

Aplikace matematiky

Stanislav Vojtášek

Teorie nového zapojení elektronkového oscilátoru

Aplikace matematiky, Vol. 5 (1960), No. 5, 352–370

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102722>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1960

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

TEORIE NOVÉHO ZAPOJENÍ ELEKTRONKOVÉHO OSCILÁTORU

STANISLAV VOJTÁŠEK

(Došlo dne 31. srpna 1959.)

V práci je řešen z nelineárního hlediska nový elektronkový oscilátor, který je popsán obyčejnou nelineární diferenciální rovnicí třetího řádu typu

$$\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{dx}{dt} = \mu f \left(x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2} \right).$$

Podrobně je rozebrán klidový stav oscilátoru představovaný singulárním bodem třetího řádu. Je odvozeno periodické řešení a jeho stabilita. Kvalitativní rozbor okolí periodického řešení a ukázka praktického výpočtu doplňují teoretický rozbor.

1. ÚVOD

Kmitočtově stálé elektronkové oscilátory, které nejsou stabilizovány piezoelektrickým krystalem, mají stále důležité postavení v dnešní slaboproudé elektrotechnice. Kmitočtová stálost takových oscilátorů závisí hlavně na dvou činitelích: na změnách kapacit elektronky způsobených kolísáním prostorového náboje a na obsahu vyšších harmonických složek ve výstupním napětí. Z toho první činitel má převažující vliv nad druhým [1], [2].

Teorie a praxe ukazují, že lze oba nepříznivé vlivy do značné míry omezit tím, že se zajistí výhodný pracovní režim oscilátoru. To značí, že se zaručí pouze omezená oblast pro napětí mezi mřížkou a katodou tak, aby ležela celá v málo zakřivené části charakteristik elektronky a aby přitom neprotékal mřížkový proud. Takové pracovní poměry lze zajistit různým způsobem. Jde však také o to, aby se tak stalo pokud možno jednoduchými prostředky.

V této práci je teoreticky zpracováno nové zapojení oscilátoru, které má výše uvedené vlastnosti, což bylo také potvrzeno pokusně. Z tohoto zpracování lze pak případně zjistit ty vlastnosti, které zaručují kmitočtovou stálost.

Tato práce se zabývá hlavně klidovým a ustáleným stavem. Řeší také příslušné otázky stability a rozebírá přechodový jev v okolí ustáleného stavu. Z toho, co bylo uvedeno, má největší důležitost problém existence ustáleného

stavu. V ustáleném stavu lze pak zajistit podle předpokladu vhodnou velikostí součástek pracovní podmínky oscilátoru tak, že se tím dosáhne větší kmitočtové stálosti (vzhledem k dříve uvedeným změnám) než u běžně zapojených oscilátorů.

2. KLIDOVÝ STAV A JEHO STABILITA

Zkoumaný oscilátor může být popsán (viz odstavec 7) jedinou diferenciální rovnicí třetího řádu ve tvaru

$$\frac{d^3x}{d\tau^3} + \frac{dx}{d\tau} = \mu f\left(x, \frac{dx}{d\tau}, \frac{d^2x}{d\tau^2}\right);$$

této diferenciální rovnici je ekvivalentní soustava

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= x_3, \\ \frac{dx_3}{d\tau} &= -x_2 + \mu f(x_1, x_2, x_3). \end{aligned}$$

Přitom μ je tzv. malý parametr, což je malé kladné číslo. Funkce f je analytická pro všechna konečná x_1, x_2, x_3 . Klidový stav oscilátoru je dán singulárním bodem soustavy (1), tj. bodem o souřadnicích x_{10}, x_{20}, x_{30} , které vyhovují soustavě rovnic

$$x_2 = 0, \quad x_3 = 0, \quad -x_2 + \mu f(x_1, x_2, x_3) = 0,$$

čili

$$(2) \quad x_2 = x_3 = 0, \quad f(x_1, 0, 0) = 0.$$

Chování soustavy (2) v okolí singulárního bodu (x_{10}, x_{20}, x_{30}) je v mnoha případech úplně charakterisováno soustavou tzv. rovnic „ve variacích“ vytvořených vzhledem k singulárnímu bodu, tj. soustavou

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} &= -\xi_2, \\ \frac{d\xi_2}{dt} &= -\xi_3, \\ \frac{d\xi_3}{dt} &= -\xi_2 - \mu \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_0 \xi_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_0 \xi_2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \right)_0 \xi_3 \right], \end{aligned}$$

kde index nula u závorek znamená, že do parciálních derivací bylo za x_1, x_2, x_3 dosazeno x_{10}, x_{20}, x_{30} .

Budiž

$$(3) \quad \lambda^3 + p\lambda^2 + q\lambda + r = 0$$

charakteristická rovnice příslušná soustavě ve variacích. Označme kořeny této rovnice $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Vyloučíme-li ty případy, kdy některý kořen rovnice (3) má nulovou reálnou část (v tom případě totiž právě soustava ve variacích nestačí k popsání chování soustavy (1) v okolí singulárního bodu), mohou nastat tyto případy:

1. stabilní uzel, $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0$;
2. nestabilní uzel, $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0$;
3. sedlo, znaménka kořenů nejsou stejná;
4. nestabilní uzlové ohnisko, $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = \varepsilon + j\delta, \lambda_3 = \varepsilon - j\delta, \varepsilon > 0$;
5. stabilní uzlové ohnisko, $\lambda_1 < 0, \lambda_2 = \varepsilon + j\delta, \lambda_3 = \varepsilon - j\delta, \varepsilon < 0$;
6. sedlové ohnisko I, $\lambda_1 < 0, \lambda_2 = \varepsilon + j\delta, \lambda_3 = \varepsilon - j\delta, \varepsilon > 0$;
7. sedlové ohnisko II, $\lambda_1 > 0, \varepsilon < 0$, kde $j = \sqrt{-1}$.

Ze soustavy (2) snadno nahlédneme, že δ je blízké jedné a ε blízké nule.

Obecné řešení soustavy ve variacích je dáno rovnostmi

$$\xi_1 = Ae^{\lambda_1 \bar{\tau}} + e^{\varepsilon \bar{\tau}}(B \cos \delta \bar{\tau} + C \sin \delta \bar{\tau}),$$

$$\xi_2 = e^{\varepsilon \bar{\tau}}(-\delta B \sin \delta \bar{\tau} + \delta C \cos \delta \bar{\tau}),$$

$$\xi_3 = e^{\varepsilon \bar{\tau}}(-\delta^2 B \cos \delta \bar{\tau} - \delta^2 C \sin \delta \bar{\tau}).$$

Z požadavku, aby oscilátor začal kmitat kmity blízkými sinusovým s amplitudou s časem narůstající, plyne podle tohoto řešení, že nejvýhodnější případ je ten, kdy $\lambda_1 < 0, \varepsilon > 0, \delta \neq 0$ (tj. sedlové ohnisko I). V dalším se ukáže, že nelineární členy v soustavě (1) způsobí, že amplituda se ustálí na jisté konečné hodnotě, zatímco kruhový kmitočet ustáleného řešení bude blízký δ .

