Aplikace matematiky

Zdeněk Mokrý

Tabulky pro hodnocení shody několika pořadí

Aplikace matematiky, Vol. 7 (1962), No. 2, 149–160

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102796

TABULKY PRO HODNOCENÍ SHODY NĚKOLIKA POŘADÍ

ZDENĚK MOKRÝ

(Došlo dne 7. června 1960.)

Koeficientem shody podle M. G. KENDALLA je možno za určitých podmínek hodnotit shodu mezi pořadími.

V připojených tabulkách jsou pro výpočet koeficientu W z empirického materiálu uvedeny střední hodnoty součtů pořadových čísel (tabulka 1), hodnoty součinitelů při S_W (tabulka 2) a hodnoty součinitelů při $S_W - 1$ (tabulka 3). Na základě odpovídajících kritických hodnot rozdělení F jsou odvozeny kritické hodnoty koeficientu W pro 5%ní hladinu významnosti (tabulka 4) a pro 1%ní hladinu významnosti (tabulka 5). Tabulky obsahují hodnoty pro počet pořadí $m = 2(1)\ 15, 20, 25, 50, 100$ a pro rozsah výběru $n = 3(1)\ 30(5)\ 50, 75, 100, 125$.

Při řešení problémů se v nejrůznějších oborech vědy i praxe hodnotí vztahy mezi veličinami. V některých případech se osvědčuje ověření shody v pořadí sledovaných statistických jednotek, při čemž pořadí jednotek je pro každý znak vytvořeno podle určitého kritéria. U měřených znaků se místo zkoumaných řad pozorovaných hodnot používá pořadových čísel jednotlivých pozorovaných hodnot znaku seřazených podle velikosti ([1], [4]). U neměřených nebo neměřitelných znaků lze zpravidla obdobně vytvořit kritérium, podle něhož je možno stanovit pořadí zkoumaných statistických jednotek.

V naší praxi jsme se setkali s požadavkem vyhodnotit vztah určité vlastnosti k proměnné, která nenabývala číselných hodnot, ale podle níž bylo možno prvky uspořádat v určitém smyslu podle velikosti. Jako příklad uvádím vztah naměřené síly svalstva nebo zjištěného pracovního výkonu k postavě člověka. Podle postavy byly jednotlivé osoby zařazeny do 25 skupin, např. od nejmenších a současně nejlehčích až k největším a nejtěžším. Byla zkoumána závislost velikosti síly (výkonu) na postavě pracovníka.

Obdobně bylo postupováno, když sledovaných veličin byl větší počet. Byly hledány a prokázány určité shody v počtu onemocnění (počtu pacientů, kteří se s určitými chorobami dostavili v určitý den k lékaři), ve stavu vnějšího prostředí, které je charakterizováno teplotou, vlhkostí a dalšími meteorologickými prvky v určité době [5], a podobně.

Obecně je úkol formulován tak, že se stanoví m pořadí pro n jednotek ve výběru vzhledem ke všem m znakům a že se zjistí, zda všechna pořadí spolu souhlasí, tj. zda jednotky mají souhlasné uspořádání při seřazení podle velikosti pozorovaných hodnot nebo podle jiného kritéria pro jednotlivé znaky.

Máme-li např. ve výběru o rozsahu $n = 5$ prvků, které

označíme čísly	1	2	3	4	5	,
hodnoty znaku A	4	5	38	33	29	a
hodnoty znaku B	96	98	0	97	25	,

jsou pořadová čísla jednotlivých prvků

podle znaku A	1	2	5	4	3	a
podle znaku B	3	5	1	4	2	.

Na základě součtů pořadových čísel pro jednotlivé prvky, které

jsou v tomto příkladě	4	7	6	8	5	,

dostaneme pořadí prvků vzhledem k oběma znakům: první je prvek č. 1, druhý je prvek č. 5, na třetím místě je prvek č. 3, na čtvrtém je č. 2, na pátém místě je prvek č. 4.

Jestliže má několik prvků stejnou hodnotu určitého znaku, přiřadíme každému prvku jako pořadové číslo průměr příslušných pořadových čísel, jež by těmto prvkům patřila, kdyby hodnoty byly od sebe různé. Platí zde zásada, aby stejným původním číslům (hodnotám znaku) odpovídalo také stejné číslo pořadí. Podle toho budou např. hodnotám (seřazeným podle velikosti)

1	2	3	3	3	4	5	5	6	7

přiřazena pořadová čísla

1	2	4	4	4	6	7,5	7,5	9	10

Pořadové číslo 4 je průměr pořadových čísel 3, 4, 5, která by patřila prvkům s uvažovanou hodnotou 3, kdyby bylo možno „hodnoty 3“ od sebe odlišit (např. jako 2,9; 3,0 a 3,1) a prvky seřadit podle velikosti hodnot. Podobně 7,5 je průměr pořadových čísel 7 a 8, příslušejících prvkům s hodnotou 5.

Součet všech pořadových čísel musí být obecně roven $\frac{1}{2}mn(n + 1)$, z čehož plyne, že průměrný součet pořadových čísel pro jeden prvek je roven $\frac{1}{2}m(n + 1)$ [střední hodnota součtu].

Součet čtverců odchylek součtů pořadových čísel pro jednotlivé prvky od střední hodnoty součtu pořadových čísel označíme S_W. Jestliže je úplný souhlas pořadí, součty pro jednotlivé prvky jsou $m, 2m, \ldots, nm$ a součet je roven

(1) $$S_W = \frac{1}{12}m^2(n^3 - n)\,.$$

Podíl

(2) $$\frac{S_W}{m^2(n^3 - n)/12}$$

ve tvaru

$$\frac{12S_W}{m^2(n^3 - n)} = W \tag{3}$$

se nazývá koeficient shody nebo koeficient souhlasu ([3], [4]). Pro malé hodnoty m a n požaduje Kendall [3] použití korekce, při které se v podílu (2) S_W zmenší o jedničku a jmenovatel zvětší o 2, takže koeficient shody (3) nabývá tvaru

$$W = \frac{12(S_W - 1)}{m^2(n^3 - n) + 24}. \tag{4}$$

Hodnoty koeficientu W vyjadřují míru shody v pořadových číslech a pohybují se mezi nulou a jedničkou.

