru (již tvoří většinou buď seznamy jednotek nebo mapy) a uvádějí se příklady, kdy se nevhodným způsobem výběru náhodné provedení výběru porušuje. Snad již v této stati by bylo vhodné alespoň upozornit na to, kdy může být určitá přirozená posloupnost prvků považována za náhodnou. Zmínka o tom se vyskytuje dále při systematickém výběru, jde však přece jen o techniku, která se v praxi statistických orgánů až příliš vžíla a je pro ně nejpřístupnější, takže by stála za komentování s hlediska techniky výběru již zde.

V oddílu o prostém náhodném výběru se vychází z nejjednodušších (tj. lineárních) forem odhadu (bodového) průměrů, úhrnů, četností a poměrných četností, při čemž se zároveň vysvětlí užitečnost požadavku, aby odhady byly nevychýlené (jak nazývá autor nově odhady nestranné či neskreslené). Současně se uvádějí intervalové odhady a jejich úpravy v případě menších rozsahů výběru. Druhou skupinu problémů zde tvoří problémy využití doplňkové informace pomocí regresních, rozdílových a poměrových odhadů: z nejobecnější formy regresního odhadu jsou zprostředkovány druhé formy jako zvláštní případy a srovnávána jejich vydatnost.

Problému současného odhadu regresního koeficientu z výběru se zde autor vyhýbá tím, že vychází z přibližně známého regresního koeficientu B_0 (např. z minulých šetření) a sleduje redukci rozptylu, která nastává i tehdy, odlišuje-li se B_0 od skutečného regresního koeficientu dost značně. To je pro praktické užití velmi vhodný obrat. Někdy je odhadnut regresní koeficient v témže výběru. Bylo by vhodné se alespoň zmínit o možnostech, kdy se musíme výběrovými fluktuacemi regresního koeficientu, odhadnutého z téhož výběru, zabývat.

Pro praktické účely je vhodná autorova pozornost k různým aproximacím: čtenář je tak veden i k určitému citu pro volbu odhadu a její účinnost při různých situacích. Účelné jsou i paragrafy o odhadech dílčích průměrů a o vychýlení v důsledku nepodchycení a selhávání jednotek.

Stať o oblastním uspořádání výběru velmi rychle směřuje k uvedení bodových a intervalových odhadů pro tzv. rovnoměrný výběr (jinde v literatuře též proporcionální), pro optimální alokaci a pro poměrový odhad spojený s oblastním výběrem. I když se autor v páté kapitole zabývá některými dalšími možnostmi zobecnění poměrových odhadů i v případech složitějšího uspořádání výběru, nezabývá se v oddílu o oblastním výběru možnostmi užití regresního odhadu. Zmínku o tom bych považoval za účelnou. Užitečnými aproximacemi jsou navržené způsoby sdružování jednotek pro výpočet rozptylu a výběr po jedné jednotce v oblasti.

Podobným způsobem jako oblastní výběr probírá autor tak zvané skupinkové uspořádání výběru; jde pouze o rozšíření platnosti vztahů pro prostý a oblastní výběr skupinek, u nichž zachycujeme všechny vybrané jednotky a jejich členy. Logickým dovedením celého výkladu do konce je výklad vícestupňového výběru. Těžištěm je zde ovšem výběr dvoustupňový, rozvedený později ještě dále v oblastní výběr dvoustupňový (s oblastmi tvořenými z prvoskupinových jednotek). Protože je výklad připraven z úvodní částí partiemi o podmíněných středních hodnotách a podmíněných rozptylech, je možno základní vztahy pro odhady rozptylu získat již pouze aplikací uvedených vztahů o podmíněných rozptylech. Předpokládá se ovšem stále výběr se stejnými pravděpodobnostmi (prostý náhodný), zobecnění pro výběr s měnícími se pravděpodobnostmi je uvedeno opět teprve v dalším (kapitola třetí a zejména čtvrtá). Z hlediska monografické studie je to lhotečné, z hlediska použitelnosti prvních tří kapitol jako učebnice je to určitý ne-

