Bohumil Kvasil

Obecné řešení průběhu elektromagnetického pole v oborech složených z dílčích oblastí s jednoduchou geometrií

Aplikace matematiky, Vol. 7 (1962), No. 3, 227–235

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102803

OBECNÉ ŘEŠENÍ PRŮBĚHU ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE V OBORECH SLOŽENÝCH Z DÍLČÍCH OBLASTÍ S JEDNODUCHOU GEOMETRIÍ

BOHUMIL KVASIL

(Došlo dne 15. května 1961.)

V práci je uveden způsob výpočtu uspořádání elektromagnetického pole v složitých soustavách, založený na stacionárnosti funkcionálu povrchového lineárního vodivého proudu. Jde o energetickou metodou výpočtu elektromagnetického pole, doplněnou kriteriem přesnosti při srovnávání s jinými metodami. Srovnávají se funkční řady popisující rozložení elektromagnetického pole.

1.

Uvažujme obor, složený ze dvou dílčích oblastí, oddělených plochou S (obr. 1). Obory V_1 a V_2 nechť jsou obory s jednoduchou geometrií, to jest takové, že v jejich oblasti umíme vyřešit vlnovou nebo Helmholtzovu rovnici s okrajovou podmínkou, že na ploše S včetně dělící plochy S_{12} nebo S_{21} je tečná složka intensity elektrického pole nulová. Při tom plochy S_{12} a S_{21} jsou hraniční soumezné plochy. Elektromagnetické pole v oboru V_1, V_2 se obyčejně vyjádří superposicí vlastních vektorových funkcí intensity elektrického nebo magnetického pole. Obory V_1, V_2 mohou být buď otevřené nebo uzavřené. Plocha S je nejčastěji realisována kovovým pláštěm, uzavírající obor V_1 a V_2. Uvažujme právě takový případ.

Je známo z teorie elektromagnetického pole, že okrajové podmínky na rozhraní dvou prostředí jsou charakterisovány vztahy [1]

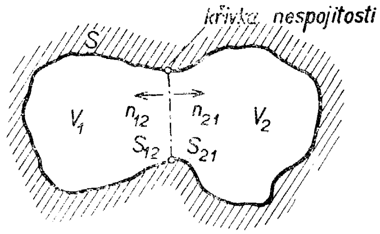
$$[\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{n}] - [\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{n}] = 0\,,$$
$$[\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{n}] - [\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{n}] = \boldsymbol{K}\,,$$

kde $\boldsymbol{E}_1$ je vektor intensity elektrického pole v jednom prostředí,
$\boldsymbol{E}_2$ vektor intensity elektrického pole ve druhém prostředí,
$\boldsymbol{H}_1$ vektor intensity magnetického pole v jednom prostředí,
$\boldsymbol{H}_2$ vektor intensity magnetického pole ve druhém prostředí,
$\boldsymbol{K}$ vektor lineární hustoty povrchového vodivého proudu,
$\boldsymbol{n}$ jednotkový vektor normály na hraniční ploše.

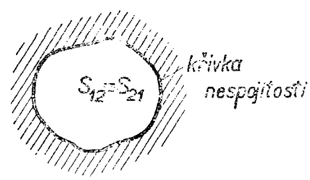
Na vodivém plášti S bude mít lineární proudová hustota $\boldsymbol{K}$ nenulovou hodnotu, kdežto na soumezné ploše S_{12}, ležící v bezeztrátovém dielektriku, bude lineární proudová hustota nulová:

$$\boldsymbol{K} = [\boldsymbol{H}_1 \boldsymbol{n}_{12}] + [\boldsymbol{H}_2 \boldsymbol{n}_{21}] = 0\,, \tag{1}$$

kde $\boldsymbol{H}_1$ je vektor intensity magnetického pole v prostoru V_1,
$\boldsymbol{H}_2$ vektor intensity magnetického pole v prostoru V_2,
$\boldsymbol{n}_{12}$ jednotkový vektor ve směru mormály na ploše S_{12},
$\boldsymbol{n}_{21}$ jednotkový vektor ve směru normály na ploše S_{21}.



Obr. 1.



Obr. 2.