a) Jsou-li všechna pořadí podle vyšetřovaných hledisek na sobě nezávislá, má každý prvek stejnou střední hodnotu součtu všech pořadí, a to $\frac{1}{2}m(n + 1)$. Při nezávislosti je součet pořadových čísel u každého hodnoceného prvku blízký této hodnotě, takže S_W je malé a W se blíží nule. Nula je extrémní hodnota koeficientu W. Z hodnoty $W = 0$ nebo $W \sim 0$ však nevyplývá nezávislost. Např. pro dvě pořadí právě opačná, která vznikají při nepřímé (záporné) funkční závislosti, je součet pořadových čísel pro každý prvek konstantní, a proto je v tomto případě $S_W = 0$ a $W = 0$. Koeficient $W \cong 0$ ukazuje, že není shoda mezi pořadími, avšak nevylučuje určitou závislost hodnot sledovaných znaků.

b) Nejsou-li pořadí na sobě nezávislá, je určitá shoda v uspořádání prvků podle jednotlivých znaků. Čím jsou uspořádání shodnější, tím více se součty pořadí pro jednotlivé prvky liší od střední hodnoty a vzrůstá hodnota S_W. Pro extrémní případ je $S_W = \frac{1}{12}m^2(n^3 - n)$ a podle (3) hodnota koeficientu $W = 1$. Hodnota $W \cong 1$ ukazuje, že je vysoká shoda v pořadích.

Závěry, které vyplývají z hodnot $0 \leqslant W \leqslant 1$, tvoříme na základě výsledku testu významnosti pro koeficient shody W.

Koeficient W jako náhodná proměnná odvozená z výběru má za předpokladu vzájemné nezávislosti pořadových čísel podle Kendalla [3] rozdělení, které lze aproximativně vyjádřit ve tvaru

$$\mathrm{d}F = \frac{1}{B(p, q)} W^{p-1}(1 - W)^{q-1}\,\mathrm{d}W, \tag{5}$$

kde $0 \leq W \leq 1$ a $B(p, q)$ je beta-funkce pro $p = \frac{1}{2}(n - 1) - 1/m$ a $q = (m - 1)\,p$.

Kendall dále uvádí, že toto rozdělení lze transformací převést na rozdělení z. Proto lze významnost koeficientu W testovat pomocí tabulek tohoto rozdělení z, při čemž

$$z = \tfrac{1}{2}\log_e \frac{(m - 1)\,W}{1 - W} \tag{6}$$

s počtem stupňů volnosti

$$f_1 = (n - 1) - \frac{2}{m} \quad \text{a} \quad f_2 = (m - 1) f_1 .$$

Vzhledem k vztahům (6) a $z = \frac{1}{2} \log_e F$ (viz např. [2]) lze psát, že

$$F = \frac{(m - 1) W}{1 - W}. \tag{7}$$

Tohoto vztahu jsem použil a z kritických hodnot rozdělení F ([2], tab. 12) jsem vypočítal odpovídající koeficienty

$$W = \frac{F}{F + m - 1}, \tag{8}$$

které jsou pro 5%ní hladinu významnosti sestaveny v tabulce 4 a pro 1%ní hladinu významnosti v tabulce 5. Všechny hodnoty nutno násobit 10^{-3}.

Vzhledem k tomu, že počet stupňů volnosti f_1 a f_2 nejsou celá čísla, bylo nutno potřebné hodnoty F vypočítat interpolací v tabulkách kritických hodnot rozdělení F. Přesnost tabelovaných hodnot F je $\pm 0{,}0005$. Protože bylo lineárně interpolováno mezi těmito hodnotami a byl počítán podíl W, je přesnost vypočtených kritických hodnot omezena na dvě desetinná místa; třetí desetinné místo je uváděno orientačně a proto, aby se chyba ještě nezvětšila zaokrouhlením.

POSTUP TESTOVACÍ METODY PŘI POUŽITÍ TABULEK Č. 1 AŽ 5.

Na n prvcích jsou zjištěny hodnoty m vlastností. Pro každou vlastnost uspořádáme prvky podle stanoveného kritéria (např. podle velikosti hodnot znaku) a prvkům přiřadíme příslušná pořadová čísla.

Pořadová čísla sečteme pro každý prvek a součty odečteme od střední hodnoty $\frac{1}{2}m(n - 1)$. Střední hodnoty součtů pořadových čísel jsem vypočetl a sestavil do tabulky 1 pro hodnoty $m = 2\,(1)\,15$, 20, 25, 50, 100 a pro $n = 3\,(1)\,30\,(5)\,50$, 75, 100, 125.

Pro každý prvek stanovíme tedy rozdíl d_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) součtu jeho pořadových čísel od střední hodnoty. Součet těchto rozdílů je roven nule, tj.

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = 0. \tag{9}$$

Splnění rovnice (9) v počítaném případě je vlastně kontrola správnosti výpočtu.

Dále vypočteme d_i^2 a součet

$$S_W = \sum_{i=1}^{n} d_i^2. \tag{10}$$

Hodnotu S_W dosadíme do vzorce (3) nebo (4) pro koeficient W a vypočteme jeho hodnotu pro daný případ.

Výpočet W lze velmi usnadnit použitím tabulek 2 a 3, kde jsou tabelovány hodnoty součinitelů $12/[m^2(n^3 - n)]$ a $12/[m^2(n^3 - n) + 24]$, které jsem napočítal pro stejná m a n jako tabulku 1. Pro tento účel uvažujeme výraz (3) ve tvaru

$$W = S_W \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \tag{11}$$

a výraz (4) ve tvaru

$$W = (S_W - 1) \frac{12}{m^2(n^3 - n) + 24}. \tag{12}$$

Hodnotu S_W vypočtenou podle rovnice (10) násobíme příslušným součinitelem z tabulky 2. Podobně hodnotu $S_W - 1$ násobíme součinitelem z tabulky 3. V tabulce 2 a 3 jsou ze součinitelů, které jsou vesměs menší než 1, uvedena jen desetinná místa se zaokrouhlením na 3 platné číslice (např. 0^3826 znamená hodnotu 0,000826). V tabulce 3 jsou zde otištěny hodnoty pouze v oboru $m = 2(1)\,10$ a $n = 2(1)\,10$; ostatní hodnoty těchto součinitelů se od hodnot součinitelů z tabulky 2 neliší o víc než jednotku na posledním tabelovaném desetinném místě.