dostatek. Méně zkušený čtenář, který se setká s aplikacemi, musí tak jednotlivé způsoby výběru s proměnlivými pravděpodobnostmi vyhledávat ve čtvrté kapitole a do určité míry je postrádat při výkladu vícestupňového výběru. Pokud jde o stanovení z odhadu střední čtvercové chyby odhadnutého úhrnu (§ 28, kap. II.), dává zde autor přednost vychýlenému (zkreslenému) odhadu, který neobsahuje druhostupňové hodnoty. Bylo by snad účelné, upozornit již zde na to, že za předpokladu prostého náhodného výběru s opakováním ve druhém stupni dostáváme přímo odhady nezávislé na způsobech výběru ve vyšších stupních. Konečně by k lepšímu objasnění toho, do jaké míry mohou různé předpoklady (ať již pojetí vychýleného odhadu či předpoklad výběru s opakováním v nižším stupni) zkreslit používané odhady, prospělo i těsnější spojení uvedeného § 28 s § 31, kde se zkoumají odhady prvostupňové a druhostupňové složky střední čtvercové odchylky. Značná pozornost je věnována optimálnímu výběrovému plánu, majícímu zabezpečit minimální náklady při určité přesnosti (případně maximální přesnost při daných nákladech). I když autorova řešení „nepřehánějí“ v přílišné komplikaci problému a přinášejí velmi rozumné aproximace, vycházejí z nákladových funkcí vztažených odděleně na prvostupňovou a druhostupňovou složku. V naší praxi se zřejmě uvedené náklady budou často prolínat — nákladová funkce může mít i složitější tvar nelineární. Jeden z možných příkladů je uveden na str. 63 ve vzorci 32.3, ovšem i zde závisí $c_1(m)$ jen na m , $c_2(\bar{n})$ je na \bar{n} . Bylo by účelné, pokusit se v teorii o zcela obecné pojetí nákladových funkcí ($c_1(n, m)$, $c_2(n, m)$) a v praxi o získání podrobnější znalosti o nákladech na jednotlivé konkrétní práce při jednotlivých etapách výběrového šetření.

Kapitola je pak uzavřena ještě oddílem o dvojnásobném uspořádání výběru a o systematickém výběru. Zatímco tzv. dvojnásobné uspořádání (někdy nazývané též dvoufázovým výběrem) je zkoumáno dosti podrobně (i když se hovoří jen o využití prvního, rozsáhlejšího výběru jen formou poměrového odhadu či formou tvorby oblastí a nikoli formou regresního odhadu), je pojednání o systematickém výběru až příliš stručné a místy se omezuje jen na návod k použití tabulek, majících oslabit možné nebezpečí v periodických výkyvech v základním souboru.

Třetí až šestá kapitola knihy jsou ryze monografického typu. Shrnují v podstatě řadu autorových výzkumů, publikovaných časopisecky. Praktickým problémem je věnována kapitola čtvrtá, popisující různé možnosti realizace výběru s různými pravděpodobnostmi, zatímco v třetí kapitole je vybudována obecná teorie pravděpodobnostního výběru, v páté poměrových odhadů a v šesté se zobecňují principy optimálního rozvržení výběru. Monografický charakter ztíží snad méně zkušenému čtenáři pochopení některých problémů, ale v příkladech čtvrté a šesté kapitoly si může přesto ověřit užitečnost obecnějších principů, zavedených v této části autorem.

Zejména je užitečný princip uvolnění tradičních (konvenčních) způsobů výběru (v podstatě nahodilého nebo systematického vybírání bez vracení prvků) tím, že přizpůsobujeme výběrový postup možnostem dalšího vyhodnocení (způsobům odhadu). Zejména zamítací výběr, kdy vybíráme, až dostaneme ve výběru samé odlišné prvky, dovoluje vnést obecný systém do vyhodnocení výběru s měnícími se pravděpodobnostmi, kde se dosud vždy předpokládal výběr s opakováním a pokusy o model výběru bez opakování mnoho prakticky nepřinesly ani nebyly dosti obecným řešením.

Vedle teoreticky přesného řešení odhadů uvádí autor i odhad tzv. vychýlený, ale prakticky použitelný, a konečně upozorňuje na možnost úpravy pravděpodobností tak, abychom mohli použít jednodušší formy odhadu.

Autor konečně v další kapitole uvádí další možné modifikace výběru (postupný, poissonův, permutační), kde modifikuje zásady zahrnování prvků do výběru.

Některé zmínky a menší příklady v textu ukazují autorovy dobré zkušenosti s uvedenými metodami výběru. Vskutku, není-li zapotřebí „vynechávat“ (nezahrnovat) příliš mnoho prvků, nedojde při technickém provedení výběru k podstatné komplikaci. Přes to však podle mého soudu je zapotřebí určité kvalifikace pracovníků, a tak jsou lepší předpoklady pro uvedené metody při výběru, určenému výzkumným pracím, než při práci statistických orgánů v celo-

státním měřítku. Není to však vinou metody, ale vinou podcenění náročnějších statistických metod a důsledkům přeceňování výkaznictví úředními statistickými orgány.

V páté kapitole se pak autor vrací k zobecnění teorie poměrových odhadů: uvažuje je jednak v souvislosti s vyloženým výběrem a měnicími se pravděpodobnostmi, dále pak je konfrontuje se regresním odhadem, u nějž regresní přímka prochází začátkem, a konečně sleduje pro ně určitá asymptotická výběrová rozdělení, aby bylo možno zpřesnit intervaly spolehlivosti, pokrývající hledané veličiny základního souboru. Dále se vrací k postupu, započatém již v kapitole čtvrté pod pojmem rozčleněného odhadu: je-li soubor možno rozřídít na určité třídy, je to často výhodné buď pro zjednodušení nebo zpřesnění odhadů. Podobné členění splyvá v některých případech s poměrovým odhadem podle oblastí na jedné straně, na druhé pak je možné užít nikoli jen jednoduchého, ale dvou- či vícestupňového třídění. Tato koncepce otevírá široké možnosti dalšího využívání doplňkové informace při zpracování údajů výběru pro zlepšení odhadů. Bude však nutné uvedené metody ještě podrobněji zhodnotit s hlediska účelnosti aplikací. Při praktických šetřeních je často hlavní problém ve věrohodném zjištění údajů u zpravodaje, a dokud se nám nepodaří chyby na tomto stupni co nejvíce snížit, je námaha se zlepšením odhadu ne vždy dosti účinná.