Vyšetřme nejdříve, kdy soustava (1) má singulární bod požadovaných vlastností. Jak známo, pro existenci dvou komplexně sdružených kořenů rovnice (3) (čili proto, aby $\delta \neq 0$) je nutné a stačí, aby byla splněna nerovnost

$$(4) \quad 18pqr + p^2q^2 - 4p^3r - 4q - 27r^3 < 0.$$

Ze vztahu

$$(5) \quad \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \lambda_1(\varepsilon^2 + \delta^2) = -r$$

vidíme, že k tomu, aby $\lambda_1 < 0$, je nutné a stačí, aby $r > 0$. V dalším uvodíme, že v prakticky realizovatelných případech jsou podmínka (4) a podmínka $r > 0$ vždy splněny.

Najdeme ještě podmínku pro to, aby $\varepsilon > 0$. Jelikož $\lambda_1 + 2\varepsilon = -p$ a λ_1 splňuje rovnici (3), splňuje ε rovnici

$$(6) \quad \varepsilon^3 + \varepsilon^2 p + \varepsilon \frac{p^2 + q}{4} + \frac{pq - r}{8} = 0.$$

Rovnice (6) má kořeny

$$\varepsilon_i = -\frac{p + \lambda_i}{2} \quad (i = 1, 2, 3),$$

takže je-li splněna podmínka (4), ε_1 je jediný reálný kořen této rovnice. Jelikož

$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = \varepsilon_1 |\varepsilon_2|^2 = -\frac{pq - r}{8},$$

je $\varepsilon > 0$, když a jen když platí

$$(7) \quad pq - r < 0.$$

Opakujme, že jsou-li splněny podmínky (4), (7) a $r > 0$, oscilátor se rozkmitá netlumenými kmity blízkými sinusovým.

3. PERIODICKÉ ŘEŠENÍ

V předešlém odstavci byly odvozeny podmínky pro existenci žádaného typu singulárního bodu. V tomto odstavci budou nalezeny podmínky pro existenci periodického řešení, které odpovídá ustálenému stavu v technickém slova smyslu. S tím nedílně související otázka stability bude řešena v 5. odstavci.

Podle předpokladu jsou pravé strany soustavy (1) analytickými funkcemi proměnných x_1, x_2, x_3 pro všechna konečná x_1, x_2, x_3 . Hledejme pak periodické řešení této soustavy podle Poincarého ve tvaru

$$(8) \quad x_s = x_s(t, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \alpha, \mu) \quad (s = 1, 2, 3),$$

kde α určuje změnu délky periody, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ jsou parametry prozatím blíže neurčené [5, II, 6]¹⁾, [6].

Přitom α se vyskytuje jen u autonomních soustav a souvisí s předpokládanou periodou T vztahem [5, II, 12], [6]

$$(9) \quad T = 2\pi(1 + \mu\alpha).$$

(Předpokládá se, že jsme dosáhli vhodnou substitucí nezávisle proměnné toho, že linearisovaná soustava pro $\mu = 0$ má periodu $T = 2\pi$).

Parametry $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ jsou pak vázány s počátečními podmínkami takto:

$$(10) \quad x_s(0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \alpha, \mu) = x_s^{(0)}(0) + \beta_s,$$

kde $x_s^{(0)}(0)$ má význam počátečních podmínek jednoho z tvořících řešení soustavy (1).

U autonomních soustav lze volit jeden z parametrů β_s nulový. Taková volba však není zcela libovolná. Blíže o tom v [6]. Předpokládejme, že lze volit pevně β_3 . Potom lze nalézt za jistých podmínek β_1, β_2, α jako analytické funkce malého parametru μ [5, II, 6]. Viz také dále. Předpokládejme prozatím, že takové funkce existují. Lze tedy zavést do soustavy (1) novou nezávisle proměnnou τ substitucí

$$(11) \quad \bar{\tau} = \tau(1 + \mu\alpha) = \tau(1 + \mu\alpha^{(1)} + \mu^2\alpha^{(2)} + \dots),$$

¹⁾ Citace [5, II, 6] značí literární pramen [5], II. kapitola a 6. paragraf (6 §).

takže všechna hledaná řešení budou mít v proměnné τ periodu $T = 2\pi$ nezávislou na μ .

Vzhledem k výše uvedeným předpokladům lze psát též hledaná řešení ve tvaru mocninných řad

$$(12) \quad x_s(\tau) = x_s^{(0)}(\tau) + \mu x_s^{(1)}(\tau) + \mu^2 x_s^{(2)}(\tau) + \dots \quad (s = 1, 2, 3),$$

kde funkce $x_s^{(i)}$ jsou periodické s periodou 2π .

Dosadíme předpokládané řešení ve tvaru (12) a zavedme transformaci (11) do soustavy (1), kde byla funkce f rozvinuta v řadu v okolí tvořícího řešení $x_s^{(0)}$. Srovnáme-li pak výrazy u týchž mocnin μ , dostaneme postupně soustavy lineárních nehomogenních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty pro jednotlivá řešení $x_s^{(0)}$, $x_s^{(1)}$, $x_s^{(2)}$, ... Vidíme, že $x_s^{(0)}$ je řešením tvořící soustavy

$$\begin{aligned} \frac{dx_1^{(0)}}{d\tau} &= x_2^{(0)}, \\ \frac{dx_2^{(0)}}{d\tau} &= x_3^{(0)}, \\ \frac{dx_3^{(0)}}{d\tau} &= -x_2^{(0)}. \end{aligned}$$

Vypišme soustavu diferenciálních rovnic pro $x_s^{(1)}$

$$(13) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1^{(1)}}{d\tau} &= x_2^{(1)} + \alpha^{(1)}x_2^{(0)}, \\ \frac{dx_2^{(1)}}{d\tau} &= x_3^{(1)} + \alpha^{(1)}x_3^{(0)}, \\ \frac{dx_3^{(1)}}{d\tau} &= -x_2^{(1)} - \alpha^{(1)}x_2^{(0)} + f(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}). \end{aligned}$$

Kořeny charakteristické rovnice tvořící soustavy jsou 0 , $+j$, $-j$. Bude tedy matice nezávislých tvořících řešení např.

$$(14) \quad \left\| \begin{array}{ccc} x_{11}^{(0)} & x_{12}^{(0)} & x_{13}^{(0)} \\ x_{21}^{(0)} & x_{22}^{(0)} & x_{23}^{(0)} \\ x_{31}^{(0)} & x_{32}^{(0)} & x_{33}^{(0)} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & \cos \tau & \sin \tau \\ 0 & -\sin \tau & \cos \tau \\ 0 & -\cos \tau & -\sin \tau \end{array} \right\|.$$

Přitom prvá číslice indexu značí proměnnou a druhá číslice řešení.