Intensitu magnetického pole v oboru V_1, V_2 můžeme určit různým způsobem, např. podle Huygens-Kottlerova vztahu. Známe-li tečnou složku intensity elektrického pole na hraniční ploše S_{12}, uvážíme-li, že tečná složka intensity elektrického pole na vodivé ploše je nulová a že na křivce nespojitosti (obr. 2) je složka intensity elektrického pole do směru tečny křivky nespojitosti rovněž nulová, platí podle Huygens-Kottlerova vztahu [2]

$$\boldsymbol{H}_1 = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{12}} j\omega\varepsilon \, [\boldsymbol{n}_{12} \boldsymbol{E}_\tau] \, \Phi_1 \, \mathrm{d}S + \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \{[[\boldsymbol{n}_1 \boldsymbol{H}_1] \operatorname{grad} \Phi_1] + (\boldsymbol{n}_1 \boldsymbol{H}_1) \operatorname{grad} \Phi_1\} \, \mathrm{d}S\,, \tag{2}$$

kde $\boldsymbol{H}_1$ je intensita magnetického pole v oboru V_1,
S_{12} styčná plocha mezi oborem V_1 a V_2,
S_1 celková plocha obklopující obor V_1,
$\boldsymbol{E}_\tau$ intensita elektrického pole na ploše S_{12} (má směr rovnoběžný s plochou S_{12}),
Φ_1 vlnová funkce e^{jkR_1}/R_1, kde R_1 je vzdálenost místa, kde určujeme intensitu magnetického pole od elementu plochy S_{12} nebo S_1.

Při tom předpokládáme, že v oboru V_1 a V_2 není ani proudových ani nábojových zdrojů. Vztah (2) je integrální rovnicí pro intensitu magnetického pole, která závisí na velikosti tečné složky intensity elektrického pole $\boldsymbol{E}_\tau$ na ploše S_{12}. Můžeme psát ve zkráceném tvaru

$$\boldsymbol{H}_1 = \mathbf{H}_1(\boldsymbol{E}_\tau)\,, \tag{3}$$

kde $\mathbf{H}_1$ je lineární operátor funkcionálního argumentu $\boldsymbol{E}_\tau$ pro určení intensity magnetického pole v oboru V_1. Stejně by platilo pro obor V_2

$$H_2 = \mathbf{H}_2(\boldsymbol{E}_\tau)\,. \tag{4}$$

Lineární operátory ve vztazích (3) a (4) jsou určeny integrální rovnicí (2).

Dosadíme-li do vztahu (1) za $\boldsymbol{H}_1$ a $\boldsymbol{H}_2$ příslušné výrazy ze vztahu (3) a (4), dostaneme

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau) = [\mathbf{H}_1(\boldsymbol{E}_\tau)\,\boldsymbol{n}_{12}] + [\mathbf{H}_2(\boldsymbol{E}_\tau)\,\boldsymbol{n}_{21}] = 0\,. \tag{5}$$

Při tom lineární proudovou hustotu na ploše S_{12} můžeme rovněž pokládat za lineární operátor funkcionálního argumentu $\boldsymbol{E}_\tau$. Definičním oborem lineárního operátoru $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$ je styčná plocha $S_{12} \equiv S_{21}$.

2. SYMETRIČNOST OPERÁTORU $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$

Dokážeme, že operátor $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$ je symetrický. To znamená, že musí platit v definičním oboru [3]

$$\int_{S_{12}} (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{A}))\,\mathrm{d}S = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{A}\mathbf{K}(\boldsymbol{B}))\,\mathrm{d}S\,, \tag{6}$$

kde $\boldsymbol{B}$ je jeden funkcionální argument operátoru $\mathbf{K}$ a $\boldsymbol{A}$ druhý funkcionální argument téhož operátoru.

Při tom vektory $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{B}$ jsou vektory intensity elektrického pole na ploše S_{12}. Podle Lorentzova vztahu [4] platí

$$\int_S ([\boldsymbol{E}_A \boldsymbol{H}_B]\,\boldsymbol{n})\,\mathrm{d}S = \int_S ([\boldsymbol{E}_B \boldsymbol{H}_A]\,\boldsymbol{n})\,\mathrm{d}S\,,$$

kde $\boldsymbol{E}_A$ je intensita elektrického pole, které přísluší intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_A$,
$\boldsymbol{E}_B$ intensita elektrického pole, které přísluší intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_B$.