Další dosud obvyklý přepočet koeficientu W na hodnoty z nebo F odpadá a vypočítanou hodnotu koeficientu shody W porovnáme s tabelovanou kritickou hodnotou pro příslušný počet stupňů volnosti a zvolenou 1 nebo 5%ní hladinu významnosti.

Je-li vypočtená hodnota W větší než kritická hodnota $W_{5\%}$ z tabulky 4, resp. $W_{1\%}$ z tabulky 5, říkáme, že hodnota koeficientu shody W je významná na odpovídající hladině významnosti.

PŘÍKLAD

Úkolem je zjistit, zda je shoda v pořadí podle 6 různých znaků, které společně slouží k popisu zkoumaného prostředí v určitém období a které dávají možnost stanovit pořadí těchto období podle prostředí charakterizovaného s přihlédnutím k těmto 6 znakům.

Na základě pozorovaných hodnot

Období	Charakteristiky prostředí					
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
1	4	0	−573	−376	92	6
2	38	98	−956	−718	136	0
3	33	98	−622	−208	57	2
4	29	98	−734	−434	113	1
5	4	29	−554	+ 55	96	1

sestavíme pořadová čísla pro jednotlivá období							Součet	Pořadí
1	1,5	1	2	3	2	1	10,5	1
2	5	4	5	5	5	5	29	5
3	4	4	3	2	1	2	16	3
4	3	4	4	4	4	3,5	22,5	4
5	1,5	2	1	1	3	3,5	12	2

Tabulka 1. Střední hodnoty součtů

m \ n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
3	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	16,5	18,0	19,5	21,0	22,5	24,0	25,5	27,0	28,5	30,0
4	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0	24,0	26,0	28,0	30,0	32,0	34,0	36,0	38,0	40,0
5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0	27,5	30,0	32,5	35,0	37,5	40,0	42,5	45,0	47,5	50,0
6	12,0	15,0	18,0	21,0	24,0	27,0	30,0	33,0	36,0	39,0	42,0	45,0	48,0	51,0	54,0	57,0	60,0
7	14,0	17,5	21,0	24,5	28,0	31,5	35,0	38,5	42,0	45,5	49,0	52,5	56,0	59,5	63,0	66,5	70,0
8	16,0	20,0	24,0	28,0	32,0	36,0	40,0	44,0	48,0	52,0	56,0	60,0	64,0	68,0	72,0	76,0	80,0
9	18,0	22,5	27,0	31,5	36,0	40,5	45,0	49,5	54,0	58,5	63,0	67,5	72,0	76,5	81,0	85,5	90,0
10	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0	95,0	100,0
11	22,0	27,5	33,0	38,5	44,0	49,5	55,0	60,5	66,0	71,5	77,0	82,5	88,0	93,5	99,0	104,5	110,0
12	24,0	30,0	36,0	42,0	48,0	54,0	60,0	66,0	72,0	78,0	84,0	90,0	96,0	102,0	108,0	114,0	120,0
13	26,0	32,5	39,0	45,5	52,0	58,5	65,0	71,5	78,0	84,5	91,0	97,5	104,0	110,5	117,0	123,5	130,0
14	28,0	35,0	42,0	49,0	56,0	63,0	70,0	77,0	84,0	91,0	98,0	105,0	112,0	119,0	126,0	133,0	140,0
15	30,0	37,5	45,0	52,5	60,0	67,5	75,0	82,5	90,0	97,5	105,0	112,5	120,0	127,5	135,0	142,5	150,0
20	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0	100,0	110,0	120,0	130,0	140,0	150,0	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0
25	50,0	62,5	75,0	87,5	100,0	112,5	125,0	137,5	150,0	162,5	175,0	187,5	200,0	212,5	225,0	237,5	250,0
50	100,0	125,0	150,0	175,0	200,0	225,0	250,0	275,0	300,0	325,0	350,0	375,0	400,0	425,0	450,0	475,0	500,0
100	200,0	250,0	300,0	350,0	400,0	450,0	500,0	550,0	600,0	650,0	700,0	750,0	800,0	850,0	900,0	950,0	1000.0