Obecné řešení tvořící soustavy lze psát ve tvaru [5, II, 12]

$$(15) \quad \begin{aligned} x_1^{(0)} &= M_1^{(0)} + M_2^{(0)} \cos \tau + M_3^{(0)} \sin \tau, \\ x_2^{(0)} &= -M_2^{(0)} \sin \tau + M_3^{(0)} \cos \tau, \\ x_3^{(0)} &= -M_2^{(0)} \cos \tau - M_3^{(0)} \sin \tau. \end{aligned}$$

Z těchto důvodů, z nichž, jak jsme dříve uvedli, lze volit $\beta_3 = 0$, můžeme nyní položit $M_3^{(0)} = 0$. Lze tedy psát

$$(16) \quad \begin{aligned} x_1^{(0)} &= M_1^{(0)} + M_2^{(0)} \cos \tau, \\ x_2^{(0)} &= -M_2^{(0)} \sin \tau, \\ x_3^{(0)} &= -M_2^{(0)} \cos \tau. \end{aligned}$$

Matice nezávislých řešení přidružené diferenciální rovnice k tvořící diferenciální rovnici je např.

$$(17) \quad \begin{vmatrix} v_{11}^{(0)} & v_{12}^{(0)} & v_{13}^{(0)} \\ v_{21}^{(0)} & v_{22}^{(0)} & v_{23}^{(0)} \\ v_{31}^{(0)} & v_{32}^{(0)} & v_{33}^{(0)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \tau & \sin \tau \\ 1 & -\sin \tau & \cos \tau \end{vmatrix}.$$

Přitom prvá číslice indexu značí proměnnou a druhá číslice řešení.

Ponechme na okamžik hodnoty $M_1^{(0)}$ a $M_2^{(0)}$ neurčeny a hledíme funkce $x_i^{(1)}$, které mají být periodické a mají splňovat soustavu (13). Jak vyplývá z teorie lineárních diferenciálních rovnic, má nehomogenní soustava (13) periodické řešení právě tehdy, jsou-li splněny podmínky

$$(18) \quad \int_0^{2\pi} f(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}) v_{3i}^{(0)} d\tau + \alpha^{(1)}(A_{i1}M_1^{(0)} + A_{i2}M_2^{(0)}) = P_i^{(0)}(\alpha^{(1)}, M_1^{(0)}, M_2^{(0)}) = 0.$$

($i = 1, 2, 3$)

Přitom jsou A_{i1} a A_{i2} konstanty a platí pro ně [5, II, 11]

$$(19) \quad A_{i1} = 2\pi \sum_{\beta=1}^3 \frac{dx_{\beta 1}^{(0)}}{d\tau} v_{3i}^{(0)}, \quad A_{i2} = 2\pi \sum_{\beta=1}^3 \frac{dx_{\beta 2}^{(0)}}{d\tau} v_{3i}^{(0)} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Podmínky (18) určují konstanty $M_1^{(0)} = M_1^{(0)*}$, $M_2^{(0)} = M_2^{(0)*}$ a současně i opravu $\alpha^{(1)} = \alpha^{(1)*}$.

Předpokládejme dále, že v bodě $M_1^{(2)*}$, $M_2^{(0)*}$, $\alpha^{(1)*}$ platí

$$(20) \quad \frac{\partial(P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, P_3^{(0)})}{\partial(\alpha^{(1)}, M_1^{(0)}, M_2^{(0)})} \neq 0.$$

Podmínka (20) zaručí, že daná soustava (1) bude mít jediné periodické řešení pro všechna dosti malá μ . Přitom řešení pro $\mu \rightarrow 0$ přejde v tvořící řešení

$$\begin{aligned} x_1^{(0)} &= M_1^{(0)*} + M^{(0)*} \cos \tau, \\ x_2^{(0)} &= -M_2^{(0)*} \sin \tau, \\ x_3^{(0)} &= -M_2^{(0)*} \cos \tau. \end{aligned}$$

Lze také ukázat, že při splnění podmínky (20) existují jediná periodická řešení zkoumané soustavy diferenciálních rovnic, která jsou analytická v μ pro jeho jisté malé hodnoty [5, II, 6].

4. URČENÍ VYŠŠÍHO PŘÍBLÍŽENÍ PRO PERIODICKÉ ŘEŠENÍ

Vyšší přiblížení pro periodické řešení umožní získat názor na vliv nelinearit oscilátoru na tvoření zkreslení harmonickými složkami byt i jen nízkých řádů. Současně si lze učinit alespoň částečnou představu o vlivu nelinearit na odchylku kmitočtu.

Výpočty takových vyšších přiblížení jsou zdlouhavé a to zvláště u případů z praxe, které bývají již samy o sobě složité. U oscilátoru, jehož zpracování je obsahem této práce, bude naznačen postup, jak nalézt zmíněné vyšší přiblížení.

Jak vyplývá ze soustavy (13) a z teorie lineárních diferenciálních rovnic, bude její řešení ve tvaru

$$(21) \quad x_s^{(1)} = M_1^{(1)} x_{s1}^{(0)}(\tau) + M_2^{(1)} x_{s2}^{(0)}(\tau) + y_s^{(1)} \quad (s = 1, 2, 3).$$

Přitom jsou $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$ prozatím neznámé konstanty, obdobné konstantám $M_1^{(0)}$, $M_2^{(0)}$ a $y_s^{(1)}$ jsou partikulární integrály soustavy (13). Výsledné řešení v prvním přiblížení je pak dáno prvými dvěma členy rozvoje (12). Máme-li tedy nalézt prvé přiblížení periodického řešení, musíme vypočítat konstanty $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$ a nalézt partikulární integrály $y_s^{(1)}$. Kromě toho nutno určit druhou opravu na periodu $\alpha^{(2)}$, jak vyplyne ještě z dalšího. Určíme nejdříve partikulární integrály $y_s^{(1)}$.

Podle teorie diferenciálních rovnic budou $y_s^{(1)}$ dány vzorci [7]

$$(22) \quad y_s^{(1)} = \sum_{\beta=1}^3 x_{s\beta}^{(0)} \cdot \int \frac{\sum_{\gamma=1}^3 D_{\gamma\beta} V_{\gamma}}{D} d\tau.$$

Přitom D je determinant matice (14) a $D_{\gamma\beta}$ je doplněk prvku $x_{\gamma\beta}$ v tomto determinantu. Funkce V_{γ} jsou členy na pravých stranách soustavy (13), které neobsahují $x_j^{(1)}$.