Nechť přísluší intensitě elektrického pole $\boldsymbol{E}_A$ (na S_{12}) v oboru V_1 intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_{1A}$ a v oboru V_2 intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_{2A}$. Podobně nechť přísluší intensitě elektrického pole $\boldsymbol{E}_B$ v oboru V_1 intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_{1B}$ a v oboru V_2 intensita magnetického pole $\boldsymbol{H}_{2B}$. Dále položme

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} &\equiv \boldsymbol{E}_{1A}\,, \\ \mathbf{K}(\boldsymbol{A}) &\equiv [\boldsymbol{H}_{1A}\boldsymbol{n}_{12}] + [\boldsymbol{H}_{2A}\boldsymbol{n}_{21}]\,, \\ \boldsymbol{B} &\equiv \boldsymbol{E}_{2A}\,, \\ \mathbf{K}(\boldsymbol{B}) &\equiv [\boldsymbol{H}_{1B}\boldsymbol{n}_{12}] + [\boldsymbol{H}_{2B}\boldsymbol{n}_{21}]\,. \end{aligned} \tag{6'}$$

Podle Lorentzova vztahu reciprocity platí

$$\int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_B[\boldsymbol{H}_{1A}\boldsymbol{n}_{12}])\,\mathrm{d}S = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_A[\boldsymbol{H}_{1B}\boldsymbol{n}_{12}])\,\mathrm{d}S$$

a

$$\int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_B[\boldsymbol{H}_{2A}\boldsymbol{n}_{21}])\, dS = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_A[\boldsymbol{H}_{2B}\boldsymbol{n}_{21}])\, dS .$$

Sečtením těchto rovností dostáváme

$$\int_{S_{12}} \{(\boldsymbol{E}_B[\boldsymbol{H}_{1A}\boldsymbol{n}_{12}]) + (\boldsymbol{E}_B[\boldsymbol{H}_{2A}\boldsymbol{n}_{21}])\}\, dS =$$

$$\int_{S_{12}} \{(\boldsymbol{E}_A[\boldsymbol{H}_{1B}\boldsymbol{n}_{12}]) + (\boldsymbol{E}_A[\boldsymbol{H}_{2B}\boldsymbol{n}_{21}])\}\, dS ,$$

což po úpravě a dosazení podle (6') dává (6), c. b. d.

3. VLASTNOSTI FUNKCIONÁLU $\Phi = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau \mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\, dS$

Určíme vlastnosti funkcionálu

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau \mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\, dS .$$

Dosadíme-li za $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$ příslušný výraz ze vztahu (1), zjistíme fysikální smysl tohoto funkcionálu. Po dosazení

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau[\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{n}_{12}])\, dS + \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau[\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{n}_{21}])\, dS .$$

Protože $n_{12} = -n_{21}$, vyplývá z předešlého vztahu, že funkcionál $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ je rozdílem toků Poyntingových vektorů tekoucích z oboru V_1 do oboru V_2 a naopak. Pro skutečnou hodnotu intensity magnetického pole $\boldsymbol{H}_1$, $\boldsymbol{H}_2$ a $\boldsymbol{E}_\tau$ musí platit, že na ploše S_{12}

$$\boldsymbol{H}_1 \equiv \boldsymbol{H}_2 ,$$

tedy, že $\boldsymbol{H}_2$ je pokračováním $\boldsymbol{H}_1$, a pak

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = 0 .$$

Funkcionál $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ může být tedy mírou přesnosti výpočtu tvaru pole v oboru V_1 a V_2.

Dokážeme ještě stacionárnost funkcionálu $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ v případě, že $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$ se rovná nule. Dosaďme do vztahu pro $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ místo $\boldsymbol{E}_\tau$ vektor $\boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B}$, kde α je skalární veličina a $\boldsymbol{B}$ libovolná vektorová funkce přídavného elektrického pole na S_{12}. Pak

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B}) = \int_{S_{12}} (\langle \boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B}\rangle \,.\, \mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B}))\, dS = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau \mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\, dS +$$

$$+ \alpha \int (\boldsymbol{E}_\tau \mathbf{K}(\boldsymbol{B}))\, dS + \int_{S_{12}} (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\, dS + \alpha^2 \int_{S_{12}} (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{B}))\, dS .$$

