Anton Kotzig

О простой динамической модели для исследования межотраслевых отношений в хозяйственном комплексе

Aplikace matematiky, Vol. 6 (1961), No. 5, 392–405

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102771

О ПРОСТОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ ОТНОШЕНИЙ В ХОЗЯЙСТВЕННОМ КОМПЛЕКСЕ

АНТОН КОЦИГ

(Поступило в редакцию 20/XII 1960 г.)

В работе предлагается метод построения простой динамической модели для исследования межотраслевых отношений в хозяйственном комплексе. Речь идет о модели, не предъявляющей к расчетам бóльших требований, чем применяемая, до сих пор статическая модель. Предлагаемая модель должна лучше отражать исследуемые свойства особенно для таких комплексов, по которым объем производства основных видов продукции (в основных отраслях производства) растет темпами, которыми нельзя пренебрегать. Обсуждаются преимущества предлагаемой модели и уделяется заслуженное внимание преодолению трудностей, встречающихся при получении исходных числовых данных и непосредственно при расчетах.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Наша работа исходит из обширной отечественной и заграничной специальной литературы и откликается на содержащиеся в ней идеи и предложения по анализу межотраслевых отношений. Основные понятия и элементарное введение в проблематику читатель найдет в работе В. Кадлеца (V. KADLEC, „*Některé matematické metody a jejich použití v národohospodářském plánování*, SNPL, Praha 1959), в сборнике „*Исследование межотраслевых отношений*" („*Zkoumání meziodvětvových vztahů*", SNPL, Praha 1960), в изданной недавно книге Габра и Корды (J. HABR-B. KORDA, „*Rozbor meziodvětvových vztahů*", SNTL, Praha 1960) и в целом ряде популярных статей. Сюда относятся также статьи автора в сборнике „*Sborník VŠE*", Bratislava 1960, стр. 49–68 и в журнале „*Ekonomický časopis SAV*", 1960, стр. 159–174. Обширный и исчерпывающий обзор литературы дан в книге „*Линейные неравенства и смежные вопросы*", ИИЛ, Москва 1959, стр. 421–458. В настоящем разделе приводятся лишь основные необходимые понятия в интересах избежания недоразумений, возможных ввиду отсутствия в имеющейся литературе единой терминологии.

Рассмотрим поток сырья, материалов и готовой продукции за некоторый строго ограниченный небольшой промежуток времени U, как внутри определенного производственно-потребительского комплекса K, так и по отношению к комплексу M всех его хозяйственных партнеров.

В комплексе K будем различать производственную и непроизводственную сферы. В непроизводственной сфере заканчивается всякий поток сырья, материалов и готовой продукции и не начинается никакого потока сырья, материалов и готовой продукции.

Будем рассматривать поток всех видов сырья, материалов и готовой продукции, которые в качестве продуктов покрывают потребность производственной или непроизводственной сферы комплекса K.

Под видом продукции (потребности) мы будем для упрощения понимать, как обычно, более или менее широкую группу подобных (взаимнозаменяемых) по требованиям к их производству, по свойствам и по возможности их использования продуктов (потребностей). Отдельные, понимаемые вышеуказанным образом классы продукции (потребностей), обозначим через $P_1, P_2, \ldots, P_n$ (в случае достаточно широких классов в класс входит продукция всей отрасли — отсюда название „межотраслевые отношения"). В качестве единицы количества продукции P_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ выберем такое, выраженное в постоянных ценах, количество продукции P_i, которое представляет собой некоторую фиксированную величину (например, 1 миллион Кчс).

Введем далее обозначения: через V_i^* обозначим общее количество продукции P_i, выпускаемое в производственной сфере комплекса K в течение всего промежутка времени U; через E_i^* (соответственно, I_i^*) обозначим количество продукции P_i, переходящее (оттекающее) в течение всего промежутка времени U из комплекса K в комплекс M (соответственно, из комплекса M в комплекс K). Через Z_i^0 и Z_i^1 обозначим объем запасов продукции P_i в комплексе K соответственно в начале и в конце периода U.

Пусть, далее, N_i^* и S_i^* — количество продукции P_i, которое расходуется за весь промежуток времени U соответственно в непроизводственной и производственной сферах комплекса K.

В случае уравненного баланса наличия и потребностей для каждого $i = 1, 2, \ldots, n$, очевидно, должно иметь место следующее равенство

$$Z_i^0 + I_i^* + V_i^* - E_i^* - S_i^* - N_i^* = Z_i^1 \tag{1}$$

или же, при другой записи,

$$V_i^* - S_i^* = [E_i^* - I_i^*] + [Z_i^1 - Z_i^0] + N_i^* = Q_i^* . \tag{2}$$

Нововведенное обозначение Q_i^* означает конечное потребление продукции P_i в комплексе K (обьем валовой продукции за исключением объема производственного потребления) за промежуток времени U; но оно представляет также сумму сальдо „внешней торговли" (отток из комплекса K в комплекс M за исключением притока в комплекс K из комплекса M), сальдо объема запасов и непроизводственного потребления продукции P_i в комплексе K за промежуток времени U.