V závěrečné kapitole se pak autor zabývá tzv. optimální výběrovou a odhadovou strategií, tj. obecnými principy použitého způsobu výběru a použitého odhadu (lineárního) a zobecňuje tak některé principy, zavedené již při oblastním a vícestupňovém výběru při optimalizaci nákladů při dané přesnosti. Kapitulu pak uzavírá příklad, kde bylo řady vyložených principů použito.

Zmíňme se ještě o některých terminologických novinkách, zavedených v publikaci. Je to jednak zavedením pojmu „opora“, analogie (či volného překladu) anglického termínu frame. Zatím u nás pro seznamy, mapy či jiné podkladové materiály nebylo zvláštního termínu zapotřebí. Vcelku je však termín přijatelný a zapadá celkem organicky do výkladu. Druhý neobvyklý termín je pojem „vychýlení“ (nový překlad anglického bias). Dosud jsme používali pro odhady buď pojmu nestranný nebo pojmu zkreslený. Jestliže ponecháváme termín „zkreslení“ pro oblast zkreslení, které vznikne nepřesností zpravodaje případně subjektivním postupem při záměrném výběru, potom je nový termín nutný, i když je jazykově snad trochu neobvyklý. Bylo by snad vhodné ještě o jeho zavedení diskutovat, než bude definitivně přijat ve veškeré statistické literatuře.

Hájkova kniha úspěšně vyplňuje nejen určitou mezeru v naší statistické literatuře, ale oproti řadě zahraničních publikací systematictěji a obecněji řeší řadu problémů pravděpodobnostního výběru. Je tak ve svých úvodních třech kapitolách dobrou studijní pomůckou všem pracovníkům, kteří se aplikací s uvedených metod setkávají, a ve své druhé části otevírá možnosti dalšího zobecnění teorie.

J. Walter

Johann Pfanzagl: ALLGEMEINE METHODENLEHRE DER STATISTIK II. Höhere Methoden unter besonderer Berücksichtigung der Anwendung in Naturwissenschaft, Medizin und Technik. (Obecné metody statistiky II. Vyšší metody se zvláštním ohledem na užití v přírodních vědách, lékařství a technice.) Sammlung Götschen, vyd. Walter de Gruyter & Co., Berlin (západní) 1962, stran 295, 36 tabulek, 40 vyobrazení, cena DM 5,80.

V krátké době po vydání prvního dílu Pfanzaglovy Obecné statistické metodologie následuje slibovaný druhý díl. S Pfanzaglovým rozlišením statistických metod na elementární (užitých zejména ve společenských vědách) a na tzv. vyšší metody (užité, jak titul napovídá, zejména v technice, medicíně a přírodních vědách) jsme již polemizovali při recenzi prvního dílu (Aplikace matematiky č. 5, 1961). I v druhém dílu se ukazuje, že autorovi uvedenou koncepcí unikají některé aplikační možnosti: tak na příklad neparametrické metody mohou přinést svůj účinek i mimo sféru tzv. ryze přírodovědeckých zkoumání.

Přesto se opět potvrzuje, že autor má smysl pro přístupný výklad, pohybující se téměř ve sféře popularizace, aniž by se tím dopustil nepřesností při výkladu. Pro pracovníky, kteří se setkávají

s aplikacemi statistických metod, může být kniha velmi dobrou příručkou. Autor vidí také těžiště zejména ve vysvětlení aplikací, důkazy neuvádí, bohatě však cituje literaturu, kde je možno se s nimi seznámit.

V celkové koncepci vychází autor z bodového a intervalového odhadu, který uplatňuje systematicky na různá rozdělení spojitých i nespojitých náhodných proměnných. Na úkor rozdělení, odvozených z normálního, rozšiřuje partie o aplikace neparametrických testů. Těžištěm je testování hypotéz o průměrech a relativních četnostech; tím zbývá méně místa na problémy okolo analýzy rozptylu, sekvenčních testů a regrese a korelace. I když u praktických pracovníků bez speciální statistické erudice lze pochopit omezení prvních dvou partií, bylo by snad přece jen účelné obšírnější seznámení s problémy aplikace korelačních a regresních modelů.

Vlastní postup výkladu je rozdělen do následujících kapitol.

V úvodní části autor v první kapitole opakuje některé základní pojmy pravděpodobnosti (pojem sčítání a násobení pravděpodobností, nezávislost, náhodné proměnné) a ve druhé pak popisuje některá základní rozdělení četností (binomické, hypergeometrické, Poissonovo, normální), jejich charakteristiky a možnosti jejich rozkladu.