Tabulka 2. Hodnoty

m \ n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	12500	05000	02500	01429	00893	00595	00417	00303	00227	$0017\bar{5}$	00137	00110	$0^{3}893$	$0^{3}736$	$0^{3}613$	$0^{3}516$	$0^{3}439$
3	05556	02222	01111	$0063\bar{5}$	00397	$0026\bar{5}$	00185	$0013\bar{5}$	00101	$0^{3}777$	$0^{3}611$	$0^{3}488$	$0^{3}397$	$0^{3}327$	$0^{3}272$	$0^{3}229$	$0^{3}19\bar{5}$
4	03125	01250	00625	00357	00223	00149	00104	$0^{3}758$	$0^{3}568$	$0^{3}437$	$0^{3}343$	$0^{3}27\bar{5}$	$0^{3}223$	$0^{3}184$	$0^{3}153$	$0^{3}129$	$0^{3}110$
5	02000	00800	00400	00229	00143	$0^{3}952$	$0^{3}667$	$0^{3}48\bar{5}$	$0^{3}364$	$0^{3}280$	$0^{3}220$	$0^{3}176$	$0^{3}143$	$0^{3}118$	$0^{4}980$	$0^{4}826$	$0^{4}702$
6	01389	00556	00278	00159	$0^{3}992$	$0^{3}661$	$0^{3}463$	$0^{3}337$	$0^{3}253$	$0^{3}194$	$0^{3}153$	$0^{3}122$	$0^{4}992$	$0^{4}817$	$0^{4}681$	$0^{4}573$	$0^{4}487$
7	01020	00408	00204	00117	$0^{3}729$	$0^{3}486$	$0^{3}282$	$0^{3}247$	$0^{3}186$	$0^{3}143$	$0^{3}112$	$0^{4}897$	$0^{4}729$	$0^{4}499$	$0^{4}500$	$0^{4}421$	$0^{4}358$
8	00781	00312	00156	$0^{3}893$	$0^{3}558$	$0^{3}372$	$0^{3}260$	$0^{3}189$	$0^{3}142$	$0^{3}109$	$0^{4}859$	$0^{4}687$	$0^{4}558$	$0^{4}460$	$0^{4}383$	$0^{4}322$	$0^{4}274$
9	00617	00247	00123	$0^{3}705$	$0^{3}441$	$0^{3}294$	$0^{3}206$	$0^{3}150$	$0^{3}112$	$0^{4}863$	$0^{4}678$	$0^{4}543$	$0^{4}441$	$0^{4}363$	$0^{4}303$	$0^{4}255$	$0^{4}217$
10	00500	00200	00100	$0^{3}571$	$0^{3}357$	$0^{3}238$	$0^{3}167$	$0^{3}121$	$0^{4}909$	$0^{4}699$	$0^{4}549$	$0^{4}440$	$0^{4}357$	$0^{4}294$	$0^{4}245$	$0^{4}206$	$0^{4}175$
11	00413	00165	$0^{3}826$	$0^{3}472$	$0^{3}295$	$0^{3}197$	$0^{3}138$	$0^{3}100$	$0^{4}751$	$0^{4}578$	$0^{4}454$	$0^{4}363$	$0^{4}295$	$0^{4}243$	$0^{4}203$	$0^{4}171$	$0^{4}14\bar{5}$
12	00347	00139	$0^{3}694$	$0^{3}397$	$0^{3}248$	$0^{3}165$	$0^{3}116$	$0^{4}842$	$0^{4}631$	$0^{4}486$	$0^{4}382$	$0^{4}305$	$0^{4}248$	$0^{4}204$	$0^{4}170$	$0^{4}143$	$0^{4}122$
13	00296	00118	$0^{3}592$	$0^{3}338$	$0^{3}211$	$0^{3}141$	$0^{4}986$	$0^{4}717$	$0^{4}538$	$0^{4}414$	$0^{4}325$	$0^{4}260$	$0^{4}211$	$0^{4}174$	$0^{4}145$	$0^{4}122$	$0^{4}104$
14	00255	00102	$0^{3}510$	$0^{3}292$	$0^{3}182$	$0^{3}121$	$0^{4}850$	$0^{4}618$	$0^{4}464$	$0^{4}357$	$0^{4}280$	$0^{4}224$	$0^{4}182$	$0^{4}150$	$0^{4}125$	$0^{4}105$	$0^{5}895$
15	00196	$0^{3}889$	$0^{3}444$	$0^{3}254$	$0^{3}159$	$0^{3}106$	$0^{4}741$	$0^{4}539$	$0^{4}404$	$0^{4}311$	$0^{4}244$	$0^{4}195$	$0^{4}159$	$0^{4}131$	$0^{4}108$	$0^{5}917$	$0^{5}780$
20	00125	$0^{3}500$	$0^{3}250$	$0^{3}183$	$0^{4}893$	$0^{4}595$	$0^{4}417$	$0^{4}303$	$0^{4}227$	$0^{4}17\bar{5}$	$0^{4}137$	$0^{4}110$	$0^{5}893$	$0^{5}735$	$0^{5}613$	$0^{5}516$	$0^{5}439$
25	$0^{3}800$	$0^{3}320$	$0^{3}160$	$0^{4}914$	$0^{4}571$	$0^{4}381$	$0^{4}267$	$0^{4}193$	$0^{4}145$	$0^{4}112$	$0^{5}879$	$0^{5}703$	$0^{5}571$	$0^{5}471$	$0^{5}392$	$0^{5}330$	$0^{5}281$
50	$0^{3}200$	$0^{4}800$	$0^{4}400$	$0^{4}229$	$0^{4}143$	$0^{5}952$	$0^{5}667$	$0^{5}48\bar{5}$	$0^{5}364$	$0^{5}280$	$0^{5}220$	$0^{5}176$	$0^{5}143$	$0^{5}118$	$0^{6}980$	$0^{6}826$	$0^{6}702$
100	$0^{4}500$	$0^{4}200$	$0^{4}100$	$0^{5}571$	$0^{5}357$	$0^{5}238$	$0^{5}167$	$0^{5}121$	$0^{6}909$	$0^{6}699$	$0^{6}549$	$0^{6}440$	$0^{6}357$	$0^{6}294$	$0^{6}245$	$0^{6}206$	$0^{6}175$

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	75	100	125
21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0	31,0	36,0	41,0	46,0	51,0	76,0	101,0	126,0
31,5	33,0	34,5	36,0	37,5	39,0	40,5	42,0	43,5	45,0	46,5	54,0	61,5	69,0	76,5	114.0	151,5	189,0
42,0	44,0	46,0	48,0	50,0	52,0	54,0	56,0	58,0	60,0	62,0	72,0	82,0	92,0	102,0	152,0	202,0	252,0
52,5	55,0	57,5	60,0	62,5	65,0	67,5	70,0	72,5	75,0	77,5	90,0	102,5	115,0	127,5	190,0	252,5	315,0
63,0	66,0	69,0	72,0	75,0	78,0	81,0	84,0	87,0	90,0	93,0	108,0	123,0	138,0	153,0	228,0	303,0	378,0
73,5	77,0	80,5	84,0	87,5	91,0	94,5	98.0	101,5	105,0	108,5	126,0	143,5	161,0	178,5	266,0	353,5	441,0
84,0	88,0	92,0	96,0	100.0	104,0	108,0	112.0	116,0	120,0	124,0	144,0	164,0	184,0	204,0	304,0	404.0	504,0
94,5	99,0	103,5	108,0	112,5	117,0	121,5	126,0	130,5	135.0	139,5	162,0	184,5	207,0	229,5	342,0	454,5	567,0
105,0	110,0	115,0	120,0	125,0	130,0	135,0	140,0	145,0	150,0	155,0	180,0	205,0	230,0	255,0	380,0	505,0	630,0
115,5	121,0	126.5	132,0	137,5	143,0	148,5	154,0	159,5	165,0	170.5	198,0	225,5	253.0	280,5	418,0	555,5	693,0
126,0	132,0	138,0	144,0	150,0	156,0	162,0	168,0	174,0	180,0	186,0	216,0	246,0	276,0	306,0	456,0	606,0	756,0
136,5	143,0	149.5	156,0	162,5	169,0	175,5	182,0	188,5	195,0	201,5	234,0	266,5	299,0	331.5	494,0	656,5	819,0
147,0	154,0	161,0	168,0	175,0	182,0	189,0	196,0	203,0	210,0	217,0	252,0	287,0	322,0	357,0	532,0	707,0	882,0
157,5	165,0	172,5	180,0	187,5	195,0	202,5	210,0	217,5	225,0	232,5	270,0	307,5	345,0	382,5	570,0	757,5	945,0
210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260.0	270,0	280,0	290.0	300,0	310,0	360,0	410,0	460,0	510,0	760,0	1010,0	1260,0
262,5	275,0	287,5	300,0	312,5	325,0	337,5	350,0	362,5	375,0	387,5	450,0	512,5	575,0	637,5	950,0	1262,5	1575,0
525,0	550,0	575,0	600,0	625,0	650,0	675,0	700,0	725,0	750,0	775,0	900.0	1025,0	1150,0	1275,0	1900.0	2525,0	3150,0
1050,0	1100,0	1150,0	1200,0	1250,0	1300,0	1350,0	1400,0	1450,0	1500,0	1550.0	1800,0	2050,0	2300,0	2550,0	3800,0	5050,0	6300,0