Производственное потребление S_i^* продукции P_i можно при некоторых упрощающих условиях представить в виде функции от переменных $V_1^*, V_2^*, \ldots$ $\ldots, V_n^*$. В самом деле, производственное потребление продукции P_i тем больше, чем больше объем производства той продукции, в процессе производства которой потребляется продукция P_i.

Как известно, при составлении так называемой статической модели предполагается следующее: для производства всякой единицы продукции P_i (выпускаемой в промежутке U) потребляется точно $r_{1,i}$ единиц продукции P_1, $r_{2,i}$ единиц продукции $P_2, \ldots, r_{n,i}$ единиц продукции P_n, и, следовательно, для всякого $i = 1, 2, \ldots, n$ выполняется соотношение

$$S_i^* = r_{i,1}V_1^* + r_{i,2}V_2^* + \ldots + r_{i,n}V_n^* \tag{3}$$

(величина $r_{i,j}$ – это норма потребленияпродукции P_i для производства единицы количества продукции P_j). Тогда после подстановки в (2) S_i^* согласно (3) получаем следующую известную систему уравнений ($i = 1, 2, \ldots, n$)

$$V_i^* - \sum_{j=1}^{n} r_{i,j}V_j^* = Q_i^* . \tag{4}$$

Значит, если известны числа $r_{i,j}$ и, кроме того, известны числа $V_1^*, V_2^*, \ldots, V_n^*$, то мы путем простой подстановки в (4) получаем конечное потребление Q_i^* по каждой отдельной продукции ($i = 1, 2, \ldots, n$) и устанавливаем, какое количество продукции P_i будет при данном уровне и структуре производства в нашем распоряжении для того, чтобы обеспечить выполнение следующих трех заданий: покрытие непроизводственных потребностей, увеличение объема запасов и „экспорт“ в комплекс M.

Ясно, что непроизводственное потребление N_i^* можно увеличить и в случае неизменности объема конечного потребления. Этого можно добиться либо за счет уменьшения „экспорта“ E_i^* в комплекс M (или же увеличения „импорта“ I_i^* в комплекс K), либо за счет уменьшения запасов продукции P_i в комплексе K (см. (2)). Однако, это такие вопросы конкретного распределения конечного потребления по трем указанным статьям, которые мы в нашей работе не намерены рассматривать. В дальнейшем мы больше не будем обращать внимание на состав статьи Q_i^* и будем ее рассматривать как одно целое. Однако мы считаем нужным заметить следующее. Известно наличие некоторых небольших отклонений фактического выпуска всякой продукции (например, продукции P_i) от планового. Это влечет за собой наличие некоторых отклонений от плановых возможностей удовлетворения потребностей в продукции P_i для производства другой продукции.

Если бы в нашем распоряжении имелось только количество продукции, взятое в соответствии с нормами потребления, то могло бы создаться положение, при котором увеличение, по сравнению с плановым, выпуска некоторой продукции P_j (а это увеличение желательно) неосуществимо лишь из-за недостатка некоторой продукции P_i (необходимой для производства продукции P_j). Такое же положение может иметь место и в случае недовыполнения или неравномерного выполнения плана. Во избежание такого положения создаются определенные резервы по запасам продукции. Объем этих запасов тем больше, чем больше предполагаемое потребление S_i^* продукции P_i. Это предъявляет определенные требования к числам Q_i^* при увеличивающемся производстве (так как нужно увеличивать объем запасов), которые с точки зрения вычислений можно рассматривать также как „производственное потребление" при неизменных числах Q_i^*, которое в свою очередь можно перенести в модель путем небольшого увеличения чисел $r_{i,j}$.

С другой стороны, можно считать, что нормы потребления $r_{i,j}$ не вполне постоянны, а уменьшаются (выправляются) в течение промежутка времени U. Упоминавшихся два фактора, которые оказывают влияние на числа $r_{i,j}$, действуют в противоположных друг другу направлениях. Поэтому можно считать, что их действия уравновешиваются, в силу чего при определении чисел $r_{i,j}$ можно ими пренебрегать.