Na základě nalezených $y_s^{(1)}$ vypočteme neznámé $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$ z podmínky periodičnosti řešení funkcí $x_s^{(2)}$. Příslušná soustava diferenciálních rovnic bude

$$(23) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1^{(2)}}{d\tau} &= x_2^{(2)} + \alpha^{(1)} x_2^{(1)} + \alpha^{(2)} x_2^{(0)}, \\ \frac{dx_2^{(2)}}{d\tau} &= x_3^{(2)} + \alpha^{(1)} x_3^{(1)} + \alpha^{(2)} x_3^{(0)}, \\ \frac{dx_3^{(2)}}{d\tau} &= -x_2^{(2)} - \alpha^{(1)} x_2^{(1)} - \alpha^{(1)} f(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}) - \alpha^{(2)} x_2^{(0)} - \sum_{\beta=1}^3 \left[\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3} \right] x_s^{(1)}, \end{aligned}$$

kde hranatá závorka značí, že se po derivování dosadí za x_1, x_2, x_3 tvořící řešení $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}$. Pomocí (18) a (19) dostaneme podmínky periodičnosti pro $x_s^{(2)}$ [5, II, 12]

$$(24) \quad P_i^{(1)} = \frac{\partial P_i^{(0)}}{\partial \alpha^{(1)}} \alpha^{(2)} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial P_i^{(0)}}{\partial M_j^{(0)}} M_j^{(1)} + N_j^{(1)} = 0,$$

kde $N_i^{(1)}$ je dáno vzorcem

$$N_i^{(1)} = \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{\gamma=1}^3 \left[\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_\gamma} \right] y_\gamma^{(1)} v_{3i}^{(0)} + \alpha^{(1)} f(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}) v_{3i}^{(0)} \right\} d\tau.$$

Přítom hranatá závorka má stejný význam jako v soustavě (23).

Podmínky (24) tvoří pak tři lineární algebraické rovnice pro neznámé $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$, které se snadno vypočítají. Tyto neznámé závisí jak na $M_1^{(0)}$, $M_2^{(0)}$, $\alpha^{(1)}$, tak na parametrech zapojení. Blíže viz praktickou část výpočtu.

5. STABILITA PERIODICKÉHO ŘEŠENÍ

Fyzikální existence oscilací není ještě zaručena tím, že nalezneme periodické řešení zkoumané soustavy. Nutno totiž určit také jeho stabilitu. Jen asymptoticky stabilní periodická řešení mají praktický význam. K takovému řešení se blízká řešení pro $t \rightarrow \infty$ přibližují. Náhodné poruchy a zjednodušení zaváděná při výpočtu potom prakticky nenaruší periodické kmity oscilátoru.

Vyjděme opět z původní dané soustavy (1), do které zavedeme čas τ substitucí (11)

$$(25) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= x_2 + \mu\alpha x_2, \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= x_3 + \mu\alpha x_3, \\ \frac{dx_3}{d\tau} &= -x_2 + \mu[(1 + \mu\alpha) f(x_1, x_2, x_3) - \alpha x_2]. \end{aligned}$$

Zavedme dále podle teorie stability tzv. „poruchy“ z_s dané rozdíly

$$z_s = x_s - x_s(\tau, \mu) \quad (s = 1, 2, 3),$$

kde $x_s(\tau, \mu)$ značí zkoumané periodické řešení a x_s je řešení soustavy (25).

Soustava pro z_s má po rozvedení funkce f v řadu v okolí bodu $x_1^{(0)}$, $x_2^{(0)}$, $x_3^{(0)}$ tvar

$$(26) \quad \begin{aligned} \frac{dz_1}{d\tau} &= z_2 + \mu\alpha z_2, \\ \frac{dz_2}{d\tau} &= z_3 + \mu\alpha z_3, \\ \frac{dz_3}{d\tau} &= -z_2 - \mu\alpha z_2 + \mu(1 + \mu\alpha) \sum_{\beta=1}^3 \left(\frac{\partial f}{\partial x_\beta} \right) z_\beta + \text{vyšší členy} \quad (\beta = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Podle Ljapunovových vět stačí v tzv. „nekritických“ případech vyšetřovat pouze soustavu (26) bez vyšších členů rozvoje funkce f . Zjednodušíme dále soustavu (26) tím, že vypustíme členy obsahující vyšší mocniny μ než první. Dostaneme tak soustavu mající tvar

$$(27) \quad \begin{aligned} \frac{dz_1}{d\tau} &= z_2 + \mu\alpha z_2, \\ \frac{dz_2}{d\tau} &= z_3 + \mu\alpha z_3, \\ \frac{dz_3}{d\tau} &= -z_2 - \mu\alpha z_2 + \mu \sum_{\beta=1}^3 \left[\frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_\beta} \right] z_\beta \quad (\beta = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Za jistých podmínek může soustava (27) při dosti malém μ rozhodovat o asymptotické stabilitě [3]. Hranatá závorka značí, že se po derivování dosadí za x_1, x_2, x_3 tvořící řešení $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}$. Kořeny charakteristické rovnice soustavy (27) pro $\mu = 0$ jsou opět $0, +j, -j$.

V souladu s teorií stability zavedme nyní do (27) substituci

$$(28) \quad z_s = e^{\gamma\tau} u_s \quad (s = 1, 2, 3),$$

kde γ je tzv. charakteristický exponent a u_s jsou (blíže neurčené) periodické funkce s periodou 2π . Za jistých předpokladů, které jsou i v tomto případě splněny, je γ analytickou funkcí μ , rovnající se nule pro $\mu = 0$ [5, III, 13]. Lze tedy psát

$$(29) \quad \gamma = \mu\gamma^{(0)} + \mu^2\gamma^{(1)} + \dots$$

Použijme pro určení stability jen prvního přiblížení pro γ . Po zavedení (28) do (27) dostaneme

$$(30) \quad \begin{aligned} \frac{du_1}{d\tau} &= -\mu\gamma^{(0)}u_1 + u_2 + \mu\alpha^{(1)}u_2, \\ \frac{du_2}{d\tau} &= -\mu\gamma^{(0)}u_2 + u_3 + \mu\alpha^{(1)}u_3, \\ \frac{du_3}{d\tau} &= -u_2 - \mu(\alpha^{(1)}u_2 + \gamma^{(0)}u_3) - \mu \sum_{\beta=1}^3 \left[\frac{\partial f}{\partial x_\beta} \right] u_\beta. \end{aligned}$$

Hledejme opět periodické řešení soustavy (30) metodou malého parametru. Spokojíme se pouze s tvořícím řešením soustavy (30), které má tvar

$$(31) \quad \begin{aligned} u_1^{(0)} &= C_0 + D_0 \cos \tau + E_0 \sin \tau, \\ u_2^{(0)} &= -D_0 \sin \tau + E_0 \cos \tau, \\ u_3^{(0)} &= -D_0 \cos \tau - E_0 \sin \tau. \end{aligned}$$

Sestavíme-li dále podmínky periodičnosti obdobné podmínkám (18) pro řešení v prvním přiblížení soustavy (30), dostaneme tři homogenní lineární algebraické rovnice pro neznámé C_0, D_0, E_0 .

Tato soustava algebraických rovnic má nenulové řešení, je-li determinant soustavy roven nule. Položíme-li tento determinant rovný nule, dostaneme algebraickou rovnici třetího stupně v $\gamma^{(0)}$. Její jeden kořen je nulový, což souhlasí s obecnou teorií diferenciálních rovnic. Zbývá pak kvadratická rovnice v obecném tvaru

$$(32) \quad (\gamma^{(0)})^2 + m\gamma^{(0)} + n = 0 ,$$

kde m a n jsou konstanty závislé na fyzikálních parametrech soustavy.