$$\frac{12}{m^2(n^3-n)}$$

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	75	100	125
$0^{3}376$	$0^{3}32\bar{5}$	$0^{3}282$	$0^{3}247$	$0^{3}217$	$0^{3}192$	$0^{3}171$	$0^{3}153$	$0^{3}137$	$0^{3}123$	$0^{3}111$	$0^{4}700$	$0^{4}469$	$0^{4}329$	$0^{4}240$	$0^{5}711$	$0^{5}300$	$0^{5}154$
$0^{3}167$	$0^{3}144$	$0^{3}125$	$0^{3}110$	$0^{4}966$	$0^{4}85\bar{5}$	$0^{4}760$	$0^{4}678$	$0^{4}608$	$0^{4}547$	$0^{4}494$	$0^{4}311$	$0^{4}208$	$0^{4}146$	$0^{4}107$	$0^{5}316$	$0^{5}133$	$0^{6}683$
$0^{4}940$	$0^{4}812$	$0^{4}706$	$0^{4}618$	$0^{4}543$	$0^{4}481$	$0^{4}427$	$0^{4}382$	$0^{4}342$	$0^{4}308$	$0^{4}278$	$0^{4}175$	$0^{4}117$	$0^{5}823$	$0^{5}600$	$0^{5}178$	$0^{6}750$	$0^{6}384$
$0^{4}602$	$0^{4}519$	$0^{4}452$	$0^{4}395$	$0^{4}348$	$0^{4}308$	$0^{4}274$	$0^{4}244$	$0^{4}219$	$0^{4}197$	$0^{4}178$	$0^{4}112$	$0^{5}750$	$0^{5}527$	$0^{5}384$	$0^{5}114$	$0^{6}480$	$0^{6}246$
$0^{4}418$	$0^{4}361$	$0^{4}314$	$0^{4}274$	$0^{4}242$	$0^{4}214$	$0^{4}190$	$0^{4}170$	$0^{4}152$	$0^{4}137$	$0^{4}124$	$0^{5}778$	$0^{5}408$	$0^{5}366$	$0^{5}267$	$0^{6}790$	$0^{6}333$	$0^{6}171$
$0^{4}307$	$0^{4}265$	$0^{4}230$	$0^{4}202$	$0^{4}177$	$0^{4}157$	$0^{4}140$	$0^{4}12\bar{5}$	$0^{4}112$	$0^{4}101$	$0^{5}908$	$0^{5}572$	$0^{5}383$	$0^{5}269$	$0^{5}196$	$0^{6}581$	$0^{6}2\bar{4}5$	$0^{6}125$
$0^{4}23\bar{5}$	$0^{4}203$	$0^{4}176$	$0^{4}154$	$0^{4}136$	$0^{4}120$	$0^{4}107$	$0^{5}954$	$0^{5}855$	$0^{5}770$	$0^{5}695$	$0^{5}438$	$0^{5}293$	$0^{5}206$	$0^{5}150$	$0^{6}44\bar{5}$	$0^{6}188$	$0^{7}960$
$0^{4}186$	$0^{4}160$	$0^{4}139$	$0^{4}122$	$0^{4}107$	$0^{5}950$	$0^{5}844$	$0^{5}754$	$0^{5}676$	$0^{5}608$	$0^{5}549$	$0^{5}346$	$0^{5}232$	$0^{5}163$	$0^{5}119$	$0^{6}351$	$0^{6}148$	$0^{7}759$
$0^{4}150$	$0^{4}130$	$0^{4}113$	$0^{5}988$	$0^{5}870$	$0^{5}769$	$0^{5}684$	$0^{5}611$	$0^{5}547$	$0^{5}493$	$0^{5}44\bar{5}$	$0^{5}280$	$0^{5}188$	$0^{5}132$	$0^{6}960$	$0^{6}284$	$0^{6}120$	$0^{7}614$
$0^{4}124$	$0^{4}107$	$0^{5}933$	$0^{5}817$	$0^{5}719$	$0^{5}636$	$0^{5}565$	$0^{5}50\bar{5}$	$0^{5}452$	$0^{5}407$	$0^{5}368$	$0^{5}231$	$0^{5}155$	$0^{5}109$	$0^{6}794$	$0^{6}235$	$0^{7}992$	$0^{7}508$
$0^{4}104$	$0^{5}902$	$0^{5}784$	$0^{5}686$	$0^{5}604$	$0^{5}534$	$0^{5}47\bar{5}$	$0^{5}424$	$0^{5}380$	$0^{5}342$	$0^{5}309$	$0^{5}195$	$0^{5}130$	$0^{6}91\bar{5}$	$0^{6}667$	$0^{6}198$	$0^{7}833$	$0^{7}427$
$0^{5}890$	$0^{5}768$	$0^{5}668$	$0^{5}58\bar{5}$	$0^{5}51\bar{5}$	$0^{5}455$	$0^{5}429$	$0^{5}361$	$0^{5}324$	$0^{5}291$	$0^{5}263$	$0^{5}166$	$0^{5}111$	$0^{6}780$	$0^{6}568$	$0^{6}168$	$0^{7}710$	$0^{7}364$
$0^{5}767$	$0^{5}663$	$0^{5}576$	$0^{5}504$	$0^{5}444$	$0^{5}392$	$0^{5}349$	$0^{5}311$	$0^{5}279$	$0^{5}251$	$0^{5}227$	$0^{5}143$	$0^{6}957$	$0^{6}672$	$0^{6}490$	$0^{6}145$	$0^{7}612$	$0^{7}313$
$0^{5}668$	$0^{5}577$	$0^{5}502$	$0^{5}439$	$0^{5}386$	$0^{5}342$	$0^{5}304$	$0^{5}271$	$0^{5}243$	$0^{5}219$	$0^{5}198$	$0^{5}124$	$0^{6}834$	$0^{6}586$	$0^{6}427$	$0^{6}126$	$0^{7}533$	$0^{7}273$
$0^{5}376$	$0^{5}32\bar{\bar{5}}$	$0^{5}282$	$0^{5}247$	$0^{5}217$	$0^{5}192$	$0^{5}171$	$0^{5}153$	$0^{5}137$	$0^{5}123$	$0^{5}111$	$0^{6}700$	$0^{6}469$	$0^{6}329$	$0^{6}240$	$0^{7}711$	$0^{7}300$	$0^{7}154$
$0^{5}241$	$0^{5}208$	$0^{5}181$	$0^{5}158$	$0^{5}139$	$0^{5}123$	$0^{5}109$	$0^{6}977$	$0^{6}876$	$0^{6}788$	$0^{6}712$	$0^{6}448$	$0^{6}300$	$0^{6}211$	$0^{6}154$	$0^{7}455$	$0^{7}192$	$0^{8}983$
$0^{6}602$	$0^{6}519$	$0^{6}452$	$0^{6}395$	$0^{6}349$	$0^{6}308$	$0^{6}274$	$0^{6}244$	$0^{6}219$	$0^{6}197$	$0^{6}178$	$0^{6}112$	$0^{7}750$	$0^{7}527$	$0^{7}384$	$0^{7}114$	$0^{8}480$	$0^{8}246$
$0^{6}150$	$0^{6}130$	$0^{6}113$	$0^{7}988$	$0^{7}870$	$0^{7}769$	$0^{7}684$	$0^{7}611$	$0^{7}547$	$0^{7}493$	$0^{7}44\bar{\bar{5}}$	$0^{7}280$	$0^{7}188$	$0^{7}132$	$0^{8}960$	$0^{8}284$	$0^{8}120$	$0^{9}614$