Путем обращения матрицы

$$R = \begin{Vmatrix} 1 - r_{1,1}, & -r_{1,2}, & \dots, & -r_{1,n} \\ -r_{1,2}, & 1 - r_{2,2}, & \dots, & -r_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -r_{1,n}, & -r_{2,n}, & \dots, & 1 - r_{n,n} \end{Vmatrix}$$

можно найти числа $s_{i,j}$ такие, что для всякого $i = 1, 2, \dots, n$ будет выполняться

$$V_i^* = s_{i,1}Q_1^* + s_{i,2}Q_2^* + \dots + s_{i,n}Q_n^* \; ; \tag{5}$$

такое представление удобно для расчета производственных заданий (т. е. чисел $V_1^*, V_2^*, \dots, V_n^*$), если известны числа $r_{i,j}$ (а значит, и числа $s_{i,j}$) и если, кроме того, известны числа $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_n^*$. С точки зрения вычислений наиболее трудным моментом при построении статической модели является обращение матрицы R. Это вызвано тем, что на практике число n очень большое (в развитых в экономическом отношении комплексах приходится исследовать по меньшей мере несколько сотен классов продукции — отраслей) и его нельзя даже после определенных упрощений сделать меньше некоторого предела, если у нас, конечно, нет желания подвергаться опасности большого искажения действительности. Современные средства вычислительной техники (автоматические вычислительные машины) позволяют в удовлетворительной степени преодолеть и это очень серьезное препятствие. Но даже используя новейшие вычислительные машины, число n не можем выбирать слишком большим. С другой стороны, неуклонное соблюдение принципа включения в один и тот же класс продукции лишь таких двух продуктов, которые взаимнозаменяемы как в отношении количества и состава продукции, необходимой для их производства, так и в отношении потребления их для удовлетворения производственных и непроизводственных потребностей, вызывает увеличение числа n до нескольких десятков тысяч. В случае выбранного таким способом числа n задача об обращении матрицы R в течение небольшого срока (после некоторого времени результаты теряют свое значение) становится неосуществимой даже при наличии новейшей вычислительной техники. Поэтому в качестве отдельной задачи ставится задача о нахождении такой системы классов продукции (такой системы отраслей), чтобы расчетные работы на автоматических вычислительных машинах стали осуществимыми в нужный срок, и чтобы притом существенно уменьшились вытекающие из включения в один и тот же класс не вполне заменяемых продуктов неточности.

Статическая модель учитывает то обстоятельство, что предпосылкой производства всякой единицы количества продукции P_i является потребление $r_{1,i}$ единиц продукции P_1, $r_{2,i}$ единиц продукции $P_2, \ldots, r_{n,i}$ единиц продукции P_n. Но существуют еще другие связи между отдельными продуктами. Приведем пример: при производстве натриевого щелка ($NaOH$) путем электролиза хлористого натрия выделяется хлор, который выгодно применяется для производства других продуктов. Газообразный хлор и натриевый щелок производятся притом в постоянном (не поддающемся влиянию) весовом соотношении. Отсюда вытекает, что в объеме определенной продукции, при производстве которой расходуется натриевый щелок или хлор, тоже следует соблюдать определенные пропорции, чтобы одно из обоих веществ не обесценить и не получить нежелательных отходов — это во-первых, и во-вторых: необходимо помнить, что расход хлористого натрия для производства натриевого щелка и расход хлористого натрия для производства хлора нельзя учитывать два раза, а всего один раз, например, как расход для производства натриевого щелка. Проблематика балансирования побочных продуктов (актуальная, в частности, в химической промышленности) и являющаяся ее продолжением проблематика так назыв. побочного производства и его планирования более-менее известны. Мы отмечаем их здесь особенно по той причине, что приведенные обстоятельства следует учитывать при образовании системы классов продукции, а также при определении чисел $r_{i,j}$.

Трудности, связанные с выбором удобной системы классов продукции (или же отраслей) — не единственные трудности, с которыми мы встречаемся уже при использовании простой статической модели. Точность чисел $r_{i,j}$, исходных для расчета чисел $s_{i,j}$, — лишь ограниченная (эти числа, как правило, представляют собой статистически определенное среднее и они округлены). Притом мы знаем, что при возможных в данном случае значениях n, даже небольшие отклонения используемых для обращения матрицы R чисел от точных чисел $r_{i,j}$ могут повлечь за собой большие отклонения полученных чисел от точных значений $s_{i,j}$ даже в случае, если вычисления производятся вполне точно. Но эти отклонения увеличиваются также в силу невозможности избежать при вычислениях (где встречаются произведения n чисел) даже на машинах округлений на ограниченное число верных цифр. Этим самым увеличивается опасность получения больших отклонений. По этим и подобного рода причинам задача об обращении матрицы R остается задачей весьма серьезной и следует ожидать, что существующие методы ее решения будут неоднократно улучшаться.

2. ПЕРЕХОД К ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Построение статической модели скрывает в себе еще другое, неявное условие, которое неверно отражает действительность. Для объяснения сказанного мы перейдем от статической модели к динамической. Введем переменную t — время, следующим образом: в качестве единицы времени возьмем длину всего промежутка времени U; $t = 0$ в начале промежутка (а, значит, $t = 1$ в конце промежутка U).