Dále pak navazuje výklad funkcí náhodných proměnných, zejména pak normálně rozdělených, výklad zákona velkých čísel a centrálního limitního teorému. V téže kapitole je poměrně obšírně vyložena metoda maximální věrohodnosti s řadou praktických příkladů (většinou jde pouze o jiný aspekt výkladu výsledků, dosažitelných i jinak; pro aplikace je vhodné uvedení příkladu z Fisherovy knihy „Statistical Methods for Research Workers“ o odhadu odchylek od předpokládaných podle Mendelových zákonů dědičnosti).

V kapitole o normálním rozdělení jsou pak vyloženy současně i principy testování hypotéz, včetně pojmů jedno- a dvoustranného kritického oboru a silofunkce testu. Zvláštní kapitolu věnuje autor testování významnosti průměrů a jejich rozdílů z binomického, hypergeometrického a Poissonova rozdělení.

V kapitole o neparametrických postupech je popsán znaménkový test, testování mediánu, McNemarův test jako zvláštní případ znaménkového testu a problémy jejich aplikací při dvou a více závislých a nezávislých výběrech.

Také testu χ^2 je věnována značná pozornost: je vysvětlen jeho princip a použití v případě jednoho i více stupňů volnosti při zkoumání předpokládané asociace a kontingence i při testování tzv. dobré shody (empirického a předpokládaného rozdělení četností).

Všechny ostatní problémy výběrových rozdělení a jejich užití za různých podmínek jsou shrnuty do jedné kapitoly. Těžištěm je zde zejména výklad různých variant testování významnosti rozdílu mezi průměry při malých výběrech, i když se zde stručně hovoří i o testování významnosti rozptylu a jeho složek a elementárních zásadách plánování pokusů (analýza rozptylu, znáhodnění pokusů).

V závěrečné kapitole se autor zabývá teorií regrese a korelace. Jde mu především o lineární regresi v případě výběru z normálního dvojrozměrného souboru a o odhad základních parametrů rozdělení a regresní rovnice. Pro zkoumané parametry uvádí také intervaly spolehlivosti; vhodné pro výzkumnou praxi je i uvedení intervalů spolehlivosti pro proměnnou y , za předpokladu, že proměnná x je nezávislá (známá, je možno ji regulovat). Testování významnosti rozdílu mezi korelačními koeficienty je provedeno pomocí transformace R. A. Fishera ($z = \frac{1}{2} \lg \frac{1+r}{1-r}$). Jen velmi stručně je pojednáno o dílčí a o pořadové korelaci.

Vcelku je možno říci, že pro pracovníky, setkávající se s vyhodnocováním elementárních experimentů, je Pfanzaglova příručka vhodným vodítkem.

J. Walter

В. В. Болотин: СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ. (V. V. Bolotin: Statistické metody ve stavební mechanice.) Vydalo Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, Москва 1961, 202 stran, 89 obrázků, 4 tabulky, 155 odkazů na literaturu, cena 72 kop.

Kniha je první monografií — snad na světě —, ve které se vykládají aplikace matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti k různým problémům stavební mechaniky a pružnosti a pevnosti. Spis se skládá z úvodu a sedmi kapitol.

Kapitola první je stručným přehledem nejdůležitějších pojmů a zákonů teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Autor pak v dalším výkladu často používá rovnic z této kapitoly a předpokládá u čtenáře znalost těchto dvou matematických disciplín. Kapitola druhá se zabývá statistickým základem výpočtu konstrukcí podle norem. Je zde několika způsoby formulována teorie mezních stavů a vysvětlena statistická podstata koeficientů bezpečnosti. Třetí kapitola popisuje statistické teorie křehkých a únavových lomů. Tyto teorie nevystihují sice samu podstatu porušení, ale vysvětlují uspokojivě alespoň kvantitativní stránku těchto složitých jevů. Ve čtvrté kapitole užívá autor statistických metod v teorii stability. Zde ho nejvíce zajímají otázky vlivu trvalých deformací a excentrického připojení tlačných prutů na jejich stabilitu. Uvádí zde rovněž výsledky svých vlastních prací z oboru stability skořepin. Další — pátá — kapitola se zabývá kmitáním konstrukcí způsobeným účinkem nahodilých sil, ale konkrétně si všímá pouze v čase proměnných nahodilých stacionárních sil. V kapitole šesté je vyložena tzv. teorie součtu poškození v konstrukcích při nahodilých přetíženích, což je dalším rozvíjením teorie mezních stavů. Tyto problémy jsou u nás dosud málo známy a jsou konány teprve první pokusy s experimentálním výzkumem programované únavy. Konečně poslední — sedmá — kapitola probírá statistické metody výpočtu stavebních konstrukcí v seismických oblastech, přičemž zemětřesení je uvažováno jako nestacionární nahodilý proces.