Zkoumané řešení je asymptoticky stabilní, jsou-li reálné části kořenů rovnice (32) záporné, což nastane tehdy a jen tehdy, platí-li

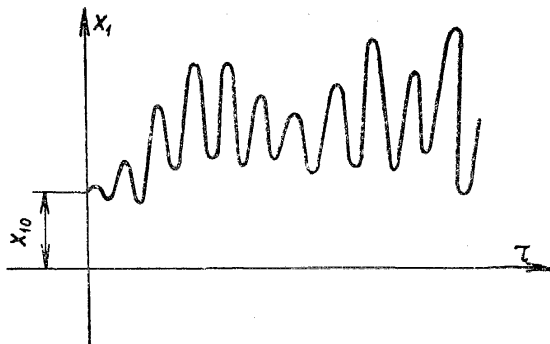
$$(33) \quad m > 0 ,$$

$$(34) \quad n > 0 .$$

6. ANALYSA OKOLÍ PERIODICKÉHO ŘEŠENÍ

Často je pak důležité znát i ustalování oscilací z kvalitativního hlediska. Toto přichází v úvahu např. tehdy, když nás zajímá tvar oscilací než se tyto ustálí. O tvaru těchto oscilací pak rozhoduje rovnice (32).

Uvažujme, že má (32) jen kořeny nenulové a to reálné nebo komplexně sdružené. Zajímá nás přitom jen stabilní (zde asymptoticky) periodické řešení. Jsou tedy splněny podmínky (33) a (34).



Obr. 1. Periodické ustalování oscilací.

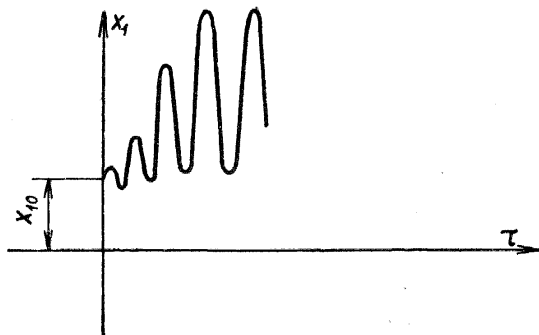
Má-li rovnice (32) kořeny komplexně sdružené, platí

$$(35) \quad m^2 - 4n < 0 ,$$

má-li kořeny reálné (různé), platí

$$(36) \quad m^2 - 4n > 0 .$$

V prvním případě se ukazuje, že se oscilace ustalují periodicky. Obálka oscilací bude mít tvar blízký tlumeným oscilacím (obr. 1). V druhém případě se budou oscilace ustalovat aperiodicky, obálka oscilací bude mít tvar blízký známému aperiodickému průběhu (obr. 2). Oboje souvisí s vlivem charakteristického exponentu na průběh řešení, jak také plyne z (29) [8].



Obr. 2. Aperiodické ustalování oscilací.

Je důležité si všimnout i toho, že podmínky (35) a (36) rozhodují i kvalitativně o druhu případné nestability periodického řešení, to jest tehdy, nejsou-li splněny podmínky (33) a (34). Bude-li totiž potom platit (36), jedná se o tzv. „aperiodickou“ nestabilitu. Platí-li však (35), vzniká tzv. „squegging“, což je případ tzv. „periodické“ nestability. Tomuto případu se snažíme v praxi zabránit.

7. ŘEŠENÍ PRAKTICKÉHO PŘÍPADU

V odstavcích 1 až 6 bylo vyloženo teoretické řešení několika otázek souvisejících s novým zapojením oscilátoru. Celý postup byl uváděn z obecnějšího stanoviska. V tomto odstavci bude použita výše vyložená teorie na konkrétní případ nového typu oscilátoru, jehož předpokládané vlastnosti byly naznačeny v úvodu. Jeho zapojení je na obr. 3.

Diferenciální rovnice odvozená z obr. 3 je

$$(37) \quad LC_1C_2 \frac{d^3x}{dt^3} + C \frac{dx}{dt} = -\frac{R_1}{R} i_a - \frac{x}{R} - \frac{rC_2}{R} \frac{dx}{dt} - \left(\frac{LC_2}{R} + rC_1C_2 \right) \frac{d^2x}{dt^2}.$$

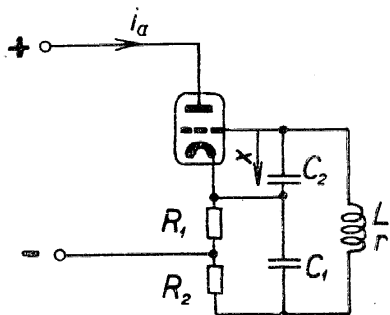
Přitom je $R = R_1 + R_2$ a $C = C_1 + C_2$. Závisle proměnná x má význam napětí mezi mřížkou a katodou elektronky.

Zavedme do (37) substituci $\bar{t} = \omega_0 t$, kde $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{LC_1C_2}}$ je rezonanční kmito-

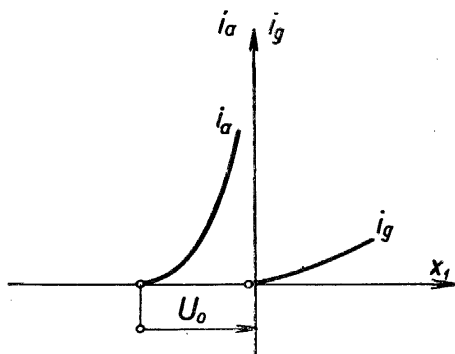
čet kmitavého obvodu. Pro zjednodušení zavedeme také koeficienty a, b, c, d , jejichž význam vyplývá z diferenciální rovnice (37). Vytkneme-li pak malý parametr μ , dostaneme: $ak = \mu \bar{a}k$, $b = \mu \bar{b}$, $c = \mu \bar{c}$, $d = \mu \bar{d}$. Závislost anodového proudu i_a nahradíme takto definovanou funkcí (která dobře souhlasí se změřenou závislostí)

$$\begin{aligned} \text{pro } x \leq -U_0 \text{ je } i_a &= 0, \\ \text{pro } x > -U_0 \text{ je } i_a &= k(x + U_0)^3. \end{aligned}$$

Vliv průniku elektronky je zanedbán, což nevznáší zjistitelnou chybu. Přitom je také $k > 0$ a $U_0 > 0$ (viz obr. 4).



Obr. 3. Zapojení oscilátoru. Odpor r zahrnuje ztráty kmitavého obvodu.



Obr. 4. Charakteristiky anodového proudu i_a a mřížkového proudu i_g při daném napětí anodového zdroje.

Diferenciální rovnice (37) nabude po úpravě tvaru

$$(38) \quad \frac{dx^3}{d\tau^3} + \frac{dx}{d\tau} = \mu \left[-\bar{a}k(x + U_0)^3 - \bar{b}x - \bar{c} \frac{dx}{d\tau} - \bar{d} \frac{d^2x}{d\tau^2} \right].$$

Rozepíšeme-li diferenciální rovnici (38) do soustavy, dostaneme

$$(39) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= x_3, \\ \frac{dx_3}{d\tau} &= -x_2 + \mu[-\bar{a}k(x_1 + U_0)^3 - \bar{b}x_1 - \bar{c}x_2 - \bar{d}x_3]. \end{aligned}$$

Volíme-li μ řádu 10^{-2} , jsou $\bar{a}k, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$ nejvýše řádu jednotek.