Функции $V_i(t)$, $S_i(t)$, $Q_i(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ интегрируемые в интервале $\langle 0, 1\rangle$ определим так, чтобы в любом частичном интервале $\langle t_1, t_2\rangle$ из интервала $\langle 0, 1\rangle$ для функций

$$(6)\qquad \bar{V}_i(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} V_i(t)\,\mathrm{d}t\;; \qquad \bar{S}_i(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} S_i(t)\,\mathrm{d}t\;; \quad \bar{Q}_i(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} Q_i(t)\,\mathrm{d}t$$

имело место: $\bar{V}_i(t_1, t_2)$ есть количество продукции P_i, производимое и выпускаемое в комплексе K в интервале $\langle t_1, t_2\rangle$; $\bar{S}_i(t_1, t_2)$ есть количество продукции P_i, потребляемое в этом комплексе для производства продукции $P_1, P_2, \ldots, P_n$ в интервале $\langle t_1, t_2\rangle$ и $\bar{Q}_i(t_1, t_2) = \bar{V}_i(t_1, t_2) - \bar{S}_i(t_1, t_2)$ есть объем конечного потребления в комплексе K продукции P_i в интервале $\langle t_1, t_2\rangle$.

Очевидно, будет

$$(7)\qquad \bar{V}_i(0, 1) = V_i^*\;; \quad \bar{S}_i(0, 1) = S_i^*\;; \quad \bar{Q}_i(0, 1) = Q_i^*\,.$$

Как в статической, так и в динамической модели мы будем считать норму потребления продукции P_i для производства единицы количества продукции P_j равной $r_{i,j}$, т. е. будем считать, что всякая единица продукции P_j содержит $r_{1,j}$ единиц продукции P_1, $r_{2,j}$ единиц продукции $P_2, \ldots, r_{n,j}$ единиц продукции P_n.

Нам известно, что с момента выпуска $r_{i,j}$ единиц продукции P_i, необходимых для производства единицы количества продукции P_j до момента выпуска продукции P_j всегда пройдет некоторое время (всегда отличное от нуля), которым нельзя пренебрегать. В нашей динамической модели этот факт находит свое выражение в следующем условии:

Пусть функция $R_{i,j}(p)$, неотрицательная и интегрируемая в интервале $\langle 0, \infty)$ (где $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, n$; $p > 0$), задает распределение во времени производственного потребления продукции P_i для производства единицы количества продукции P_j; p — упреждение (в принятых единицах времени) данного потребления продукции P_i перед выпуском продукции P_j (упреждение должно содержать в себе также время с момента выпуска продукции P_i до момента ее потребления; последнее вызывается, в частности, потерями времени при перевозке продукции из одного пункта производства в другой).

Значит,

$$\int_0^{+\infty} R_{i,j}(p)\,\mathrm{d}p = r_{i,j}\,,$$

и интеграл

$$\int_0^{p'} R_{i,j}(p)\,\mathrm{d}p$$

показывает, сколько единиц продукции P_i потребляется в интервале $\langle t' - p', t' \rangle$ для производства единицы количества продукции P_j, выпускаемой в момент $t' \in \langle 0, 1 \rangle$. (Ясно, что в нашем случае будет $R_{i,j}(p) = 0$ для всех p, бóльших некоторого $\bar{p}$.)

Выразим отношения между функциями $V_i(t)$, $S_i(t)$ через функции $R_{i,j}(p)$, опираясь на законное требование, чтобы баланс наличия и потребностей в каждой отдельной продукции P_i уравнивался в каждый отдельный момент времени из интервала $\langle 0, 1 \rangle$. Это требование можно представить в следующем виде: для всех $t \in \langle 0, 1 \rangle$ выполняется

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{n} \int_0^{+\infty} R_{i,j}(p)\, V_j(t + p)\,\mathrm{d}p; \quad V_i(t) - S_i(t) = Q_i(t)\,. \tag{8}$$

Примечание 1. Из сказанного вытекает: чтобы получить возможность выразить значение $S_i(t)$ для t близких к 1, необходимо знать поведение функции $V_j(t)$ не только в интервале $\langle 0, 1 \rangle$, но и в некотором небольшом интервале $\langle 1, 1 + \varepsilon \rangle$. Это усложнение не является неожиданным. Размеры „разработки“ продукции P_j в конце интервала $\langle 0, 1 \rangle$ определяют объем продукции P_j, выпускаемой в определенном, следующем после интервала $\langle 0, 1 \rangle$ промежутке времени. Наоборот: размеры и ход процесса производства продукции P_j в некотором интервале $\langle 1, 1 + \varepsilon \rangle$ определяют объем производственного потребления продукции P_i для производства продукции P_j в некотором промежутке времени, содержащемся в интервале $\langle 0, 1 \rangle$. Такое усложнение следует приветствовать, так как учет его заставляет предусмотреть масштабы мероприятий, которые необходимо осуществить, в частности, в конце интервала $\langle 0, 1 \rangle$, чтобы обеспечить гладкий ход процесса производства в начале интервала $\langle 1, 2 \rangle$.

Уравнения (8) выражают связь между функциями $V_i(t)$, $S_i(t)$, $Q_i(t)$ таким образом, что если известны функции $R_{i,j}(p)$ и функции $V_j(t)$, то по ним можно уже определить функции $S_i(t)$, $Q_i(t)$.

