Aplikace matematiky, Vol. 6 (1961), No. 5, 410–413

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102773

RECENSE

TRANSACTIONS OF THE SECOND PRAGUE CONFERENCE ON INFORMATION THEORY, STATISTICAL DECISION FUNCTIONS, RANDOM PROCESSES. Vydalo Nakladatelství ČSAV, Praha 1960, stran 843, náklad 1.500 výtisků, cena 69 Kčs.

Sborník obsahuje 48 prací, o kterých bylo referováno na konferenci, pořádané Ústavem teorie informace a automatisace ČSAV v červnu 1959. Je psán ve světových jazycích a přispěla do něho řada zahraničních matematiků. Zejména však je sborník přehlídkou významných vědeckých výsledků, dosažených v teorii pravděpodobnosti ústavem, který konferenci uspořádal. Chceme se zmíniti o všech pracech ve sborníku i když jen stručně a možná nepřesně.

Nejprve se zabývejme pracemi, jejichž předmětem je teorie informace. Sem patří rozsáhlá a skutečně významná práce K. WINKELBAUERA *Sdělovací kanály s konečnou minulostí*. Tyto kanály, zavedené autorem, jsou charakterisovány tím, že pravděpodobnost objevení se na výstupu kanálu nějaké posloupnosti písmen délky n závisí pouze na n v téže době vyslaných a nejvýš m před nimi předcházejících písmenech, kde m je pevné číslo. Většina tvrzení se týká zdrojů a kanálů nikoliv pouze s konečnou, nýbrž i se spočetnou abecedou. Autor pracuje s obecnou koncepcí kodování a dekodování a neomezuje se pouze na stacionární kody. K definici přenesitelnosti zdroje kanálem zavádí pojem váhové funkce a risika při přenosu zprávy. Kapacitu periodického kanálu s konečnou minulostí definuje jako supremum entropií všech ergodických zdrojů, které lze přenésti kanálem s libovolně malou četností chyby. Je studován také přenos zpráv se zpožděním a jsou porovnány různé definice kapacity. Autor buduje teorii kanálů s konečnou minulostí velmi systematicky, takže práce je vhodná jako výklad matematické teorie informace.

V práci nazvané *Neergodické kanály* studuje J. NEDOMA sdělovací kanály, jež jsou směsí ergodických kanálů. Takové směsi pouze v degenerovaných případech dávají ergodické kanály. Autor pro ně porovnává různé definice kapacity, uvádí vztahy mezi kapacitou kanálu a kapacitami jeho ergodických složek a sestrojuje řadu příkladů. Práce velmi závažným způsobem rozšiřuje naše znalosti o pojmech, se kterými se v teorii informace pracuje.

L. BREIMAN dále rozvíjí teorii kanálů s konečně mnoha stavy. Kanál tohoto typu se vždy nachází v některém z konečného počtu stavů. Přijde-li na vstup kanálu symbol a, pak kanál přejde do nějakého jiného stavu s pravděpodobnostmi, danými maticí pravděpodobností přechodu $P(a)$, která závisí na symbolu a. Symbol na výstupu kanálu je funkcí stavu, do něhož kanál přešel. Teorie kanálů s konečně mnoha stavy je pěknou aplikací teorie Markovových řetězců.

K. JACOBS píše o přímé větě o přenosu pro periodické a skoroperiodické kanály. M. ROSENBLATT-ROTH ve své práci uvádí (bez důkazů) řadu vět, které ukazují, kdy zdroje a kanály, jejichž abecedu tvoří body nějakého metrického prostoru lze přiblížiti diskrétními, jež mají od původních málo odlišné přenosové vlastnosti. A. RÉNYI uvažuje o entropii na podmíněných pravděpodobnostních polích a zabývá se pojmem dimense entropie absolutně spojitých rozdělení v Euklidově prostoru a jeho vztahem k informaci $I(\xi, \eta)$, zavedené Kolmogorovem. I. VINCZE podává heuristickou interpretaci relativní entropie a H. HANSSON uvádí experimentální výsledky měření entropie švédské řeči.

Styčných bodů mezi teorií informace a teorií statistických rozhodovacích funkcí se všímají dvě práce. V rozsáhlé práci, nazvané *O teorii informace a rozlišitelnosti v problémech statistického rozhodování* rozvíjí A. PEREZ teorii zdroju informace a sdělovacích kanálů v případě abstraktní abecedy. (Přehledně tuto teorii vyložil v článku *Matematická teorie informace*, Aplikace matematiky 3, 1958, str. 1—21, 81—105.) Autor využívá pojmů z teorie statistických rozhodovacích funkcí (např. risika při přenosu zprávy), k obohacení matematického modelu přenášení informace. Zejména pojmu rozlišitelnosti vyslaných zpráv je věnována velká pozornost. Stejně tak J. SEIDLER studuje vztahy mezi teorií informace a teorií rozhodovacích funkcí a zabývá se statistickým rozhodováním o vyslaném signálu na podkladě přijatého signálu.