Soustava algebraických rovnic, které určují singulární bod, zní

$$(40) \quad \begin{aligned} x_2 &= 0, \\ x_3 &= 0, \\ k(x_1 + U_0)^3 + \frac{x_1}{R_1} &= 0. \end{aligned}$$

Význam nenulové souřadnice x_{10} singulárního bodu vyplývá pak z obr. 5.

Charakteristická rovnice příslušející k linearisované soustavě, vzniklé ze soustavy (39), psaná obecně ve tvaru (3), má zde tvar

$$(41) \quad \lambda^3 + d\lambda^2 + c\lambda + b + aS_0 = 0,$$

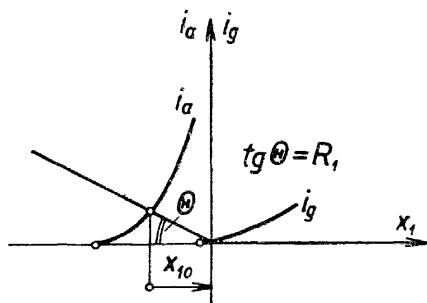
kde S_0 má význam tzv. „strmosti“ anodového proudu pro $x_1 = x_{10}$ definované takto

$$(42) \quad S_0 = \left(\frac{\partial i_a}{\partial x_1} \right)_{x_1 = x_{10}}$$

Diskriminant (4), který rozhoduje o kořenech rovnice (41), je pro tento případ

$$(43) \quad D = 18cd(aS_0 + b) + c^2b^2 - 4d^3(aS_0 + b) - 27(aS_0 + b)^2 - 4c^3.$$

Vzhledem k řádům koeficientů b , c , d a vzhledem ke koeficientu a , který je řádu 10^2 , bude v praxi vždy $D < 0$. To značí, že rovnice (41) má dva komplexně sdružené kořeny, jejichž reálné



Obr. 5. Poloha jedné souřadnice singulárního bodu na charakteristice anodového proudu.

části jsou kladné při splnění podmínky (7), která zde má tvar

$$(44) \quad 1 + S_0 R_1 > r C_2 \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{R C_1} \right).$$

Podmínky (43), (44), jakož i $b + aS_0 > 0$ zajišťují, že se oscilátor rozkmitá kmity blízkými sinusovým.

Podmínky periodičnosti (18) dají po integraci tyto tři rovnice

$$(45) \quad P_1^{(0)} \equiv ak(M_1^{(0)} + U_0)[2(M_1^{(0)} + U_0)^2 + 3(M_2^{(0)})^2] + 2b(M_1^{(0)} + U_0) - 2bU_0 = 0,$$

$$(46) \quad P_2^{(0)} \equiv ak[3(M_1^{(0)} + U_0)^2 + \frac{3}{4}(M_2^{(0)})^2] - d - b = 0,$$

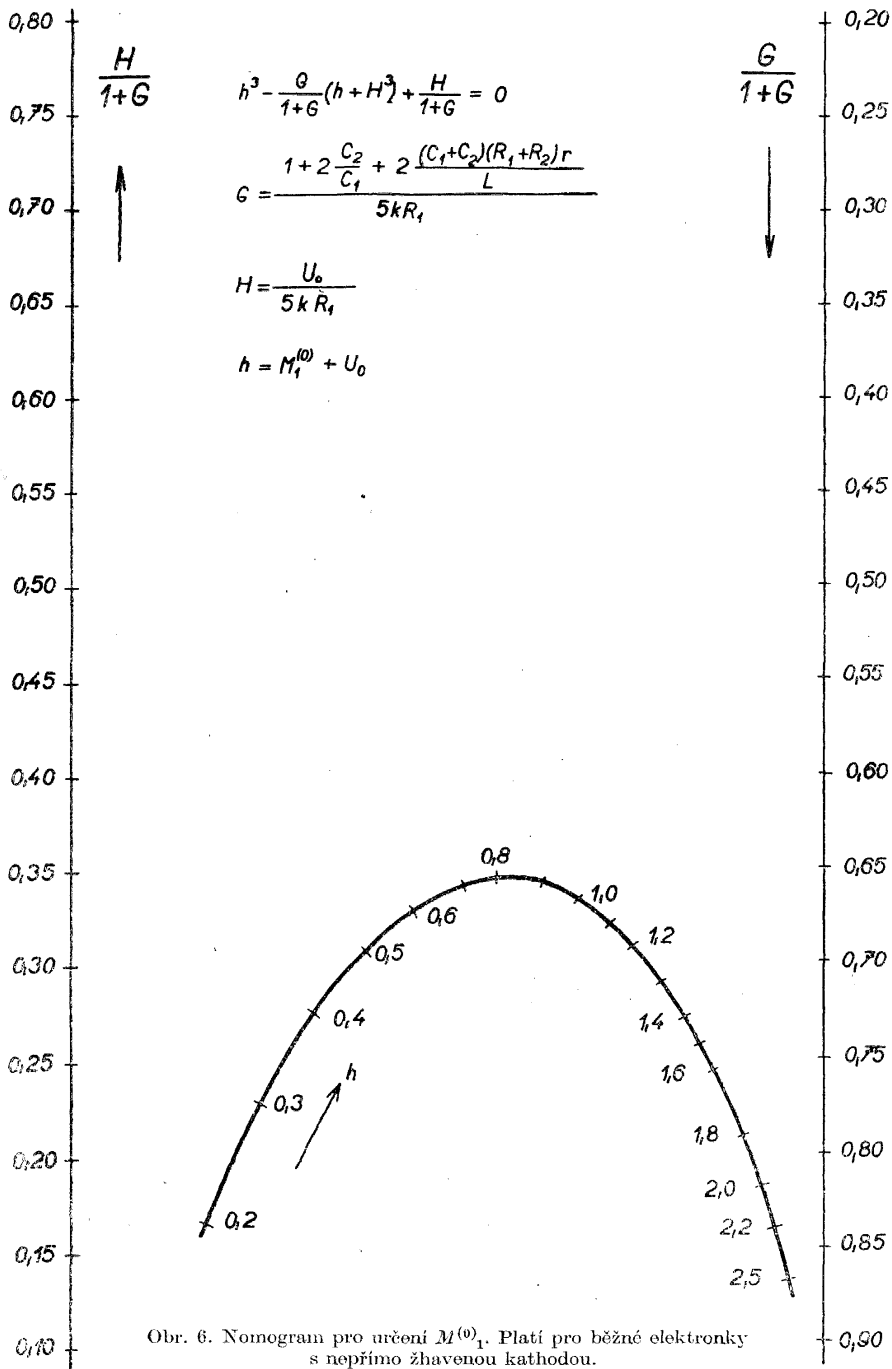
$$(47) \quad P_3^{(0)} \equiv \alpha^{(1)} + \frac{\bar{c}}{2} = 0.$$

Pro neznámou $M_1^{(0)}$ lze sestavit jednoduchou kubickou rovnici se dvěma parametry a sestavit pro ni jednoduchý nomogram, který je na obr. 6. Nalezené kořeny mají jen tehdy smysl, jestliže $x_1 \geq -U_0$. V opačném případě by zkoumaný případ nepopisovala pouze soustava (39).