Условия для построенной описанным образом модели сравним с условием

(3), которым мы воспользовались для построения статической модели. Очевидно, согласно (8) имеет место

$$S_i^* = \sum_{j=1}^{n} \int_0^1 \left[\int_0^{+\infty} R_{i,j}(p)\, V_j(t+p)\,\mathrm{d}p \right] \mathrm{d}t \tag{9}$$

а согласно (3) должно выполняться

$$S_i^* = \sum_{j=1}^{n} \left[\int_0^{+\infty} R_{i,j}(p)\,\mathrm{d}p \right] . \left[\int_0^1 V_j(t)\, dt \right] . \tag{10}$$

Уравнения (3), (9) равносильны тогда, если все функции $V_j(t)$ — константы, или тогда, если $R_{i,j}(p) = 0$ для всех $p > 0$. В случае расширяющегося комплекса (т. е. где функции $V_i(t)$ возрастают, а в социалистическом хозяйстве они, как правило, возрастают быстрыми темпами), при учете того известного факта, что с момента выпуска продукции P_i, потребляемой для производства продукции P_j, до момента выпуска продукции P_j проходит некоторое время, которым нельзя пренебрегать, — условие (3) становится несостоятельным. Его использование может привести к диспропорциям на очень чувствительном месте. Покажем это на конкретном примере: пусть K — комплекс всего социалистического народного хозяйства, U — промежуток времени в пять лет. Пусть P_i — некоторый вид металлургической продукции, P_j — вид машинного оборудования. С момента выпуска продукции P_i до момента выпуска продукции P_j (для производства всякой единицы которой потребляется $r_{i,j}$ единиц продукции P_i) в этом случае пройдет часто 1 год (и даже больше). Уровень производства машинного оборудования в социалистическом народном хозяйстве в течение пятилетия повышается иногда на больше чем 100%. Предположим, что в нашем комплексе K производство продукции P_j возрастает только линейно и выполняется

$$V_j(0) = A\,; \quad V_j(t) = A\,.\,(1 + t) \quad \text{для всех} \quad t \in \langle 0, 1 \rangle\,.$$

Тогда

$$V_j^* = \int_0^1 A\,.\,(1 + t)\,\mathrm{d}t = 1{,}5A\,.$$

Потребление продукции P_i для производства продукции P_j за весь промежуток U в комплексе K (если учитывать только упреждение в один год) будет

$$\int_0^1 r_{i,j}\,.\,A\,.\,(1{,}2 + t)\,\mathrm{d}t = 1{,}7Ar_{i,j}$$

вместо $1{,}5Ar_{i,j}$, полученных согласно формуле (3), имеющей силу для статической модели. Действительное значение здесь заметно больше полученного по (3). Поэтому мы не будем исходить из непригодного условия (3), а в качестве основания для построения динамической модели используем условие (8), лучше отражающее действительность.

3. УПРОЩАЮЩИЕ УСЛОВИЯ И РУКОВОДСТВО ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ

В дальнейшем мы будем исходить из определенных упрощающих условий, облегчающих необходимое расчеты без заметного отклонения динамической модели от изображающей ею действительности. Будем считать, что любую из функций $V_i(t)$ можно в интервале $\langle 0, 1 + \varepsilon \rangle$ с хорошим приближением заменить полиномом степени не выше m с переменной t, т. е. что для всех $i = 1, 2, \ldots, n$ выполняется

$$(11) \qquad V_i(t) = v_{i,0} + v_{i,1}t + \ldots + v_{i,m}t^m ,$$

где m — некоторое натуральное число, $v_{i,k}$ — константы. Для упрощения мы введем обозначение $\varrho_{i,j,k}$ следующим образом:

$$(12) \qquad \varrho_{i,j,k} = \int_0^{+\infty} R_{i,j}(p) \, . \, p^k \, \mathrm{d}p \, .$$

Например, будем иметь

$$(13) \qquad \varrho_{i,j,0} = r_{i,j} \, .$$

После подстановки в (8) согласно (11) и (12) и после преобразований получим

$$(14) \qquad S_i(t) = \sum_{k=0}^{m} t^k \sum_{l=k}^{m} \binom{l}{k} \sum_{j=1}^{n} v_{j,l}\varrho_{i,j,l-k} \, .$$

Значит, из (11) вытекает, что $S_i(t)$ будет тоже полиномом степени не выше m, а согласно (8) функции $Q_i(t)$ будут тоже полиномами степени не выше m. Поэтому функции $Q_i(t)$ можно представить в виде

$$(15) \qquad Q_i(t) = q_{i,0} + q_{i,1}t + \ldots + q_{i,m}t^m \, .$$

Заметим, что в уравнении (14), кроме коэффициентов $v_{i,j}$, встречаются уже только константы $\varrho_{i,j,k}$, где $k = 0, 1, \ldots, m$. Поэтому для построения динамической модели не надо знать поведение функций $R_{i,j}(p)$, а вполне достаточно знать числа $\varrho_{i,j,k}$ для $k = 0, 1, \ldots, m$.