Vzhledem k symetričnosti operátoru $\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau)$

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B}) = \int_{S_{12}} (\boldsymbol{E}_\tau \mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\,\mathrm{d}S + 2\alpha \int_{S_{12}} (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\,\mathrm{d}S + \alpha^2 \int_S (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{B}))\,\mathrm{d}S\,. \tag{7}$$

Určíme, jak se bude měnit funkcionál Φ se změnou veličiny α. Rozvedeme předešlý vztah v mocninovou řadu podle α a označíme jako první variaci $\delta\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ druhý člen v uvedené řadě, tedy výraz

$$\delta\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = \frac{\partial}{\partial\alpha}\,|\Phi_{\alpha=0}(\boldsymbol{E}_\tau + \alpha\boldsymbol{B})|\,\alpha\,.$$

Určíme-li první variaci ze vztahu (7), dostaneme

$$\delta\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = 2\alpha \int_{S_{12}} (\boldsymbol{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau))\,\mathrm{d}S\,. \tag{8}$$

Funkcionál $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ je stacionární tehdy, je-li jeho první variace rovna nule. V našem případě, jak plyne ze vztahu (8), je to při obecné vektorové funkci $\boldsymbol{B}$ tehdy, platí-li

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau) = 0\,. \tag{9}$$

To znamená, že funjcionál $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau)$ je stacionární tehdy, je-li intensita magnetického pole v oboru V_1 funkcionálním pokračováním intensity magnetického pole v oboru V_2. Při tom, platí-li (9), platí

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = 0\,. \tag{10}$$

Vztah (10) je podmínkou nutnou pro určení skutečné hodnoty $\boldsymbol{E}_\tau$, nikoliv však postačující. Vedle vztahu (10) musí být splněna podmínka stacionárnosti. Vztahu (10) a podmínky stacionárnosti použijeme při řešení elektromagnetického pole ve složité soustavě elektromagnetického prostředí.

Ve vztahu (10) jsme předpokládali, že je tečná složka intensity elektrického pole funkcí parametru α. Můžeme-li vyjádřit intensitu elektrického pole a intensitu magnetického pole jako funkci více parametrů, které označíme $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$, pak

$$\boldsymbol{E}_\tau = \boldsymbol{E}(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\,,$$
$$\mathbf{K}(\boldsymbol{E}_\tau) = \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\,.$$

Stacionárnosti funkcionálu Φ při skutečné hodnotě $\boldsymbol{E}_\tau$ využijeme k tomu, abychom určili neznámé parametry $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$. Při tom podmínku stacionárnosti, totiž že první variace funkcionálu je nulová, nahradíme podmínkou minima funkcionálu Φ vzhledem k parametrům $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Pro určení neznámých parametrů $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ použijeme tedy podmínky

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha_1} = 0\,, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\alpha_2} = 0\,, \ldots, \frac{\partial\Phi}{\partial\alpha_n} = 0\,. \tag{11}$$

Funkcionál Φ udává rozdíl Poyntigových toků hraniční plochou S_{12}, tekoucích z oboru V_1 do oboru V_2 a naopak. Pak tedy platí

$$\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = \int_{S_{12}} \{([\boldsymbol{E}_\tau \boldsymbol{H}_1] \boldsymbol{n}_{12}) + ([\boldsymbol{E}_\tau \boldsymbol{H}_2] \boldsymbol{n}_{21})\} \, \mathrm{d}S \, .$$

Při skutečných hodnotách $\boldsymbol{E}_\tau$, $\boldsymbol{H}_1$ a $\boldsymbol{H}_2$ je $\Phi(\boldsymbol{E}_\tau) = 0$. Pak, uvážíme-li, že $\boldsymbol{n}_{12} = - \boldsymbol{n}_{21}$,

$$\int_{S_{12}} ([\boldsymbol{E}_\tau \boldsymbol{H}_1] \boldsymbol{n}) \, \mathrm{d}S = \int_{S_{12}} ([\boldsymbol{E}_\tau \boldsymbol{H}_2] \boldsymbol{n}) \, \mathrm{d}S \, .$$