Při počítání vyššího přiblížení určíme nejprve partikulární integrály $y_1^{(1)}$, $y_2^{(1)}$, $y_3^{(1)}$ podle vzorců (22). Po integraci dostaneme

$$y_1^{(1)} = -\frac{3}{4} \bar{c} M_2^{(0)} \cos \tau + \frac{1}{4} \bar{a} k (M_1^{(0)} + U_0) (M_2^{(0)})^2 \sin 2\tau + \frac{1}{16} \bar{a} k (M_2^{(0)})^3 \sin 3\tau,$$

$$y_2^{(1)} = \frac{\bar{c}}{4} M_2^{(0)} \sin \tau + \frac{\bar{a} k}{2} (M_1^{(0)} + U_0) (M_2^{(0)})^2 \cos 2\tau + \frac{1}{32} \bar{a} k (M_2^{(0)})^3 \cos 3\tau,$$



Obr. 6. Nomogram pro určení $M_1^{(0)}$. Platí pro běžné elektronky s nepřímo žhavenou kathodou.

$$y_3^{(1)} = -\frac{\bar{c}}{4} M_2 \cos \tau - \bar{a}k(M_1^{(0)} + U_0)(M_2^{(0)})^2 \sin 2\tau - \frac{3}{32} \bar{a}k(M_2^{(0)})^3 \sin 3\tau.$$

Podmínky periodičnosti (24) dají pak tyto tři lineární algebraické rovnice pro výpočet $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$

$$(48) \quad P_1^{(1)} \equiv M_1^{(1)}\pi \left[-2\bar{d} - \frac{3}{2} \bar{a}k(M_1^{(0)})^2 \right] - 6\pi\bar{a}k(M_1^{(0)} + U_0)M_2^{(0)}M_2^{(1)} - \\ - \frac{9}{2} \pi\bar{c}\bar{a}k(M_1^{(0)} + U_0)(M_2^{(0)})^2 = 0,$$

$$(49) \quad P_2^{(1)} \equiv -2\pi\alpha^{(2)}M_2^{(0)} + \frac{3}{4} \pi\bar{a}^2k^2(M_1^{(0)} + U_0)^2(M_2^{(0)})^3 + \frac{\pi}{128} \bar{a}^2k^2(M_2^{(0)})^5 + \\ + \frac{3}{4} \pi\bar{c}^2M_2^{(0)} = 0,$$

$$(50) \quad P_3^{(1)} \equiv -6\pi\bar{a}k(M_1^{(0)} + U_0)M_2^{(0)}M_1^{(1)} - \frac{3}{2} \pi\bar{a}k(M_2^{(0)})^2 M_2^{(1)} + \frac{9}{8} \pi\bar{c}\bar{a}k(M_2^{(0)})^3 + \\ + \pi\bar{c}\bar{d}M_2^{(0)} = 0.$$

Z rovnic (48), (49), (50) lze pak vypočítat neznámé $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$ a $\alpha^{(2)}$. Periodické řešení má pak v prvním přiblížení podle (12) tvar

$$x_s(\tau) \doteq x_s^{(0)}(\tau) + \mu x_s^{(1)},$$

kde $x_s^{(1)}$ je dáno vzorcem (21). Při bližším rozboru výše uvedených výrazů lze soudit alespoň přibližně na obsah složek dvojnásobného a trojnásobného kmitočtu (což vyplyne z výrazů pro $y_1^{(1)}$, $y_2^{(1)}$ a $y_3^{(1)}$) a na změnu kruhového kmitočtu ω způsobenou nelinearitami. Tu posoudíme pomocí vztahu (9) a rozvoje (12) z výrazu

$$(51) \quad \omega = \frac{\omega_0}{1 + \mu\alpha} \doteq \frac{1}{\sqrt{LC} \cdot (1 + \mu\alpha^{(1)} + \mu^2\alpha^{(2)})}.$$

Vypočítáme-li $M_1^{(1)}$, $M_2^{(1)}$ a $\alpha^{(2)}$, můžeme určit vhodné velikosti parametrů oscilátoru tak, aby se objevily jen malé (případně nulové) hodnoty složek vyšších harmonických kmitočtů a opravy na periodu $\alpha^{(2)}$.

Jak již bylo naznačeno dříve, potřebujeme k posouzení ještě vyšetřit stabilitu periodického řešení.

Nerovnosti (33) a (34) v našem případě dají podmínky

$$(52) \quad d > 0,$$

$$(53) \quad (M_1^{(0)} + U_0)^2 - \frac{(M_2^{(0)})^2}{16} > \frac{d}{12ak}.$$

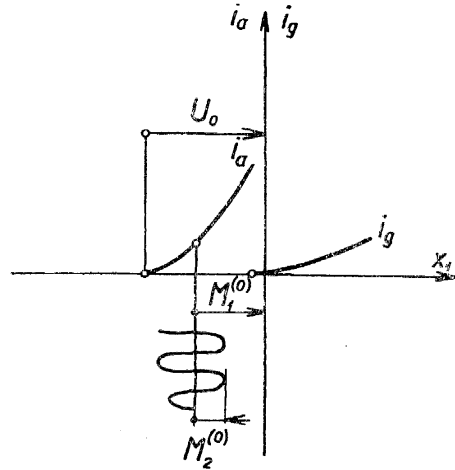
Nerovnost (52) je vždy splněna, jak vyplývá z povahy koeficientu d . Druhou nerovnost (53) lze pak pomocí rovnice (46) upravit takto:

$$(54) \quad (M_1^{(0)} + U_0)^2 > \frac{2d - b}{15ak},$$

případně

$$(55) \quad (M_2^{(0)})^2 < \frac{4}{15} \frac{3d - 4b}{ak}.$$

Rovnice (45) a (46) umožní v technické praxi přesvědčit se při známých hodnotách a, b, c, d, k o tom, zda zkoumaný oscilátor pracuje skutečně v málo zakřivené oblasti charakteristiky anodového proudu a zda neprotéká při tom mřížkový proud. Tyto vlastnosti závisí v podstatě na vzájemné velikosti hodnot $M_1^{(0)}, M_2^{(0)}, U_0$ a na poloze charakteristiky mřížkového proudu. Na obr. 7 je vidět, jakou vzájemnou velikost musí mít amplituda $M_2^{(0)}$ a předpětí $M_1^{(0)}$, aby kmity nezasahovaly na jedné straně do ohybu charakteristiky a na druhé straně do mřížkového proudu. Potom je také splněna podmínka analytičnosti pravých stran soustavy (1) pro všechna konečná x_1, x_2 a x_3 . Předpokládá se ovšem současné splnění podmínek (52) a (53).



Obr. 7. Vyznačení ustáleného stavu v charakteristikách anodového a mřížkového proudu. V obrázku je zřejmý význam konstant v nultém přiblížení $M_1^{(0)}$ a $M_2^{(0)}$.