Вернемся теперь к соотношениям между функциями $V_i(t)$, $S_i(t)$ $Q_i(t)$. Согласно (8) имеет место: $V_i(t) - S_i(t) = Q_i(t)$, и, следовательно, согласно (14), (15) для всех $i = 1, 2, \ldots, n$ и для всех $t \in \langle 0, 1 \rangle$ выполняется

$$(16) \qquad \sum_{k=0}^{m} v_{i,k}t^k - \sum_{k=0}^{m} t^k \sum_{l=k}^{m} \binom{l}{k} \sum_{j=1}^{n} v_{j,l}\varrho_{i,j,l-k} = \sum_{k=0}^{m} q_{i,k}t^k \, .$$

По уравнениям (16) легко определить функции $Q_i(t)$, если известны функции $V_i(t)$ и числа $\varrho_{i,j,k}$, где $k = 0, 1, \ldots, m$. В самом деле, если сравнить коэффициенты при отдельных степенях переменной t в левой и правой частях уравнений (16), то получим ($l = 0, 1, \ldots, m$)

$$(17) \qquad v_{i,l} - \sum_{j=1}^{n} v_{j,l}\varrho_{i,j,0} = q_{i,l} + \sum_{k=l+1}^{m} \binom{k}{l} \sum_{j=1}^{n} v_{j,k}\varrho_{i,j,k-l} \, .$$

Для нахождения способа вычисления чисел $v_{i,l}$ по известным числам $q_{i,l}$ мы введем числа $a_{i,l}$ $(i = 1, 2, \ldots, n;\ l = 0, 1, \ldots, m)$ следующим образом:

$$a_{i,m} = q_{i,m}\,, \tag{18}$$
$$l < m \quad : \quad a_{i,l} = q_{i,l} + \sum_{k=l+1}^{m} \binom{k}{l} \sum_{j=1}^{n} v_{j,k} \varrho_{i,j,k-l}\,.$$

После подстановки согласно (18) в уравнения (17) (напомним, что $\varrho_{i,j,0} = r_{i,j}$) устанавливаем, что для всех $l = 0, 1, \ldots, m$ выполняется

$$v_{i,l} - \sum_{j=1}^{n} v_{j,l} r_{i,j} = a_{i,l} \tag{19}$$

и, следовательно (см. уравнения (4) и (5))

$$v_{i,l} = a_{1,l} s_{i,1} + a_{2,l} s_{i,2} + \ldots + a_{n,l} s_{i,n}\,, \tag{20}$$

где $s_{i,j}$ — коэффициенты, известные из статической модели.

При помощи уравнений (18) и (20) можно вычислить коэффициенты $v_{i,k}$ по известным коэффициентам $q_{i,k}$ $(i = 1, 2, \ldots, n;\ k = 0, 1, \ldots, m)$ и по известным числам $s_{i,j}$ следующим образом:

Числа $a_{i,m}$ известны $(a_{i,m} = q_{i,m})$; после подстановки их в (20) вычисляем числа $v_{i,m}$. Путем подстановки этих чисел в уравнения (18) получаем числа $a_{i,m-1}$ и при помощи последних (путем подстановки в (20)) получаем числа $v_{i,m-1}$. В общем случае: если уже известны числа $v_{i,m}, \ldots, v_{i,k+1}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, то после подстановки их в (18) получаем числа $a_{i,k}$. При помощи последних (путем подстановки в (20)) получаем числа $v_{i,k}$. Если поступать указанным способом, то при помощи уравнений (18) и (20) вычислим все числа $v_{i,k}$ для $i = 1, 2, \ldots, n;\ k = m, m-1, \ldots$ $\ldots, 1, 0$.

Указанным способом можно поэтому определить функции $V_i(t)$, если известны функции $Q_i(t)$ и если из статической модели известны числа $s_{i,j}$. Этот способ не требует особенно трудоемких расчетов, при условии, разумеется, что нами уже произведено обращение матрицы R. В случае невыполнения последнего условия, т. е. в случае, если статическая модель комплекса K еще не построена, наиболее трудоемкие вычисления (обращение матрицы R) достаточно произвести один раз. Значит, в отношении наиболее трудоемких вычислений нет существенных различий между статической и динамической моделью. С другой стороны, динамическая модель дает возможность отразить действительность значительно лучше, чем статическая модель и позволяет избежать возникновения диспропорций, ускользающих от нашего внимания при применении статической модели.

Заметим, что принятое упрощающее условие (11) дает и в случае не слишком большого m хорошие возможности отразить основные направления развития производства отдельных продуктов и их конечного потребления. В частности, уже в случае $m = 2$ можно выразить уровень производства, темп роста и увеличение или уменьшение темпа роста уровня производства по отдельной продукции. Поэтому наше упрощающее условие можно считать приемлемым.