V mnohých případech (při nejhrubších přiblíženích) můžeme pokládat intensitu elektrického pole na hraniční ploše za konstantní. Pak podmínka rovnosti toků Poyntingových vektorů přejde v podmínku rovnosti středních hodnot tečné složky intensity magnetického pole na hraniční ploše S_{12}

$$\int_{S_{12}} \boldsymbol{H}_{\tau_1} \, \mathrm{d}S = \int_{S_{12}} \boldsymbol{H}_{\tau_2} \, \mathrm{d}S \, ,$$

kde $\boldsymbol{H}_{\tau_1}$ je tečná složka intensity magnetického pole na S_{12} se strany oboru V_1,
$\boldsymbol{H}_{\tau_2}$ tečná složka intensity magnetického pole na S_{12} se strany oboru V_2.

Předešlý vztah je zvláštním případem podmínky stacionárnosti rozdílu Poyntingových toků.

Tečnou složku intensity elektrického pole $\boldsymbol{E}_\tau$ vyjadřujeme obvykle v uzavřených soustavách superposicí vlastních vektorových funkcí V_1 nebo V_2. V tomto případě můžeme pokládat za parametry α amplitudy jednotlivých vlastních vektorových funkcí (vidů). Podmínky (11) použijeme pak k tomu, abychom určili velikosti amplitud jednotlivých vektorových funkcí a dispersní rovnici zkoumaného prostoru.

4. MÍRA PŘESNOSTI VÝPOČTU FUNKCIONÁLU Φ PODLE ENERGIE

Přesnost výpočtu funkcionálu Φ se určí podle míry přiblížení, která je v ruské literatuře označována jako míra přiblížení podle energie. Nechť $\mathbf{A}$ je lineární operátor s definičním oborem Ω (plocha, objem), $\boldsymbol{u}$ a $\boldsymbol{v}$ dva funkcionální vektorové argumenty operátoru $\mathbf{A}$. Pak je definována míra přiblížení funkce $\boldsymbol{u}$ k funkci $\boldsymbol{v}$ vztahem [3]

$$\int_{\Omega} (\langle \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v} \rangle \, . \, \mathbf{A}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v})) \, \mathrm{d}\Omega \, . \tag{12}$$

V našem případě je funkcionálním argumentem operátoru $\mathbf{K}$ tečná složka intensity elektrického pole $\boldsymbol{E}_\tau$ na styčné ploše S_{12}. Tečnou složku intensity elektrického pole musíme spočítat a při složitých geometrických tvarech ji nespočítáme zcela přesně, nýbrž přibližně. Označme přesnou hodnotu $\mathbf{E}_\tau$ a přibližnou $\mathbf{E}_{\tau p}$. Položme ve vztahu (12)

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &\equiv \mathbf{E}_\tau , \\ \mathbf{v} &\equiv \mathbf{E}_{\tau p} , \\ \mathbf{A} &\equiv \mathbf{K} . \end{aligned}$$

Pak, označíme-li míru přibližnosti Δ^2, dostaneme

$$\Delta^2 = \int_{S_{12}} (\langle \mathbf{E}_\tau - \mathbf{E}_{\tau p} \rangle \,.\, \mathbf{K}(\mathbf{E}_\tau - \mathbf{E}_{\tau p}))\, \mathrm{d}S \,.$$

Uvážíme-li, že operátor $\mathbf{K}$ je lineární a symetrický a že platí pro správnou hodnotu $\mathbf{E}_\tau$ vztah (9) a (10), dostaneme po úpravě

$$\Delta^2 = \int_{S_{12}} (\mathbf{E}_{\tau p} \,.\, \mathbf{K}(\mathbf{E}_{\tau p}))\, \mathrm{d}S = \Phi(\mathbf{E}_{\tau p}) \,. \tag{13}$$

Je tedy hodnota funkcionálu Φ funkcionálního argumentu, rovnajícího se přibližné hodnotě tečné složky intensity elektrického pole na S_{12} kvadrátem míry přiblížení. Podle vztahu (13) lze srovnávat přesnost výpočtu jednotlivých metod avšak jen u těch, u nichž se můžeme přesvědčit o tom, jak je splněna podmínka stacionárnosti.