Kniha se zabývá novým a zcela moderním statisticko-pravděpodobnostním pojetím výpočtů konstrukcí na pevnost. Těmto problémům se ve světě věnuje pozornost teprve v posledních deseti letech, takže problematika není dosud přesně vymezena a ustálena. Přesto se však autorovi podařilo dát čtenáři ucelený přehled o novém rodícím se vědním oboru. Autor zařadil do knihy i výsledky svých jinde uveřejněných originálních prací (pouze teoretických) a to zejména v kapitole čtvrté, šesté a sedmé.

Kniha je psána až příliš stručně a mnohé matematické vývoody jsou podány bez důkazů. Zejména je málo podrobná kapitola první, která měla důkladněji čtenáře seznámit se základy statistiky a pravděpodobnosti (ani v SSSR ani u nás se totiž na stavebních fakultách tyto disciplíny nepřednášejí). V knize by mělo být uvedeno více experimentálních údajů o probíraných jevech, protože bez nich se někdy výklad stává pouze kvalitativní. Ve spise je rovněž málo příkladů, hlavně číselných. Nečetné tiskové chyby (např. $S = 16,00 \text{ kg/mm}^2$ na str. 56, 6. řádek zdola) si čtenář laskavě opraví sám.

Kniha je určena technikům, zejména vědeckým pracovníkům ve stavebnictví, strojnictví, letectví i v jiných oblastech, kde se studují otázky pevnosti materiálů a konstrukcí. Zásluhou autorovou je, že prvním knižním shrnutím této nové oblasti stavební mechaniky se dostává do rukou výzkumníků spis, který jim přinese četné podněty k další práci. A to bylo těž přáním autorovým.

Ladislav Frýba

Harry H. Harman: MODERN FACTOR ANALYSIS. (Moderní faktorová analýza.) The University of Chicago Press, 1960, XVI + 469 str.

Harmanova kniha podává vyčerpávající přehled o principech, metodách a použitelnosti faktorové analýzy pozorovaných dat a o technice výpočtů faktorové analýzy. Je rozdělena na 5 částí a opatřena v závěru několika nezbytnými tabulkami a potřebnou bibliografií.

První část, nazvaná „Základy faktorové analýzy“, obsahuje kromě stručného historického úvodu a výčtu oborů aplikability faktorové analýzy popis obecného modelu používaného ve faktorové analýze s výkladem základních pojmů. V dalších kapitolách této části jsou stručně uvedeny základní pojmy z teorie matic a z n -rozměrné geometrie se zřetelem na jejich použití

ve faktorové analýze. Rozsáhlou kapitolu věnuje autor problému komunality, především metodám určení komunality v různých speciálních případech modelu. V závěrečné kapitole první části je podán přehled různých metod faktorových řešení se stručným hodnocením těchto metod. První část podává v poměrně stručné formě teorii faktorové analýzy a přehled metod řešení s velmi užitečnou diskusí o aplikovatelnosti teorie a s rozбором vlastností jednotlivých způsobů faktorových řešení.

Podrobně jsou metody řešení probrány ve druhé a třetí části knihy. V druhé části autor vykládá tzv. přímá řešení. Je zde probrána Spearmanova teorie dvou faktorů (two-factor method), kde se předpokládá, že každou proměnnou veličinu vytváří jeden společný a jeden individuální faktor. Dále zobecnění Holzingerovo (bi-factor method), kde též individuální faktor se vyskytuje u několika veličin. Rozsáhlá kapitola (9) je věnována metodě hlavních faktorů (principal-factor method), známější pod názvem analýza v hlavní komponenty (analysis into principal components). V další kapitole je vyložena technika hojně užívané Thurstoneovy centroidové metody. Zcela původní je závěr této části, v němž je vyložena skupinová metoda (multiple-group method), jejímiž původci jsou Holzinger a Thurstone, a kterou autor knihy výhodně zpracoval k praktickému využití. Třetí část knihy je věnována tzv. odvozeným řešením (derived solutions), jež jsou ve formě monografie zpracovány zde rovněž poprvé. Je tu věnována pozornost vztahu mezi různými řešeními a metodám transformace řešení. Velmi podrobně autor vykládá skupinovou metodu faktorové analýzy, jíž lze získati řešení v případě, že faktory v modelu jsou korelovány. Pro oba případy, tj. ortogonální případ i případ korelovaných faktorů, jsou vyloženy analytické metody řešení, spočívající v podstatě na vyhledání extrémů funkcí. Druhá a třetí část podává podrobný přehled různých metod řešení. U každé metody je diskuse teoretické odůvodnění i praktické použitelnosti. Látka je tak uspořádána, že od metod spíše formálně matematicky uspokojivých se postupuje k metodám, jež umožňují dát řešením též uspokojivou praktickou interpretaci. Obzvláště v třetí části věnuje autor velmi účelně dosti místa diskusí o možnostech interpretace a uvádí tak na pravou míru pochybnosti (jimiž zvláště podléhají matematici) vzbuzované neurčitostí modelů ve faktorové analýze. Vynikajícím přínosem pro techniku faktorové analýzy jsou četné výpočetní algoritmy, někdy přizpůsobené i účelům programování na samočinných počítačích. Řada metod je ilustrována numerickými příklady dosti podrobně propočtenými. Autor staví na znalostech středoškolské matematiky, potřebné partie vyšší matematiky jsou v knize vyloženy.