Примечание 2. Как известно, на практике требуется, чтобы вместо функций $V_i(t)$, $Q_i(t)$ были известны интегралы от них по всему промежутку U или же по некоторым частичным промежуткам (например, при росписи пятилетнего плана на годы и кварталы). Однако расчет требуемых данных для известных уже функций $V_i(t)$, $Q_i(t)$ не может представлять никаких трудностей.

Перейдем теперь к дальнейшим упрощениям. Необходимость этих упрощений не связана уже непосредственно с облегчением указанных расчетов для построения динамической модели, а связана скорее с облегчением подготовки исходного материала. Для построения статической модели в качестве исходного материала необходимо знать числа $\varrho_{i,j,0} = r_{i,j}$ (для всех $i, j \in \{1, 2, \ldots \ldots, n\}$), в то время как для динамической модели необходимо знать еще и числа $\varrho_{i,j,k}$, где $k = 0, 1, 2, \ldots, m$. Для больших m это означает большие требования к подготовке исходных данных. Чтобы облегчить дело и в этом отношении, мы будем искать упрощающие, но притом подходящие условия, дающие возможность приблизить числа $\varrho_{i,j,2}, \varrho_{i,j,3}, \ldots, \varrho_{i,j,m}$ известным числам $\varrho_{i,j,0}, \varrho_{i,j,1}$.

Заметим, что отношение $\dfrac{\varrho_{i,j,1}}{\varrho_{i,j,0}}$ означает не что иное, как среднее время, которое пройдет с момента выпуска продукции P_i (потребленной для производства P_j) до момента выпуска продукции P_j. Если продукция P_i потребляется для производства продукции P_j сразу и притом всегда с одинаковым упреждением перед выпуском продукции P_j, то, очевидно, для всех $k = 0, 1, 2, \ldots$ будет выпольнятся

$$\frac{\varrho_{i,j,k}}{\varrho_{i,j,0}} = p_{i,j}^k , \tag{21}$$

где

$$p_{i,j} = \frac{\varrho_{i,j,1}}{\varrho_{i,j,0}} .$$

Несмотря на то, что на практике длительность упреждения может от случая к случаю обнаруживать небольшие колебания, и несмотря на то, что отдельные продукты (в частности, электроэнергия) для производства других продуктов потребляются не сразу, все же использование условия (21) для построения динамической модели при существующих на практике темпах роста позволяет вполне удовлетворяющим образом отразить имеющиеся соотношения между функциями $V_i(t)$, $Q_i(t)$. Поэтому напрашивается такая идея: вместо того, чтобы при помощи трудоемких статистических методов определять числа $\varrho_{i,j,k}$ для всех $k = 0, 1, \ldots, m$ и для всех пар $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$, лучше находить числа $\varrho_{i,j,0} = r_{i,j}$; $\varrho_{i,j,1} = p_{i,j} r_{i,j}$, а остальные необходимые числа приблизить по (21).

Примечание 3. За исключением трудностей, связанных с получением соответствующих исходных данных, ничего не мешает нам определять (особенно для отдельных пар i, j) с большей точностью помимо чисел $\varrho_{i,j,0}$, $\varrho_{i,j,1}$ также остальные нужные числа $\varrho_{i,j,k}$.

Из сравнения статической и динамической модели вытекает следующее: если в динамической модели комплекса с расширяющимся производством считать $\varrho_{i,j,1} = 0$ (и только при этом условии), то для этой модели имеют силу уравнения (3), справедливые в случае статической модели. Следовательно, если вместо несостоятельного условия $p_{i,j} = 0$ для всех $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ примем условие $p_{i,j} > 0$ и числа $p_{i,j}$ приблизим с достижимой точностью (хорошим основанием здесь может служить сам опыт по технологии производства отдельной продукции), то динамическая модель и при наличии упрощающих условий отражает действительность лучше, чем статическая модель.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Необходимость замены при исследовании межотраслевых отношений статической модели динамической подчеркивается почти каждым автором, который занимался этой проблематикой в специальной литературе. Здесь же появлялись главным образом следующих два препятствия: опасения слишком большого роста трудоемкости расчетов для определения соотношений между функциями $V_i(t)$, $Q_i(t)$ и трудности, связанные с получением исходных числовых данных.

Выводом метода, позволяющего существенно сократить расчеты посредством использования результатов работы, которую необходимо проделать уже для построения статической модели, равно как и предложением упрощенного хода действий при получении исходных данных (чисел $\varrho_{i,j,k}$), мы хотим внести свой скромный вклад в дело преодоления указанных препятствий.