Další skupina článků se týká statistického rozhodování. A. ŠPAČEK v článku o statistickém odhadu dokazatelnosti v Booleově logice originálním způsobem vytváří matematický model heuristického postupu při důkazu dokazatelnosti či nedokazatelnosti určitého tvrzení. Je-li Booleova algebra A totožná se systémem podmnožin určité konečné množiny, a jedna z těchto podmnožin, řekněme a, představuje souhrn axiomů, pak teorie skládající se z tvrzení vyvoditelných z axiomů a je totožná s ideálem $I(a)$ podmnožin $b \in A$ obsahujících a, $I(a) = \{b : b \supset a\}$. Relaci dokazatelnosti nyní empiricky zkoumáme tak, že náhodně vybíráme speciálnější axiomy a', $a' \subset a$, a zkoumáme, zda platí $b \supset a'$.

Další prvek lidského myšlení — zkušenost — je matematicky modelován v práci M. DRIMLA a O. HANŠE, která směřuje k dosažení co nejobecnější formulace, zahrnující řadu dřívějších postupů. Model je rozebrán na příkladě stochastických aproximací, o nichž se zmíníme v souvislosti s dalšími články. H. RICHTER se zabývá rozhodovacím postupem, který musí skončit nejpozději po t krocích zvolením některé z m hypotéz. Podrobně studuje optimální Bayesovské řešení pro dané apriorní rozdělení. A. ZIEBA řeší úlohu o pronásledování v rovině za předpokladu, že pronásledovaný a pronásledující může libovolně měnit směr pohybu. Zabývá se minimaxovou strategií, vedoucí k dostižení pronásledovaného v nejkratší době. A. PEREZ se zabývá některými problémy z obecné teorie zkušenosti a mírou informace ve zkušenosti obsažené. Navazuje na dřívější práce A. Špačka a K. Winkelbauera.

Zvláštní pozornost je věnována spojitým stochastickým aproximacím, o nichž pojednávají články A. ŠPAČKA a O. HANŠE, M. DRIMLA a O. HANŠE, M. DRIMLA a J. NEDOMY. Vychází se z předpokladu, že v každém časovém okamžiku $t \geqq 0$ a v každém bodě x Banachova prostoru X lze provést experiment, jehož výsledek $T(t, x)$ je opět prvkem X. Funkce $T(t, x)$ sice závisí na náhodě, avšak o všech jejích potřebných vlastnostech se předpokládá, že jsou splněny s pravděpodobností 1. Bod, ve kterém se provádí experiment v čase t, řekněme x_t, je určen buď vztahem $x_t = 2t^{-1} \int_{\frac{1}{2}t}^{t} T(s, x_s)\, \mathrm{d}s$ (Driml-Hanš), nebo diferenciální rovnicí $x'_t = -a(t)\, T(t, x_t)$ (Driml-Nedoma), nebo rovnicí $x'_t = t^{-1} \int_0^t T(s, x_s)\, \mathrm{d}s - x_t$ (Špaček-Hanš). Za určitých podmínek je dokázáno, že $\lim_{t \to \infty} x_t = x^0$, kde x^0 je nulový, resp. samodružný bod průměrné transformace $T(x) = \lim_{t \to \infty} t^{-1} \int_0^t T(s, x)\, \mathrm{d}s$. V článku A. Špačka a O. Hanše je uvedena aplikace na jednoduchý problém predikace stacionárního procesu. Problém postupného zlepšování parametrů prediktoru je jinou metodou rozebírán v článku O. ŠEFLA. Prediktor hodnoty $f_{t+\tau}$ se předpokládá ve tvaru $\sum_{i=1}^{N} x_i \int_0^\infty f(t - s)\, \varphi_i(s)\, \mathrm{d}s$, kde φ_i jsou předem zvolené funkce a x_i jsou neznámé parametry, které je třeba postupně adaptovat. J. HAVEL ve své práci popisuje generátor náhodných impulsů, který je schopen vyrábět náhodnou posloupnost čísel 0 a 1 s pravděpodobnostmi p a $1 - p$, a může být zapojen na sčítač či použít k získání Gaussovského procesu. Teoretickou stránkou tohoto druhého použití se ve svém článku zabývá C. PANTELOPULOSOVÁ.