Ve čtvrté části se autor zabývá statistickými odhady metodami regresní analýzy a maximální věrohodnosti a testováním hypotéz ve faktorové analýze. I zde je teoretický výklad doplněn praktickými numerickými příklady a užitečnými výpočetními algoritmy.

Závěrečná pátá část obsahuje přes 200 vhodně volených problémů a cvičení k jednotlivým kapitolám a řešením, popřípadě se stručným naznačením postupu. Příklady a problémy jsou skutečně řešitelné se znalostmi získanými v knize, takže umožňují samostatnému čtenáři kontrolu, zda porozuměl studované látce. Tato část je také výbornou pomůckou pro uspořádání cvičení při výuce faktorové analýzy.

Ke knize je připojena velmi podrobná bibliografie, zdá se, že vyčerpávající, obsahující 411 citací.

Knihy je vynikajícím kompendiem faktorové analýzy, poskytujícím v mnoha směrech nový pohled na tuto disciplínu a umožňujícím hluboké proniknutí do její podstaty. Zároveň přináší v promyšlené formě též technický aparát nezbytný pro aplikaci metod faktorové analýzy v praxi. Je určena hlavně pracovníkům v oboru psychologie, psychiatrie a v těch odvětvích medicíny, kde se faktorové analýzy používá; tomuto zaměření odpovídají i příklady (žádný se nezabývá aplikacemi v technice). Ovšem i matematici zabývající se faktorovou analýzou teoreticky najdou v knize vedle nových teoretických poznatků i četné podněty a myšlenky pro svoji další práci.

Vladimír Malý

Cornelius Lanczos: LINEAR DIFFERENTIAL OPERATORS. (Lineární diferenciální operátory.) D. van Nostrand Company Ltd, London 1961, str. 16 + 564.

Kniha obsahuje devět kapitol, z nichž první tři jsou úvodního charakteru. Kapitola 1., Interpolace, je věnována studiu Gregory-Newtonovy a Stirlingovy interpolační formule, přičemž je poukázáno, pro které třídy funkcí jsou jednotlivé typy použitelné. Kapitola 2., Harmonická analýza, je, jako úvod do teorie ortogonálních řad, potřebných později, věnována Fourierovým řadám. Zvláštní pozornost je věnována Gibbsovým oscilacím a jisté metodě zrychlování konvergence, založené na zmenšování amplitud Gibbsových oscilací. V kapitole 3., Maticový počet, jsou uvedeny základní pojmy tohoto počtu a pak se studují obecné systémy n lineárních rovnic o m neznámých, pro něž se vyšetřují prostory řešení a podmínky řešitelnosti. Látka zde uvedená slouží v dalším jako základní nástroj pro vyšetřování lineárních operátorů.

V kapitole 4., Funkční prostor, se zavádí pojem prostoru funkcí, speciálně prostoru L_2 , jako zobecnění konečně-rozměrného vektorového prostoru. Diferenciální operátory jsou pak interpretovány jako limity matic, které vznikly při náhradě derivací diferencemi. Tím se do pojmu diferenciálního operátoru přirozeně zahrnují i okrajové podmínky.

V kapitole 5., Greenova funkce, se zavádí pojem Greenovy funkce, která je vlastně inverzním operátorem k operátoru diferenciálnímu. Ve velmi široké třídě lze pak Greenovu funkci reprezentovat běžným způsobem jako integrál s jádrem, závisícím na dvou bodech dané oblasti. (Případ, kdy inverzní operátor existuje a Greenova funkce nemá toto vyjádření je uveden v kap. 8). Zde zavedené pojmy mají základní důležitost v dalším výkladu. V této kapitole je uvedena též souvislost s variačními principy. Kapitola 6., Problémy sdělovací techniky, řeší použitím Greenovy funkce některé problémy elektrotechnického inženýrství.

Další dvě kapitoly jsou pak věnovány základním úlohám pro diferenciální rovnice. Kapitola 7., Sturm-Liouvilleovy problémy, pojednává o obyčejných diferenciálních operátorech druhého řádu, zejména o rovnicích pro některé speciální funkce (Besselovy, Mathieuovy, Jacobiho polynomy, Legendreovy polynomy, Čebyševovy polynomy apod.) a zkoumají se zde vlastnosti řešení takových rovnic. V posledním paragrafu této kapitoly je uvedena souvislost s variačními metodami. Kapitola 8., Okrajové problémy, je věnována parciálním diferenciálním rovnicím, zejména rovnici Laplaceově, rovnici pro vedení tepla a rovnici pro kmitání struny. Zde je též uvedena souvislost s integrálními rovnicemi a variačními principy mechaniky.

Poslední kapitola 9., Numerické řešení problémů trajektorie, je věnována numerickému řešení počátečních problémů pro obyčejné diferenciální rovnice. Studuje se zde konvergence a stabilita mnohokrokové diferenční metody a metoda globální integrace, založená na použití Čebyševových polynomů.