Výtah

O JEDNODUCHOM DYNAMICKOM MODELE PRI SKÚMANÍ MEDZIODVETVOVÝCH VZŤAHOV V HOSPODÁRSKOM KOMPLEXE

ANTON KOTZIG

V práci sa navrhuje metóda konštrukcie jednoduchého dynamického modelu, ktorý má poslúžiť pri skúmaní medziodvetvových vzťahov v hospodárskom komplexe. Ide o model, ktorý zachycuje priebeh rozhodujúcich veličín, týkajúcich sa výroby, resp. spotreby jednotlivých skupín výrobkov v čase, vyjadruje ich vzájomné súvislosti a ide pritom o model, ktorý za základnú úlohu si stavia zachovať bilančnú rovnováhu v každom okamihu skúmaného časového intervalu.

Model prihliada k dôležitej požiadavke, aby sa už v ňom vyjadrila skutočnosť, že rôzne potreby výroby toho-ktorého odvetvia (napríklad potrebu dodávok výrobkov z iného odvetvia) treba spravidla uspokojiť s istým — pri rôznych potrebách prípadne rôzne dlhým — časovým predstihom pred okamihom dokončenia príslušného výrobku skúmaného odvetvia.

Model pokúša sa lepšie zobraziť skúmané skutočnosti komplexov, v ktorých intenzita výroby aspoň hlavných skupín výrobkov rastie takými tempami, ktoré nemožno pri výpočtoch zanedbať. Ide pritom o model, ktorý oproti doteraz konštruovaným statickým modelom nekladie podstatne vyššie nároky na výpočtové práce.

V práci sa však iba naznačujú možnosti využiť náväznosť časove dielčích plánov v dlhodobom pláne na zdokonalenie modelu. Práca nekladie si za cieľ riešiť rozhodujúcu ekonomickú problematiku podmienenosti, ohraničenosti a optimalizácie rozvojových temp jednotlivých odvetví skúmaného komplexu. Dáva však možnosť prijaté riešenie týchto otázok priamo do modelu premietnuť.

V závere práce sa kriticky rozoberajú klady a nedostatky navrhovaného modelu a zaslúžená pozornosť sa venuje prekonávaniu ťažkostí pri získavaní číselných podkladov a pri samotných výpočtoch.

Zusammenfassung

ÜBER EIN EINFACHES DYNAMISCHES MODELL BEI DER UNTERSUCHUNG DER BEZIEHUNGEN ZWISCHEN DEN EINZELNEN ZWEIGEN IM WIRTSCHAFTSKOMPLEX

Anton Kotzig

In der Arbeit wird eine Konstruktionsmethode eines einfachen dynamischen Modells vorgeschlagen, das bei der Untersuchung der Beziehungen zwischen den einzelnen Zweigen im Wirtschaftskomplex dienen soll. Es handelt sich um ein Modell, das den Verlauf der entscheidenden, die Produktion bzw. den Verbrauch der einzelnen Produktengruppen in der Zeit betreffenden Grössen erfasst, ihre gegenseitigen Zusammenhänge ausdrückt, und dabei handelt es sich um ein Modell, das sich die Bewahrung des Bilanzengleichgewichts in jedem Augenblick des untersuchten Zeitintervalls zur Grundaufgabe macht.

Das Modell berücksichtigt die wichtige Anforderung, dass sich bereits darin die Wirklichkeit, dass verschiedene Bedürfnisse der Produktion irgendeines Zweiges (z. B. den Bedarf der Lieferungen von Produkten aus einem anderen Zweig) in der Regel mit einem gewissen, bei verschiedenen Bedürfnissen eventuell verschieden langen Zeitvorsprung vor dem Augenblick der Beendigung des betreffenden Erzeugnisses des untersuchten Zweiges befriedigt werden müssen, ausgedrückt werde.

Das Modell versucht die untersuchten Tatsachen jener Komplexe besser darzustellen, in denen die Produktionsintensität wenigstens der Hauptproduktengruppen in solchem Tempo wächst, das bei den Berechnungen nicht vernachlässigt werden kann. Es handelt sich dabei um ein Modell, das den bisher konstruierten statischen Modellen gegenüber keine wesentlich höhere Ansprüche auf die Berechnungsarbeiten stellt.

In der Arbeit werden jedoch die Möglichkeiten, wie die Aufeinanderfolge der zeitlichen Teilpläne im langfristigen Plan zur Vervollkommnung des Modells ausgenützt werden, bloss angedeutet. Die Arbeit setzt sich nicht das Ziel, die entscheidende ökonomische Problematik der Bedingtheit, der Begrenztheit und der Optimalisation des Entwicklungstempos der einzelnen Zweige des untersuchten Komplexes zu lösen. Sie bietet jedoch die Möglichkeit, die angenommenen Lösungen dieser Fragen unmittelbar ins Modell zu übertragen.

Im Abschluss der Arbeit werden die positiven Seiten sowie die Mängel des vorgeschlagenen Modells kritisch analysiert und es wird der Überwindung der Schwierigkeiten bei der Beschaffung der Zahlengrundlagen und bei den eigentlichen Berechnungen gebührende Aufmerksamkeit gewidmet.