Statistickým problémům v stochastických procesech je věnován přehledný článek R. M. FORTETA, týkající se především procesů markovských, a přehledný článek A. M. JAGLOMA, týkající se predikce stacionárních procesů a určování míry informace obsažené v jednom náhodném procesu o jiném takovém procesu. J. HÁJEK dokazuje existenci postačující statistiky pro systém normálních rozdělení libovolného gaussovského procesu $\{x_t, t \in T\}$ s libovolnou kovariancí a střední hodnotou ve tvaru $\alpha\varphi_t$, kde φ_t je známá funkce a α je parametr. Podobného zaměření je článek V. S. PUGAČEVA, který hledá aposteriorní rozdělení parametru U, za předpokladu, že byla napozorována náhodná funkce $Z(t)$, jejíž střední hodnota je rovna $\varphi(t, U)$; výsledek aplikuje k optimálnímu odhadu jiné náhodné funkce. K. URBANIK pro ryze nedeterministické stacionární náhodné pole odvozuje spektrální representaci a dokazuje, že má spektrální hustotu.

Ve sborníku jsou dvě práce týkající se otázek masové obsluhy. V. E. BENEŠ se zabývá procesem obsluhy jedním obsluhujícím a všímá si zejména Laplaceovy transformace pravděpodobnosti, že zájemce v čase t zastihne obsluhu neobsazenu. B. V. GNĚDENKO studuje obsluhu několika obsluhujícími stanovišti. Přitom se uvažuje možnost poruch, k jejichž odstranění slouží určitý počet opravářů. Za předpokladů, které zaručují markovský charakter sledovaných procesů, jsou odvozeny diferenciální rovnice pro pravděpodobnost, že k stanovišť bude v činnosti.

Otázky teorie stochastických procesů jsou předmětem několika dalších prací. Z. KOUTSKÝ studuje homogenní řetězce s konečným počtem stavů, daných celými čísly. Hodnoty náhodové posloupnosti stavů jsou sečítány modulo k. Autor rozebírá podmínky, kdy rozložení pravděpodobnosti součtu prvních n hodnot konverguje pro $n \to \infty$ k rovnoměrnému. P. MANDL se zabývá difusními procesy, ohraničenými jednou neb dvěma stěnami. V případě reflektujících stěn je sledována stabilisace rozložení pravděpodobností pro $t \to \infty$, v případě absorbujících stěn konvergence rozložení pravděpodobností za podmínky, že ještě nenastala absorpce.

R. G. LAHA a E. LUKACS ukazují, že homogenní proces $X(t)$ s nezávislými přírůstky je gaussovský, jakmile některé dvě statistiky tvaru $\int a(t)\,dX(t)$ a $\int b(t)\,dX(t)$, kde $a(t)$ a $b(t)$ splňují jisté podmínky, jsou vázány lineární regresí a podmíněný rozptyl je konstantní. A. PRÉKOPA vytváří matematický model pro šíření rostlin, ve kterém každá rostlina rozptýlí do svého okolí semena, z nichž náhodný počet se ujme, uzraje a opět šíří další semena. Je dokázáno tvrzení: Je-li počáteční rozdělení složené Poissonovo a šíří-li každá rostlina svá semena nezávisle, pak i v každém následujícím roce je rozdělení téhož typu. Práce V. A. STATULJAVIČUSE obsahuje limitní větu pro vektor, jehož komponenty udávají dobu přebývání v jednotlivých stavech nehomogenního Markova procesu a zobecnění jedné věty Ju. V. Prochorova o konvergenci postupných součtů nezávislých a stejně rozdělených náhodných veličin k Wienerovu procesu.

K. KRICKEBERG navazuje na předcházející své články o konvergenci martingalů, jejichž parametr probíhá částečně uspořádanou množinu, ve které ke každým dvěma prvkům existuje společný následovník. Konvergence je definována zvláštním způsobem (wesentliche Konvergenz) a za určitých doplňujících předpokladů je totožná s konvergencí v každém bodě. Hlavním obsahem práce je ukázat, do jaké míry jsou podmínky (celkem jich uvádí 7) analogické Vitaliově větě o pokrytí nejen postačující, nýbrž i nutné.

Zobecněným náhodným veličinám je věnována ve sborníku také pozornost. Obšírný seznam literatury, zabývající se zobecněním různých pojmů teorie pravděpodobnosti je v práci M. DRIMLA a O. HANŠE. V této práci jsou definovány a studovány podmíněné střední hodnoty náhodných veličin s hodnotami v separabilním Banachově prostoru. Zavedený pojem střední hodnoty umožňuje definovat zobecněné martingaly. Pro ně autoři dokazují některá zobecnění vět o konvergenci omezených martingalů.