Kniha je určena jako učebnice (obsahuje 350 úloh k samostatnému řešení a základní literaturu daného oboru) diferenciálních rovnic pro studenty a techniky. Jak z uvedeného obsahu vyplývá, je věnována víceméně tradičním partiím lineárních diferenciálních rovnic přesto, že obsahuje i výklad o některých zjevech, o nichž se obvykle ve standartních učebnicích nemluví. To souvisí se dvěma věcmi, o nichž se musíme zmínit. Je to především metodické zpracování látky a za druhé autorův způsob výkladu.

Hlavní myšlenka při výkladu spočívá jednak na aproximaci diferenciálního operátoru maticí a tedy převodem diferenciální rovnice na systém algebraických rovnic, jednak na systematickém využití Greenovy funkce. Tím se autor snaží zůstat zcela záměrně na poli klasické analýzy. Další závažnou okolností je systematické studium problémů nespadajících pod Fredholmovu alternativu tj. přeurených problémů. Domnívám se však, že bude jistě užitečné studium Lanczosovy knihy doplnit studiem některé standartní učebnice.

Jak sám autor uvádí v předmluvě, je jeho neustálou snahou dávat důraz na jedinou otázku: jaké jsou základní a charakteristické vlastnosti diferenciálních operátorů a vychovat ve čtenáři „cit“ pro chování diferenciálních operátorů. Při výkladu se autor vyhýbá matematickému formalismu, aby nezastíral ideje, kterými je veden. Jeho výklad má, opět podle autorových slov,

charakter spíše vyprávění. Tím se vysvětluje i poměrně velký rozsah knihy. Autorův výklad v tomto duchu je velmi zdařilý a poutavý, lze-li tohoto slova u takovéto publikace užít. Podle mého názoru by se měly knihy, pojednávající o aplikované matematice, určené širšímu publiku, psát podobným způsobem.

Vcelku je tedy možno Lanczosovu knihu všem zájemcům o daný obor vřele doporučit.

Milan Práger

J. V. Novožilov: ELEMENTÁRNÍ ČÁSTICE. Vydalo SNTL, Praha 1961. 176 stran, cena 5,90 Kčs.

Státní nakladatelství technické literatury zahájilo svoji novou edici „Populárních přednášek o fyzice“ vydáním velmi zdařilé knížky Ju. V. Novožilova „Elementární částice“. Autor při psaní této knížky stál před velmi složitým úkolem: srozumitelnou formou a s minimálním použitím matematiky vyložit současný stav fyziky elementárních částic, a také seznámit čtenáře s novými problémy, s nimiž se tento fyzikální obor setkává. Tento úkol splnil autor velmi dobře.

Historická metoda výkladu usnadňuje čtenáři přístup ke zvláštnostem fyziky elementárních částic. Hned na prvních stránkách knihy se hovoří o známých zákonech zachování energie a impulsu a jejich významu pro reakce mezi elementárními částicemi. Autor přitom však upozorňuje čtenáře, že ve fyzice elementárních částic platí mnoho dalších zákonů zachování, pro něž nelze nalézt klasické (náзорné) analogie. Tím si připraví půdu pro další výklad a zároveň se vyhne nepřesnostem, nebo dokonce chybám, jichž se často dopouštějí různí autoři populárních pojednání o jaderné fyzice tím, že se snaží dát „náзорný“ význam pojmům, pro něž to není dobře možné. Toto pojetí výkladu — stále zdůrazňování toho, že různým pojmům fyziky elementárních částic nelze dát názorný význam — pokládám za jeden z největších kladů této knížky.

Výklad je velmi srozumitelný a plynulý. Vhodně střídá popisování různých experimentálních metod, jichž používá fyzika elementárních částic, s vývojem a vysvětlováním nových pojmů, jichž je potřeba k pochopení vlastností elementárních částic. V jediném místě se asi bude čtenáři-neodborníku zdát výklad nejasný a sice tam, kde autor zavádí pojem isotopického spinu. To je však dáno povahou předmětu a nelze tedy hodnotit jako nedostatek autorův.

Překlad J. Tučka je velmi pečlivý a drží se až na výjimky používané fyzikální terminologie. Věcné chyby v nížeže prakticky nejsou. Jenom v kapitole o mesonech π a mesonech μ (str. 98–104) se tvrdí, že mesony π mají jednotkový spin. To není pravda, jejich spin je nula. Teprve potom je správné tvrzení (str. 101, poslední odstavec), že spin neutrální částice je jednoznačně poloviční. Reakce popisující rozpad mesonu π (str. 101, dole) má být: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$, nikoliv $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + e$.

Jako celek je knížka „Elementární částice“ velmi dobrá. Lze ji vřele doporučit každému, kdo má zájem poučit se srozumitelným způsobem o současných výsledcích jednoho z nejmodernějších odvětví fyziky. Dobrá typografická úprava a pečlivé korektury kvalitu knížky jen zvyšují.