Tabulka 3.

$$\text{Hodnoty } \frac{12}{m^2(n^3 - n) + 24}$$

m \ n	3	4	5	6	7	8	9	10
2	10000	04545	02381	01389	00877	00588	00413	00301
3	05000	02128	01087	00627	00394	00263	00185	00134
4	02941	01220	00617	0035$\bar{5}$	00222	00148	00104	$0^{3}756$
5	01923	00787	00397	00228	00142	$0^{3}951$	$0^{3}666$	$0^{3}484$
6	01351	00549	00276	00158	$0^{3}991$	$0^{3}661$	$0^{3}463$	$0^{3}336$
7	01000	0040$\bar{5}$	00203	00116	$0^{3}728$	$0^{3}486$	$0^{3}282$	$0^{3}247$
8	00769	00311	00156	$0^{3}891$	$0^{3}557$	$0^{3}372$	$0^{3}260$	$0^{3}189$
9	00610	00246	00123	$0^{3}704$	$0^{3}441$	$0^{3}294$	$0^{3}206$	$0^{3}150$
10	00495	00199	00100	$0^{3}571$	$0^{3}357$	$0^{3}238$	$0^{3}167$	$0^{3}121$

Poznámka k tabulkám 2 a 3:

Pruhem označená číslice $\bar{5}$ vznikla zaokrouhlením ze 4,5 nebo 4,6 nebo 4,7 nebo 4,8 nebo 4,9. Zaokrouhlujeme-li číslo číslicí, za kterou stojí 5, zůstane číslice beze změny.

Za číslicí 5 neoznačenou následují další číslice, z nichž aspoň jedna je od nuly různá a z nichž číslice bezprostředně stojící za 5 je menší než 5. Zaokrouhlujeme-li číslo číslicí, za kterou stojí 5, zvýší se číslice o jednu. (Případ, aby za číslicí 5 následovaly samé nuly, nenastal při výpočtech a sestavení těchto tabulek.)

Tabulka 4. Kritické hodnoty koeficientu souhlasu *W*

m \ n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	994	950	903	866	835	811	791	775	761	749	738	729	720	713	706	700	695
3	865	752	688	646	615	593	575	560	547	537	528	520	513	506	500	496	492
4	693	595	541	506	480	461	446	434	423	415	408	401	395	390	386	382	378
5	571	489	441	413	393	377	364	354	345	337	331	326	321	317	313	310	307
6	483	413	375	349	331	318	307	299	292	285	279	275	271	268	265	262	259
7	418	358	324	302	287	275	266	258	251	246	242	238	234	231	228	225	222
8	368	315	287	267	252	243	234	227	222	217	213	209	206	203	200	197	194
9	329	281	255	238	226	216	209	203	198	194	190	186	183	180	177	174	171
10	297	254	231	215	204	195	189	183	178	174	171	168	165	162	159	156	153
11	270	232	210	196	186	178	173	168	163	159	156	153	150	147	144	141	139
12	248	213	193	180	171	164	159	154	150	146	143	140	137	134	131	129	128
13	229	197	179	167	158	152	147	142	138	134	131	128	125	123	121	119	118
14	213	183	167	155	147	141	136	132	128	124	121	118	116	114	112	111	110
15	199	171	156	145	138	132	127	123	119	115	112	110	108	107	105	104	103
20	150	129	119	110	104	99	95	92	89	86	84	83	82	81	80	79	78
25	120	104	94	88	83	78	75	73	71	69	68	67	66	65	64	64	63
50	060	52	46	43	41	39	38	37	36	35	34	34	33	33	32	32	32
100	030	26	23	22	21	20	19	18	18	17	17	17	17	17	16	16	16

V tabulce 1 nalezneme pro $m = 6$ a $n = 5$ střední hodnotu 18,0.