Nechť je tečná složka intensity elektrického pole na styčné ploše určená jedním způsobem dána jako Fourierův mnohočlen o n členech, tj.

$$\mathbf{E}_\tau^{(1)} = \sum_n C_k^{(1)} \mathbf{v}_k \,,$$

kde $\mathbf{v}_k$ je vlastní vektorová funkce daného problému,

$C_k^{(1)}$ příslušná amplituda jednotlivých členů funkční řady, určená tímto způsobem.

Podobně budiž

$$\mathbf{E}_\tau^{(2)} = \sum_n C_k^{(2)} \mathbf{v}_k \,,$$

kde $\mathbf{v}_k$ jsou vlastní funkce daného problému, stejné jako v předchozím případě a

$C_k^{(2)}$ příslušné amplitudy jednotlivých členů funkční řady, určené jiným způsobem.

Pak

$$\Phi^{(1)} = \int_{S_{12}} (\sum_n C_k^{(1)} \mathbf{v}_k \,.\, \mathbf{K}(\sum C_k^{(1)} \mathbf{v}_k))\, \mathrm{d}S \,,$$

$$\Phi^{(2)} = \int_{S_{12}} (\sum_n C_k^{(2)} \mathbf{v}_k \,.\, \mathbf{K}(\sum C_k^{(2)} \mathbf{v}_k))\, \mathrm{d}S \,.$$

Nechť jsou konstanty $C_k^{(1)}$ (podle první metody) určeny pomocí podmínky stacionárnosti, která přechází s určitou aproximací v případě parametrického vyjádření v podmínku minima funkcionálu. Platí tedy podle první metody

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C_k} = 0\,, \qquad k = 1, 2, \ldots, n\,,$$

a hodnotu funkcionálu Φ je minimální.[1])

Jsou-li určeny konstanty C_k při stejném počtu členů Fourierova mnohočlenu jakýmkoli jiným způsobem, je hodnota funkcionálu větší než v případě metody, založené na stacionárnosti funkcionálu. Obecně platí, že při srovnávání metod, při nichž vyjadřujeme intensitu elektrického pole na styčné ploše Fourierovým mnohočlenem se stejným počtem členů avšak s jinými koeficienty, je postačujícím kritériem prostá hodnota funkcionálu Φ. Nejvíce se blíží přesnému vyjádření intensity elektrického pole na styčné ploše průběh funkce $\mathbf{E}_r$, určený podle takové metody, při níž je funkcionál Φ minimální.

Použití předložené metody lze rozšířit i na prostory, složené z více dílčích oblastí.

Literatura

[1] *Stratton J. A.:* Electromagnetic Theory, New York, Mc Graw-Hill, 1941.

[2] *Kvasil B.:* Theoretické základy techniky centimetrových vln, SNTL, Praha 1957.

[3] *Михлин, С. Г.:* Вариационные методы в математической физике, Москва 1957.

[4] *Kvasil B.:* Radiolokační antény, SNTL, Praha 1957 (skripta).

[5] *Кисунько, Г. В.:* Електродинамика полых систем, ВКАС, Ленинград 1949.

Резюме

ОБЩИЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОБЛАСТЯХ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ЧАСТИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ С ПРОСТОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

БОГУМИЛ КВАСИЛ (Bohumil Kvasil)

В работе описан способ расчета упорядоченного электромагнитного поля в сложных системах, опирающийся на стационарность функционала поверхностного линейного проводникового тока. Дело касается энергетического метода для расчета электромагнитного поля, дополненного критерием точности при сравнении с другими методами. Сравниваются функциональные ряды, описывающие распределение электромагнитного поля.

[1]) Maximální hodnota je vyloučena, což vyplývá bez podrobného rozboru z fysikální povahy problému.

Summary

A GENERAL DETERMINATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD IN REGIONS COMPOSED OF GEOMETRICALLY SIMPLE COMPONENTS

BOHUMIL KVASIL

This paper is concerned with the determination of the distribution of the electromagnetic field in complicated systems, based on the stationarity of the functional of the surface linear conducting current. This is an energetical method of field description, combined with a precision criterion for a comparison with other methods. Series of functions which describe the distribution of the electromagnetic field are compared.

Adresa autora: Prof. dr. *Bohumil Kvasil*, FTJF, Praha 1, Břehová 7.