Antonín Vančura

O. Maška: ŘEŠENÉ ÚLOHY Z MATEMATIKY. (Aritmetika a algebra.) I. svazek II. řady polytechnické knižnice, 213 stran, 11 obrázků. Nákladem SNTL, Praha 1958. Cena 10,— Kčs za brožovanou výtisk.

Příručka řešených úloh z aritmetiky a algebry je podle anotace určena pro všechny, kteří se chtějí zdokonalit v počtářské technice zhruba v rámci středoškolské látky.

15 kapitol příručky je rozděleno takto:

Kap. I obsahuje úpravy algebraických výrazů podle známých vzorců. Zde by bylo na místě hned v úvodu říci o jaká čísla jde, i když se čtenář dovtípí, že písmena mohou představovat jak reálná tak i komplexní čísla.

Kap. 2 se zabývá úpravami zlomků a diskusemi, kdy dané zlomky mají smysl. Zde je třeba připomenout, kdy se jedná o reálná čísla a kdy nikoli. Pro komplexní číslo a by nemuselo pak v Př. 14 platit, že $a \neq 1$, $a \neq -1 \Leftrightarrow |a| \neq 1$ a jinde.

Kap. 3 uvádí příklady na řešení lineárních rovnic a lineárních nerovností o jedné neznámé. Přehled pravidel o počítání s nerovnostmi by bylo užitečné doplnit pravidlem o násobení nerovnosti záporným číslem (vyskytne se v Př. 35).

Kap. 4 obsahuje tři příklady na řešení úměr, z nichž řešení Př. 38 by neškodilo více rozvést.

V kap. 5 jsou příklady na řešení soustav lineárních rovnic o více neznámých. Příklady u kterých se používá determinantů vybočují z učební látky jedenáctiletěk. Myslím, že v této souvislosti by bylo užitečné ukázat, jak se počítají determinanty 1. a 2. stupně.

Kap. 6 zahrnuje příklady na mocniny, odmocniny a usměrňování zlomků.

Kap. 7 pojednává o komplexních číslech. Mluví-li se již v úvodu k odstavci 7.2 o geometrické interpretaci komplexních čísel v Gaussově rovině, je třeba se zmínit i o významu absolutní hodnoty komplexního čísla. Jinak řešení Př. 92 „spadne s nebe“.

Kapitoly 8 a 9 pojednávají o logaritmech a iracionálních rovnicích. Zde by nebylo na škodu uvést, jak spolu souvisí logaritmy o různých základech.

Kap. 10 se zabývá kvadratickými rovnicemi a rovnicemi, které na kvadratické rovnice vedou. Její druhý odstavec (Kvadratické rovnice o více neznámých a soustavy rovnic) užitečně rozšiřuje středoškolskou látku.

Kap. 11 dává čtenáři možnost ověřit si úsudkové schopnosti na úlohách, které vedou na lineární a kvadratické rovnice.

Kap. 12 obsahuje exponenciální a logaritmické rovnice.

Vhodné rozšíření středoškolské látky (užitečné např. i pro zájmové kroužky) představuje partie o speciálních typech algebraických rovnic vyšších stupňů v kap. 13.

V kap. 14 je obsaženo dosti příkladů na aritmetické a geometrické posloupnosti a geometrické řady.

Sbírka je uzavřena pojednáním o principu matematické indukce a ukázkami jeho použití.

Z nečetných tiskových chyb je třeba upozornit na tyto:

str. 12₅ $a \neq -d$ místo $a \neq d$;

str. 38₉ $8^2 + 2 \cdot 90 \cdot 8 + 90^2$ místo $8^2 + 2 \cdot 9 \cdot 8 + 9^2$;

str. 38₇ $6^2 + 2 \cdot 110 \cdot 6 + 110^2$ místo $6^2 + 2 \cdot 11 \cdot 6 + 11^2$;

str. 42₅ $\sqrt{17|94,36|96}$ místo $\sqrt[3]{17|94,36|96}$.

Domnívám se, že tato – už svým formátem – sympatická příručka může dobře posloužit jak středoškolským studentům tak i těm, kteří si potřebují středoškolskou počtářskou rutinu v aritmetice a algebře osvěžit.

Milan Šulista

Jaroslav Janko: STATISTICKÉ TABULKY (ruské vydání).

Koncem prvního pololetí tohoto roku vydalo Státní statistické nakladatelství v Moskvě, vydavatelství Ústředního statistického úřadu SSSR (ГОССТАТИЗДАТ ЦСУ СССР), překlad knihy prof. J. Janko „Statistické tabulky“, vydané v ČSSR roku 1958 Nakladatelstvím ČSAV. Časopis Aplikace matematiky uveřejnil recenzi tabulek v roč. 4 (1959), čís. 2, str. 156. Ruský překlad nese název „Математико-статистические таблицы.“ Text přeložil A. F. Maslov, vydání redigoval prof. A. M. Dlin, který také knihu opatřil předmlouvou. Podle slov anotace vydalo Státní statistické nakladatelství knihu hlavně pro potřebu vědeckých pracovníků, techniků a ekonomů. Překlad vyšel nákladem 5000 výtisků, cena 1 rubl, 74 kop.