Rozdíly součtů pořadových čísel od střední hodnoty 18 z tabulky 1

jsou	$-7{,}5$	11	-2	4,5	-6 .
Jejich dvojmoci jsou	56,25	121	4	20,25	36 a

podle rovnice (10) je součet $S_W = 237{,}5$.

Ze zkoumaného materiálu zjišťujeme použitím tabulky 3 a dosazením do vzorce (12) hodnotu $W = (237{,}5 - 1) \,.\, 0{,}00276 = 0{,}653$. Stejnou hodnotu W bychom po dosazení vypočetli z tvaru (4), jehož numerický výpočet je však složitější.

Porovnáme-li hodnotu $W = 0{,}653$ s kritickými hodnotami z tabulek 4 a 5, zjistíme, že vypočtená hodnota W je větší než kritická hodnota $W_{5\%}$ $(m = 6, n = 5) = 0{,}375$ a také větší než $W_{1\%}$ $(m = 6, n = 5) = 0{,}486$. Hodnotu W lze tedy označit za statisticky významnou (na 5 i 1%ní hladině významnosti).

Podle výsledku testu lze říci, že pořadí spolu významně souhlasí čili že je určitý souhlas mezi uspořádáními a tedy charakteristiky prostředí nejsou vzájemně úplně nezávislé. Pořadí jednotlivých období podle uvažovaných šesti charakteristik je uvedeno v posledním sloupci tabulky na str. 153.

Na vyvrácení námitky, že byly vybrány časové úseky krátké, v nichž mohlo jít jen o dočasnou koincidenci, byla témuž statistickému hodnocení podrobena delší časová období. Kromě toho byly úseky komplexně hodnoceny též vzhledem k většímu počtu nemocí nebo charakteristik vnějšího prostředí. Zde jsme pracovali s rozsahy jako $(m = 6, n = 24)$, $(m = 13, n = 21)$, $(m = 9, n = 31)$ apod. Bylo třeba vypočítat a testovat celou řadu koeficientů W.

na 5%ní hladině významnosti

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	75	100	125
690	685	680	676	672	668	665	662	659	656	653	642	632	625	618	590	580	575
488	484	480	476	472	469	466	463	460	458	456	448	441	435	429	402	395	389
374	370	367	365	363	361	359	357	355	353	351	343	336	330	324	299	294	289
304	301	298	296	294	292	290	288	286	284	283	275	268	262	256	244	239	234
256	253	250	248	246	244	242	240	238	237	236	228	222	216	214	206	201	196
219	216	213	211	209	207	205	203	201	200	199	193	189	187	185	178	173	169
191	188	185	183	181	179	178	177	176	175	174	170	167	165	163	156	152	149
168	166	164	162	161	160	159	158	157	156	155	152	149	147	145	140	136	133
150	148	147	146	145	144	143	142	141	141	140	137	135	133	131	126	122	119
137	136	135	134	133	132	131	130	129	129	128	125	123	121	120	115	112	109
127	126	125	124	123	122	121	120	119	119	118	115	113	111	110	105	102	100
117	116	115	114	113	113	112	112	111	111	110	107	105	103	102	98	95	93
109	108	107	106	105	105	104	104	103	103	102	99	97	96	95	91	88	86
102	101	100	99	98	98	97	97	96	96	95	93	91	90	89	85	82	80
77	76	76	75	74	74	73	73	72	72	72	70	69	68	67	64	62	60
62	61	61	60	60	60	59	59	58	58	58	56	55	54	54	52	50	48
31	31	31	30	30	30	30	30	29	29	29	29	28	27	27	26	25	24
16	16	16	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	14	13	13	12

Tabulka 5. Kritické hodnoty koeficientu souhlasu W

$m \setminus n$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	999	990	967	941	916	894	875	858	843	829	817	806	796	787	779	771	764
3	965	879	813	765	724	698	674	654	638	623	611	600	590	581	573	566	560
4	851	740	671	623	587	560	539	520	505	493	482	472	463	456	450	444	438
5	742	630	565	521	488	465	446	431	417	407	397	389	381	374	369	363	359
6	650	545	486	446	418	398	380	367	356	346	336	330	324	318	313	309	305
7	576	480	425	390	366	346	332	319	308	300	293	287	281	276	271	267	263
8	517	427	378	347	323	307	293	281	273	266	260	254	249	244	239	235	231
9	467	385	340	311	291	275	262	253	246	239	233	227	222	217	212	208	204
10	425	350	310	283	264	249	239	230	223	216	210	204	199	194	189	185	181
11	395	321	283	259	241	229	219	210	203	196	190	184	179	174	169	166	164
12	368	296	261	239	222	211	201	193	186	180	174	169	164	159	155	152	150
13	335	275	243	221	207	196	187	179	172	166	160	155	151	147	144	142	140
14	313	257	227	206	193	183	174	166	159	153	147	142	139	136	134	132	130
15	293	240	212	193	181	171	162	154	147	141	136	133	130	128	126	124	122
20	224	183	163	147	136	127	119	114	110	106	103	101	99	97	96	94	93
25	181	148	130	118	108	100	95	92	89	86	84	82	80	78	77	76	75
50	091	75	64	58	54	51	49	47	45	44	43	42	41	40	39	39	38
100	046	37	33	30	28	26	25	24	23	22	22	21	21	20	20	20	19

Tabulky 1 až 5 usnadnily výpočtářskou práci a jistě podobným způsobem pomohou i na dalších pracovištích, kde budou prováděny rozbory vztahů mezi různými znaky.

Při aplikacích koeficientu W je však nutno si uvědomit jeho vznik, resp. definici pro S_W. Značným úskalím je ta okolnost, že při významné shodě pořadí několika znaků (např. $a, b, \dots, f$) hodnota koeficientu W může se změnit někdy velmi málo anebo zůstat významná, i když přidáme pořadí podle znaku A nebo pořadí podle dalších znaků $A, B, \dots$, které je třeba zcela odchylné od dosud uvažovaných pořadí. Koeficient W nerozliší, že znaky $A, B, \dots$ jsou nezávislé na znacích $a, b, \dots$ zejména tehdy, když je vysoká shoda pořadí některých znaků. Koeficient W je ukazatelem shody pořadí ve skupině znaků a není obecně vhodný pro hodnocení závislosti jednotlivých pořadí.