8. UKÁZKA VÝPOČTU

Úkolem je navrhnout oscilátor s elektronkou 6BC 32 při anodovém napětí 180 V, pro kterou je $k = 2,2 \cdot 10^{-4}$, $U_0 = 3$. Mřížkový proud začne téci při $x = x_1 = 1,2$.

Požadovaný kmitočet je 1 MHz. K dispozici je cívka s indukčností $2 \cdot 10^{-4}$ H, jejíž ztrátový odpor je při požadovaném kmitočtu $r = 8,4 \Omega$. Předpokládejme přitom, že kapacity C_1, C_2 jsou tak jakostní, že nezhorší ztlačené výše uvedený ztrátový odpor.

Oscilátor má pracovat tak, aby se nelineární okolí pracovního bodu na charakteristice anodového proudu uplatnilo jen málo. Volíme proto jen malou amplitudu $M_1^{(0)} = 0,2$. S ohledem na průběh charakteristiky elektronky a vzhledem k počátku průtoku mřížkového proudu volíme také $M_1^{(0)} + U_0 = h_1 = 1$. K tomu určíme hodnoty G a H (jejich význam viz obr. 6) $G = 1,316$, $H = 0,316$. Pro druhý kořen h_2 nalezneme hodnotu 0,26. Z výrazu pro H vypočteme $R_1 = 8,62 \text{ k}\Omega$. Volme dále $C_2 = 5C_1$, k čemuž určíme pro kmitočet 1 MHz $C_1 = 152 \text{ pF}$, $C_2 = 762 \text{ pF}$. Z výrazu pro G vypočteme

$R_1 + R_2 = 19,5 \text{ k}\Omega$. Hodnotu μ určuje v tomto případě zlomek $\frac{1}{\omega_0 RC_1}$. Vzhledem k velikosti $M_2^{(0)}$ je $\mu = 1,076 \cdot 10^{-2}$.

Pomocí nerovnosti (44) se přesvědčíme, že klidový stav oscilátoru ($x_{10} = -1,66$) přísluší singulárnímu bodu typu sedlového ohniska I. Příslušná strmost S_0 podle (42) je $1,19 \text{ mA/V}$. Nerovnost (54) a (55) dokazují, že prvnímu kořenu $h_1 = 1$ přísluší stabilní a druhému kořenu $h_2 = 0,26$ nestabilní periodické řešení. Oprava na periodu je $\alpha^{(1)} = -3,34 \cdot 10^{-2}$.

9. ZÁVĚR

V této práci je ukázáno řešení nového zapojení oscilátoru pomocí přesných matematických metod. Předpoklady k takovému řešení jsou bohužel přísné a lze je v technické praxi zřídka kdy splnit. Zde řešený případ takové předpoklady splňuje. Přesto však je celý postup, zvláště pak nalezení vyššího přiblížení, dosti složitý.

Lze dokázat, že řady pro hledané řešení konvergují pro dosti malé μ . Ukazuje se však značně obtížné odhadnout, pro jak velké μ je ještě zaručena konvergence těchto řad a jaké chyby se dopustíme při použití přibližného řešení. Všechny tyto naznačené problémy nebyly dosud v uspokojivé formě řešeny.

Zdá se, že použití matematických strojů umožní řešit případy daleko složitější a to ještě ve větším rozsahu, než je zde naznačen.

Literatura

- [1] Шитиков: Влияние емкости пространственного заряда и нелинейности ламповой характеристики на частоту автогенератора. Раднотехника 1955, № 12, 54—70.
- [2] Грошиковский: Генерирование высокочастотных колебаний и стабилизация частоты. Москва 1953. (Ruský překlad.)
- [3] Малкин: Теория устойчивости движения. Москва 1952.
- [4] Schwarz: O rovnících. JČMF, Praha 1940.
- [5] Малкин: Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. Москва 1956.
- [6] Малкин: Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний. Москва 1949.
- [7] Stépanov: Kurs diferenciálních rovnic. JČMF, Praha 1950. (Český překlad.)
- [8] Vojtášek-Janáč: Qualitative Untersuchung einer neuen Oszillatorschaltung. Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 1960, Band 69, Heft 1, 11—17.

Резюме

ТЕОРИЯ НОВОЙ СХЕМЫ ЛАМПОВОГО ГЕНЕРАТОРА

СТАНИСЛАВ ВОЙТАШЕК (Stanislav Vojtášek)

В статье решается с нелинейной точки зрения новая схема лампового генератора постоянной частоты, который описывается обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнением третьего порядка.

Прежде всего подробно изучается состояние покоя генератора и его устойчивость. Состояние покоя представлено особой точкой третьего порядка, из анализа которой вытекают условия того, чтобы в генераторе возбуждались колебания, близкие синусоидальным.

Главная часть статьи посвящена периодическому решению, полученному из дифференциального уравнения, описывающего исследуемый генератор. При том применяется метод „малого параметра“. Сначала выводятся соотношения, определяющие т. наз. порождающее решение (нулевое приближение), которое является для расчетов в технической практике вполне удовлетворительным. В работе однако выведено и периодическое решение более высокого приближения, которое позволяет обсудить влияние нелинейных элементов на период колебаний и на содержание гармоник напряжения хотя бы низших порядков. Кроме того выведены и условия для асимптотической устойчивости периодического решения. Исследуется также ее качественный характер, который имеет свое практическое значение. Анализу подвергается ее окрестность периодического решения. Доказано, что она может носить как периодический, так и непериодический характер.

Пример практического расчета генератора дополняет изложенную теорию. Здесь используется специальная номограмма, благодаря которой осуществление предложенного осциллятора становится сравнительно нетрудным и быстрым, несмотря на то, что теоретический анализ довольно сложен и обширен.

Summary

THEORY OF A NEW CIRCUIT OF AN ELECTRONIC OSCILLATOR

STANISLAV VOJTÁŠEK

The paper treats a new circuit of a frequency-stable electronic oscillator, described by an ordinary third order non-linear differential equation.

First the equilibrium state and stability of the oscillator is analyzed in detail. The equilibrium state is represented by a third order singularity. By its analysis we obtain the conditions under which the oscillator will burst into nearly sinusoidal oscillations.

The main part of the paper is devoted to the periodical solution of the differential equation describing the examined oscillator. The Poincaré method is applied. Equations for so called "generating solution" (the zero order

approximation) are first derived, which are sufficient for engineering calculations. A periodical solution (the higher order approximation) is then found enabling means of which the effect of non-linearities on the period of oscillations and on the amplitudes of some of the first higher harmonics may be considered. Conditions for the asymptotic stability of the periodical solutions are then established. The qualitative character of this stability, important in practice, is also investigated. The neighbourhood of the periodical solution is examined. It is proved that the solution in this neighbourhood are either of periodical or aperiodical character.

The theory is illustrated by an example of the practical design of such an oscillator. A suitable designed nomogram is used for this purpose, so that the whole design can be carried out in a comparatively simple manner even though the theoretical analysis is rather complicated and cumbersome.