Práce M. ULLRICHA obsahuje definici náhodného operátoru Mikusinského, jeho střední hodnoty, definici stacionárního náhodného operátoru a jeho korelační funkce a některé základní vlastnosti těchto pojmů. Je také zavedena náhodná operátorová funkce. V další práci téhož autora je ukázáno, že náhodnou Schwartzovu distribuci lze na omezeném intervalu s pravděpodobností libovolně blízkou k jedné vyjádřiti jako derivaci (ve smyslu distribucí) dostatečně vysokého stupně nějakého striktně spojitého stochastického procesu.

V poznámce G. MARINESCU jsou definovány řetězce s úplnou vazbou, jejichž parametr probíhá lineární prostor, v poznámce C. RAJSKÉHO je v prostoru diskrétních náhodných veličin definovaných na grupě zavedena pseudometrika pomocí entropie.

Jeden z nejvýznamnějších amerických matematiků, zabývajících se teorií pravděpodobnosti, J. L. DOOB, píše o limitním chování podílu dvou parabolických funkcí (obecněji superparabolické a parabolické funkce), když $t \to 0$. Odvozuje věty dvojího typu: Jednak pravděpodobnostní tvrzení pro případ, blížíme-li se k rovině $t = 0$ po trajektorii nějakého náhodného pohybu, jednak tvrzení, týkající se trajektorií, které zůstávají uvnitř oblasti, vymezené nějakou parabolou.

JU. V. LINNIK velmi pozoruhodným způsobem dokazuje centrální limitní větu z Lindebergovy podmínky užitím míry množství informace, a to bez použití charakteristických funkcí. Dříve již dokázaný výsledek o náhodných veličinách zde přenáší na náhodné vektory. A. ŠPAČEK ve svém dalším článku studuje základní vlastnosti náhodných metrik definovaných na libovolném prostoru, o jehož mohutnosti většinou předpokládá, že nepřesahuje $2^{\aleph_0}$. K. MATTHES ukazuje, jak lze užít obecných vět z teorie svazů na problém rozšiřování míry na kartézských součinech. M. DRIML ukazuje, že v definici slabé konvergence (kompaktních) měr na metrickém prostoru lze množinu všech spojitých funkcí nahradit podmnožinou tvořící separabilní metrický prostor, čehož lze využít při důkazu některých vlastností s pravděpodobností 1. F. ZÍTEK předkládá jednu limitní větu o součtech infinitesimálních nezávislých veličin a druhou o integrovatelnosti v BB-smyslu náhodné funkce intervalu. A. T. BHARUCHA-REID rozebírá otázku řešení Fredholmovy integrální rovnice na intervalu v n-rozměrném Euklidově prostoru, za předpokladu, že tento interval je určen náhodným pokusem. Tato práce obsahuje řadu nedopatření.

Recensovaný sborník je významným obohacením naší matematické literatury a znamenitě bude propagovat úroveň čs. vědy v zahraničí. Třetí pražská konference, která se má konat r. 1962 v létě, je proto očekávána s velkým zájmem.

Jaroslav Hájek, Petr Mandl

Martin Barner: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG I. Grenzwertbegriff, Differentialrechnung. Sammlung Göschen Band 86/86a. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1961. Cena DM 5,80.

V prvém díle recensované knihy jsou vyloženy v dostatečné šíři, v jasném, přesném, ale stručném podání základy diferenciálního počtu: základní vlastnosti reálných čísel, věta o supremu a infimu, věta Bolzano-Weierstrassova, pojem funkce, posloupnosti (řady), limita, spojitost, stejnoměrná spojitost, limes superior a inferior, obecné věty o spojitých funkcích, dosti zevrubné studium elementárních funkcí, derivace a diferenciál, věta Rolle-ova, věta o přírůstku funkce, Cauchyho věta o střední hodnotě a Taylorova věta.

Kniha je výbornou učebnicí s mnoha přednostmi, mimo již zmíněnou přesnost, stručnost a jasnost výkladu je její velkou předností to, že se autor snaží vhodnými poznámkami vzbudit čtenářův zájem o jiné matematické discipliny a stručně naznačuje jejich souvislosti s diferenciálním počtem. V knize jsou příklady ilustrující obecný výklad i úlohy k procvičení látky. Bohužel jsou však poněkud zanedbány mechanicko-početní partie jako např. výcvik derivování (čtenář má již umět „formálně derivovat" ze školy) ap.

Kniha je zejména vhodná jako učebnice pro studující matematiky, lze ji však doporučit každému, kdo se zajímá o soustavný, logicky utříděný výklad diferenciálního počtu, ať již je studentem na technice, inženýrem nebo učitelem matematiky.

Rudolf Výborný