Literatura

[1] *J. Janko:* Jak vytváří statistika obrazy světa a života, II. díl, JČMF, Praha 1948.

[2] *J. Janko:* Statistické tabulky, ČSAV, Praha 1958.

[3] *M. G. Kendall:* The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, Griffin & Comp., London 1947.

[4] *V. Malý:* Význam a užití pořadí ve zdravotnické statistice, Sborník lékařský, LIX-1957, Státní zdravotnické nakladatelství, Praha.

[5] *V. Picko:* Zum Problem des Meteorotropismus mancher Krankheiten, Zeitschrift für angewandte Meteorologie, 3/1959, Heft 7, Berlin.

na 1%ní hladině významnosti

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	75	100	125
758	752	746	741	736	731	727	723	719	715	712	697	684	675	667	639	622	605
554	548	543	538	533	528	524	520	517	514	511	499	488	479	473	444	427	410
432	427	422	418	414	411	408	405	402	399	397	385	374	365	358	330	315	306
355	351	347	343	339	336	333	330	327	324	322	310	299	290	283	265	256	249
301	297	293	289	285	282	279	276	273	271	269	258	248	240	236	224	216	209
259	255	251	247	243	240	237	234	232	230	228	219	212	207	204	194	187	181
227	223	219	215	211	208	205	202	200	198	196	191	186	183	180	171	164	159
200	197	194	191	188	185	183	181	179	178	177	172	167	164	161	152	147	142
177	174	172	170	168	166	164	163	162	161	160	155	151	148	146	138	133	128
162	160	158	156	154	152	150	149	148	147	146	142	138	135	133	126	121	117
148	146	144	142	141	140	139	138	137	136	135	131	128	125	123	116	111	108
138	136	134	132	131	130	129	128	127	126	125	121	118	116	114	107	102	99
128	126	124	123	122	121	120	119	118	118	117	113	110	108	106	100	96	92
120	118	116	115	114	113	112	111	110	110	109	106	103	101	99	94	90	86
91	89	88	88	87	86	86	85	84	84	83	80	78	76	75	71	68	65
74	73	72	72	71	70	70	69	68	68	67	65	63	61	60	57	54	52
37	37	36	36	35	35	35	35	34	34	34	33	32	31	30	28	27	26
19	19	18	18	18	18	18	18	17	17	17	17	16	16	15	14	14	13

Резюме

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ СОГЛАСИЯ НЕСКОЛЬКИХ ПОРЯДКОВ

ЗДЕНЕК МОКРЫ (Zdeněk Mokrý)

Согласие в порядке n элементов по m свойствах можно в определенных случаях оценивать коэффициентом согласия W, который M. G. Kendall определил взаимоотношением (3) или же, для малых величин m и n, взаимоотношением (4). Значение коэффициента W определяется при помощи таблиц распределения z или F. Для облегчения отдельных вычислений и установления критерия значимости коэффициента W были из вычисленных необходимых величин составлены таблицы 1—5. При их применении следует поступать следующим образом:

На основании определенного критерия (напр., значение определенных величин) мы восстановим порядковые числа элементов для исследованного свойства. Каждому элементу мы придаем определенное порядковое число. Порядковые числа по всем m свойствам мы сосчитаем для каждого из n элементов, найдем отклонения этих сумм порядковых чисел от средней величины суммы порядковых чисел, которая приведена в таблице №1. По соотношению (10) мы вычислим величину S_W. Коэффициент W по формуле (11) мы получим как произведение S_W и величины из таблицы № 2; коэффициент W мы вычислим по формуле (12) как произведение $S_W - 1$ и коэффициента из таблицы № 3. Вычисленный коэффициент W мы сравним с его критической величиной, кото-

рая приведена в таблице № 4 для пятипроцентного уровня значимости и в таблице № 5 для однопроцентного уровня значимости. Критические величины коэффициента W я вычислил из критических величин распределения F по соотношению (8). Таблицы заключают в себе величины для количества порядков $m = 2(1)\ 15, 20, 25, 50, 100$ и для объема выбора $n = 3(1)\ 30(5)\ 50, 75, 100, 125$.

Применением приведенных таблиц понизится число численных операций при вычислении коэффициента W, и о его значимости можно судить по таблицам критических величин коэффициента W без дальнейшего переноса на величины z или F.

Summary

TABLES FOR EVALUATING THE CONCORDANCE OF SEVERAL RANKS

ZDENĚK MOKRÝ

Concordance in the rank of n members of a sample according to m properties can, in certain cases, be evaluated by the concordance coefficient W, which M. G. Kendall defined by the relation (3) or, for small values m and n, by the relation (4). The significance of the coefficient W is tested by means of the Tables of z- or F-distribution.

In order to facilitate individual computations and the significance test of the coefficient W, the computed values may be found in Tables 1—5. The application of the Tables is as follows:

On the basis of a certain criterion (*e. g.* magnitude of the observed values of a variable), we determine the rank of the members of a sample for the observed property. Every member is assigned the pertinent rank. The ranks according to all m properties are summed for each of the n members of a sample. The differences between these sums of the ranks and the mean value of the total of the ranks are then determined; these are presented in Table 1. The value S_W is computed according to the relation (10). We obtain the coefficient W from formula (11) as the product of S_W and the value from Table 2; the coefficient W is computed using formula (12), as the product of S_W-1 and the factor from Table 3. The computed coefficient W is compared with its critical value, which is presented in Table 4 for the 5% level of significance and in Table 5 for the 1% level of significance. The critical values of the coefficient W have been derived from the critical values of the F-distribution according to (8).

The tables contain values for rankings $m = 2(1)15, 20, 25, 50, 100$ and for the sample size $n = 3(1)\ 30(5)\ 50, 75, 100, 125$.

By the use of the Tables the number of numerical operations in the computation of the coefficient W is reduced, and its significance is determined directly in accordance to the Table of critical values of the coefficient W without any further conversion to the values of z- or F-distribution.

Adresa autora: Ing. *Zdeněk Mokrý*, Praha 3-Žižkov, Blodkova 6.